

UNIVERSAL
LIBRARY

OU_224572

UNIVERSAL
LIBRARY

TIGHT BINDING BOOK

Checked 1975

OSMANIA UNIVERSITY LIBRARY

Catalog No

02452

Accession No

9201

Author

E-1

Title

حجۃ الاسلام
عبدالحی

This book should be returned after before the date last marked below

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

عملی طبیعیات

خواص مادہ - حرارت

(برائے بی۔ اے)

مُصَنَّفٌ

ایچ۔ ایس۔ ایلن۔ ایم۔ اے۔ ڈی۔ ایس۔ سی۔ ادیب ایچ۔ مورے۔ آر۔ سی۔ ایس۔ سی۔ ڈی۔ ایس۔ سی
مترجمہ

مولوی وحید الرحمن صاحب بی۔ ایس۔ سی

پروفیسر طبیعیات کلمیہ جامعہ عثمانیہ

۱۳۵۰ھ ۱۳۷۰ھ ۱۹۳۱ء

طبع و نشر خانہ عثمانیہ کتب خانہ دارالافتاء دارالحدیث

خواص مادہ

فہرست مضامین

عملی طبیعیات

صفحہ	خواص مادہ	تہیہ	فصل اول
۱			
۱۶	بنیادی مقداروں کی پیمائش		فصل دوم
۴۴	کمیتوں کی پیمائش مشتق اکائیوں میں		فصل سوم
۷۳	اضافی کثافتوں کی تعیین		فصل چہارم
۹۸	سکونیات		فصل پنجم
۱۵۰	مشینیں		فصل ششم
۱۶۹	لچک		فصل ہفتم
۱۹۹	علم حرکت		فصل ہشتم
۲۴۱	دوری حرکت		فصل نہم
۲۶۶	گیسیں: بار پیمائش اور کلیہ بائیل		فصل دہم
۲۹۳	سطحی تناؤ		فصل یازدہم
۳۰۵			ضمیمہ ۱

عملی طبیعیات

حرارت

۳۱۲	تپش پائی	فصل اول
۳۲۶	پھیلاؤ کی شرحیں	فصل دوم
۳۵۲	حرارہ پائی	فصل سوم
۳۶۴	تبرید	فصل چہارم
۳۸۶	موصلیت حرارت کی قدر	فصل پنجم
۳۹۸	حرارت کا معادل جیل	فصل ششم
۴۱۲	بلویت پائی	فصل ہفتم
۴۲۵		ضمیمہ ب

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

فصل اول

تہید

۱۔ عام ہدایتیں

سائنس کے کسی شعبہ کے علمی کاموں میں نتائج مقصودہ کی دو قسمیں ہو سکتی ہیں۔ یعنی ایک کیفی اور دوسری کنتی۔ کیفی نتائج سے وہ نتائج مراد ہیں جن میں صرف یہ دیکھا جاتا ہے کہ اثرات کس قسم کے ہیں یعنی معلومات کی نوعیت کیا ہے۔ بخلاف اس کے کنتی نتیجوں میں پیمائش کے نقطہ نظر سے معلومات کی مقدار مد نظر ہوتی ہے۔ طبیعیات میں خالص کیفی نوع کا نتیجہ بہت کم مطلوب ہوتا ہے۔ اس مضمون کے ابتدائی مراحل میں بھی کنتی ہی نتائج کی زیادہ ضرورت پڑتی ہے۔ حالانکہ کیفی علم حاصل کرنے کی نسبت کنتی علم حاصل کرنے میں زیادہ زحمت اٹھانی پڑتی ہے۔ اسی وجہ سے تقریباً ہر طبیعیاتی تجربہ میں ایک دو پیمائشوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اس بناء پر طبیعیات

سمجھا جاتا ہے۔ اس لئے بعض اوقات طبیبہ بغیر آلات کو مطالعہ کئے ہوئے اور بنیہ ایک سے زیادہ دفعہ مشاہدہ کئے عجلت سے پیمائشیں شروع کر دیتے ہیں۔ یہاں پر طبیعات کے حقیقی علمی پہلو پر جس قدر زور دیا جائے کم ہے۔ یہ علمی پہلو محض پیمائشوں سے تعلق نہیں رکھتا بلکہ اس سے متاثر ایک علحدہ چیز ہے۔ علمی طبیعات کی تعلیم سے پورا فائدہ اٹھانے کے لئے نہ صرف یہ لازم ہے کہ تجربہ کا مقصد پورے طور سے سمجھا جائے بلکہ مشاہدہ کرنے کے قبل کچھ وقت آلات کو بٹھانے اور ان کے پیرزوں کی ساخت و استعمال کے مطالعہ میں صرف کرنا ضروری ہے۔

علمی طبیعات کے اضافہ بالکل پورے نہیں ہو سکتے جب تک کہ طالب علم آلات کی دست و زنی میں یدِ پٹلے حاصل نہ کر لے اور جن اوزاروں کو استعمال کرتا ہے ان سے گہری دلچسپی پیدا نہ کر لے۔ سب سے پہلے تجربہ کے مقصد اور اس کی انجام دہی کے عام طریقوں کو سمجھ لینا چاہیئے اس کے بعد ضروری آلات کو گنجھا کر کے ان کو ترتیب دینا چاہیئے۔

اس بات کا خیال رکھنا ضروری ہے کہ مشاہدات اور مساہات کا کام اس طرح ہو سکے کہ جسم کو بے ڈھنگے طریقے سے ٹیڑھا سیدھا کرنے کی ضرورت نہ پڑے۔ اور آلات کے جن حصوں میں زیادہ دست و زنی اور درستگی کی ضرورت ہو وہ ایسی جگہ پر رکھے جائیں جہاں ہاتھ آسانی سے پہنچ سکے۔

ان امور پر گہری توجہ کا اثر بالواسطہ تجربہ کی صحت پر پڑیگا۔ کیونکہ اس حالت میں آلات کی درستگی آسانی ہو سکیگی۔ اور ان کا اپنا مقام سے اتفاقاً ہٹ جانیکا خدشہ بھی کم ہو جائیگا اور مشاہدات بھی

ترتیب موجود ہے یا نہیں۔

۲۔ نتائج کو قلمبند کرنا۔ بیاضیں

عملی طبیعات کی تعلیم میں دو بیاضوں کا رکھنا ضروری ہے۔ ان میں سے ایک بیاض بڑی ہونی چاہیئے جو ”صاف اور تصحیح کردہ“ نوٹ کے لئے مخصوص ہو۔ اس کا ہر دوسرا صفحہ ”علی میٹر مربع دار ہو۔ دوسری چھوٹی بیاض مشاہدات اور حسابات کو فوراً قلمبند کرنے کے لئے ہونی چاہیئے۔ اثنائے تجربہ میں اگر کوئی قابل لحاظ مظاہر مشاہدہ میں آئیں تو اس میں درج کرنے چاہئیں۔ عمل میں صرف مختصر نوٹ لے لینے چاہئیں۔ جن کو بعد ازیں صاف بیاض میں پھیلا کر بیان کرنا چاہیئے۔ اس طرح سرسری نوٹ لے لینا ایسا ہی ضروری ہے جیسا کہ تجربہ کا کوئی اور عمل۔ خصوصاً اس حالت میں جب صاف بیاض کے لکھنے میں کچھ توقف ہو۔ اگر بروقت یادداشت نہ لے لی جائے تو مشاہدہ میں جو جو اہم اور ضروری باتیں معلوم ہوتی ہیں ان کو بھول جانے کا احتمال رہتا ہے۔ بے شیرازہ اوراق پر سرری نوٹ نہیں لکھنے چاہئیں۔ کیونکہ ان کے ادھر ادھر ہو جانے کا خدشہ رہتا ہے۔ اس طرح یادداشت قلمبند کرنے سے طالب علم ہی کا نقصان ہے۔

مشاہدات اور معائنات میں جو پیمائشیں ہوتی ہیں ان کو فوراً کچھ بیاض میں مندرج کر لینا چاہیئے اور ثبت کرنے کے بعد ان پر نظر ثانی بھی ہونی چاہیئے۔ ہر عدد کے بعد اس مقدار کا نام ہونا ضروری ہے جس کا وہ عدد نمائندہ ہے۔ ہر حالت میں جب کبھی کئی مشاہدے سلسلہ وار لئے جائیں تو ان کو جدولوں کی صورت میں ترتیب دینا چاہیئے۔ نتیجہ نکالنے کے لئے جن حسابات کی ضرورت ہو ان کو کچھ بیاض میں وضاحت کے ساتھ لکھنا چاہیئے۔

بڑی بیاض میں ہر تجربہ کا پورا بیان طالب علم کے اپنے الفاظ

میں ہونا ضروری ہے۔ اور یادداشت کے قلب بند کرنے میں ذیل کی ترتیب کا لحاظ رہے :-

(۱) آلات مستعمل کی تفصیل اور مربع وار کاغذ پر اُن کے نقشے جن پر حوالہ کے لئے نشانات بھی دئے ہوئے ہوں۔

(۲) تجربہ کے نظریہ کا مختصر بیان۔

(۳) تجربہ کے غلوں اور مشاہدوں کا مفصل بیان۔ ہر مشاہدہ یا مشاہدہ کو درج کرنا چاہیئے۔ اور جہاں متواتر کئی مشاہدے کئے جائیں اُن کی ترتیب جدول وار ہونی چاہیئے۔

(۴) تجربہ سے جو نتیجہ نکلے صرف اُسی کو درج کرنا چاہیئے۔ عمل حساب کو درج کرنے کی ضرورت نہیں ہے۔ بالعموم نتیجوں کو اعداد صحیحہ اور کسور اعشاریہ سے ظاہر کرنا مناسب ہے۔

نتیجہ کو نمایاں طور پر درج کرنا چاہیئے۔ اور یہ اگر یادداشت کی انضباط میں ہو تو قابل ترجیح ہے۔ جن اکائیوں میں نتیجہ ظاہر کیا جائے اُن کا ذکر ضرور ہونا چاہیئے جہاں تک ممکن ہو نتیجوں کو ترکیبی طریقہ سے ظاہر کرنا چاہیئے۔ ہر ترسیم پورے ایک صفحہ پر ہونی چاہیئے۔ اور جن مقداروں کی ترسیم کی جائے اُن کا اور اُن اکائیوں کا درج کرنا ضروری ہے جن سے اُن کو ظاہر کیا گیا ہے۔

جبکہ عمل ترسیم تجربہ کا ایک حصہ ہو تو اصلی خاکہ یا اُس کی نقل کسی مناسب پیانے سے بیاض میں داخل ہونی چاہیئے۔

۳۔ مشاہدات کی صحت

صفری اور انحرافی طریقے

عام طور پر جو آلات ہیتا ہوں ان کی مدد سے جہاں تک ہو سکے معائنہ میں اعلیٰ درجہ کی صحت پیدا کرنی چاہیے۔ قابل تحصیل صحت کے درجہ کو جانچنے کے لئے آلوں کی درستی کو دہرانا چاہیے اور دوبارہ معائنہ میں جتنی احتیاط ممکن ہو برتنی چاہیے۔ اگر ان دونوں معائنوں میں کچھ تناقص معلوم ہو تو سمجھ لینا چاہیے کہ خود آلات کے اندر کچھ خرابیاں موجود ہیں۔ البتہ طیکہ ان کے بٹھانے میں اور معائنہ میں کافی احتیاط کی گئی ہو۔

علمی طبیعیات کی ابتدائی تعلیم کے دوران میں طالب علموں کے لئے یہ اچھی مشق ہوگی کہ وہ مختلف نوعیت کی پیمائشوں میں قابل تحصیل درجہ صحت کا تعین کریں۔ اس سے طالب علم کو جو تجربہ حاصل ہوگا وہ آئندہ پل کر اس کو مختلف انواع کے مشاہدات کی نسبتی صحت کا اندازہ کرنے کے قابل بنائے گا بغیر اس کے کہ طالب علم ان کا تعین بالفعل کرے۔ مگر جب کبھی کبھل نئی قسم کی پیمائش کرنی ہو تو نسبتی صحت کا تعین اس طریقہ سے ایک یا دو بار ہونا چاہیے۔ یہ بات قابل لحاظ ہے کہ عام طور پر جن مشاہدات کا انحصار دو معلولوں کے اس قسم کے توازن پر ہو کہ وہ ایک دوسرے کے اثرات کو زائل کر دیں وہ بہ نسبت ان مشاہدات کے زیادہ صحیح ہوتے ہیں جن میں صرف کسی ایک معلول کی مقدار کی پیمائش کی جائے۔ بالفاظ دیگر اس مفہوم کو ہم یوں بھی ادا کر سکتے ہیں کہ صفری طریقے، انحرافی طریقوں سے زیادہ صحیح ہوتے ہیں۔

جب کسی تجربہ میں صفری طریقہ اختیار کیا جاتا ہے تو ہم ایک نامعلوم کمیت کے اثر کا تعادل کسی اسی قسم کی معلوم یا معیاری کمیت کے اثر سے پیدا کرتے ہیں۔ اثروں کے حاصل کا مشاہدہ ایک ایسے آلہ سے ہوتا ہے جو دو اثروں کے درمیان خفیف سا بھی فرق بتا سکتا ہے۔ اگر ہم ان میں سے ہر ایک کمیت کے اثر کو براہ راست ناپیں تو ہم کو ایسے آلہ کی ضرورت پڑیگی جس میں پورے اثر کے ماتحت بھی ایک معمولی سا انحراف پیدا ہو۔ یعنی ایک ایسا آلہ جس میں مقابلہ حساسیت کم ہو۔ آلہ کی اس کم درجہ کی حساسیت کے باعث انحراف کے معائنہ میں اگر نہایت ہی کم ناگزیر غلطی بھی ہو تو نتیجہ میں ایک معتد بہ اثر پیدا ہو جائیگا۔ اگر صفری طریقے سے کام لیا جائے تو اس سے بہت زیادہ حساس آلہ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بلکہ نہایت درجہ ممکن حساس آلہ اثرات کو گھٹا بڑھا کر معائنہ کو صفر تک لانے میں جو غلطی ممکن ہے وہ آلہ کے پیمانہ پر غالباً اتنی ہی ہوگی جتنی کہ اخرا فی تجربہ کے معائنہ میں۔ مگر اس سے کمیت زیر پیمائش میں بہت تھوڑی غلطی ظاہر ہوگی۔

اس اصول کی ایک نہایت عمدہ مثال کمیت مادہ کی پیمائش میں ملتی ہے۔ کمانیدار ترازو میں اخرا فی طریقہ سے مادہ کی پیمائش ہوتی ہے۔ اس میں جس کمیت کی پیمائش کی جاتی ہے وہ کمائی کی وسعت ہے جو کسی جسم کے وزن سے پیدا ہوتی ہے۔ عام ترازو ایک آلہ ہے جس کا انحصار صفری طریقہ پر ہے۔ اور کمانیدار ترازو سے (جو اسی حد تک تولنے کے لئے بنائی گئی ہو) جتنی صحت ممکن ہے اس سے بہت زیادہ صحت عام ترازو میں حاصل ہے۔

یہ جاننا ضروری ہے کہ عام مشاہدات جن کا انحصار وزن دینا کرنے پر ہے بہت زیادہ صحیح ہوتے ہیں بہ نسبت ان کے جو وقت یا طول کے لقیںات پر مبنی ہیں۔ بناء بریں جہاں تک ممکن ہو

تجربے اس طرح مرتب کرنے چاہئیں کہ نہایت اہم مشاہدات ترازو ہی کے ذریعہ سے کئے جائیں۔

مثال کے طور پر طالب علم کی توجہ "وزن تپش پیم" کے ذریعہ سے مایعات کے پھیلاؤ کے تجربہ کی طرف منطقت کرائی جاتی ہے۔ یہ تجربہ اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ حجم کے بڑھنے کی شرح بغیر اس کے کہ حجم کی ایک بھی پیمائش ہو دریافت کر لی جاتی ہے۔ اس تجربہ میں ہر مشاہدہ جس سے نتیجہ محسوب ہوتا ہے "وزن کرنا" ہی ہے۔

باستثناء لول کے تعین کے (جو فن مناظر کے طریقوں سے کیا جاتا ہے اور جس میں مکمل و پُر تکلف آلات کی ضرورت پڑتی ہے) کوئی دوسری طبیعیاتی تعین ایسی صحت سے نہیں کر سکتے۔ جیسے کمیت مادہ کی تعین یا کمیتوں کا مقابلہ۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ خوش ساخت ترازو سے اعلیٰ درجہ کی حساسیت حاصل ہو سکتی ہے۔ صرف ایک ہی اور سادہ طبیعی پیمائش ہے جو صحت میں اس کے (یعنی کمیت کی پیمائش کے) قریب قریب ہے۔ یہ سادہ پیمائش وہیٹ سٹون کے پل کے ذریعہ سے برقی مزاحمت کی تعین ہے اور یہ بھی صفہی طریقہ ہی کا تجربہ ہے۔

۴۔ تیجوں کی تحسب

چونکہ طبیعی کمیت کے تعین میں جو صحت قابل حصول ہو اس کی ایک حد ہے اس لئے ظاہر ہے کہ ایسے تعینات سے حاصل کردہ نتائج کی صحت کی بھی ضرورت ایک حد ہونی چاہیے۔ لہذا تحسب نتائج میں مشاہدات کی استعداد سے زیادہ اعداد ملحوظ کے شمار تک پہنچنا غیر ضروری ہے۔

آخری نتیجہ ہندسوں کے کسی خاص مقام ہی تک قابل اعتبار ہو سکتا ہے۔
اس مقام سے آگے کے اعداد بے معنی ہو جاتے ہیں۔

اگر تحسیب کے ہر مرحلہ پر ملحوظ ہندسوں کی تعداد اسی مرحلہ کے نتیجہ میں تحسیب کے دوسرے حصہ کی طرف متوجہ ہونے سے پیشتر بنا۔
طور پر کچھ کم کر دی جائے تو حسابی شمار میں بہت سی محنت بچ جائیگی۔
مثلاً ایک ایسے استوانہ کے حجم کی تعیین پر غور کرو جس کی لمبائی ۲۲.۳۷
ہے اور قطر ۱۱.۳۲ سمر ہے اس کا حجم ضابطہ $\frac{\pi}{4} \times (11.32)^2 \times 22.37$ مکعب سمر
سے حاصل ہوتا ہے۔

ان میں سے کوئی پیمائش کردہ مقدار ایسی نہیں ہے جس کی
سعیت ہزار میں ایک سے زیادہ ہو۔ اس لئے حسابی شمار میں چار ہندسوں
سے زیادہ قافہ رکھنا بے سود ہے اور π کی قیمت ۳.۱۴۱۵۹۲۶
بلکہ ۳.۱۴۱۵۹۲۶ ہی رکھنا کافی ہے۔

$(11.32)^2 \times 22.37 = 1124.69$ جس کو ۱۱۲۴.۷ بھی لے سکتے ہیں۔

$1124.69 \times 3.1415926 = 3530.26$ اور اس کو ۳۵۳۰.۲۶ لے سکتے ہیں۔

$$\frac{\pi}{4} \times 3530.26$$

$$= 2768.57 \times 3.1415926 =$$

$$2768.57 \times 3.1415926 =$$

اس آخری نتیجہ کو ۲۷۶۸.۵۷ مکعب سمر لکھ سکتے ہیں۔

عمل حساب کی تسہیل میں ضرب کے اختصاری طریقے بہت

منفید ہوتے ہیں۔ (اختصاری طریقے کا بیان ابتدائی کتابوں میں آچکا ہے)۔

دستور یہ ہے کہ نتیجوں کو ہندسوں کی اتنی تعداد تک ظاہر کرتے

میں جہاں تک ان کی سعیت کا دعویٰ ہو سکتا ہے۔ اس لئے اگر نتیجہ پانچ

ہندسوں تک لکھا جائے تو یہ مان لیا جاتا ہے کہ نتیجہ ان ہندسوں تک صحیح

ہے۔ نتیجہ کو پانچ ہندسوں تک لکھنا (جس حالت میں سعیت ہزار میں ایک

ہی ہو) صرف غیر ضروری ہے بلکہ اس سے دھوکا بھی ہوتا ہے۔ کیونکہ اس صورت

میں ان مشاہدات کی صحت کے متعلق غلط فہمی ہوگی جن پر حاصل شدہ نتیجہ کا انحصار ہے۔

اگر ایسا ہو کہ آخری لمحوں پر ہندسہ صفر ہے تو اس کو بھی نتیجہ میں داخل کر لیا جاتا ہے خواہ وہ اعشاریہ کے بعد ہی ہو۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ نتیجہ لمحوں پر ہندسوں کی اس تعداد تک درست ہے مثلاً اگر یہ لکھا جائے کہ $۲۵۰۰ = ۲۵$ سم تو اس سے ظاہر ہوگا کہ یہ ۲۵۰۰ میں ایک حصہ تک صحیح ہے۔

اکثر اوقات جب ہندسوں کی تعداد بہت زیادہ ہوتی ہے تو بجائے بہت سے صفر لکھنے کے کسی چھوٹے عدد کے بعد ۱۰ کی قوتیں رکھ دی جاتی ہیں۔ بطور مثال کمیتوں کی مقدار ظاہر کرنے میں اگر ۳ یا ۴ فی صدی صحت مقصود ہو تو ۲۸۰۰۰۰۰۰ کو ۲۸×۱۰^۸ لکھ سکتے ہیں۔ اگر ۳۰۰ میں صحت ایک کی صحت منظور ہو تو اس کو ۲۸۰×۱۰^۸ یا ۲۸×۱۰^۹ لکھ سکتے ہیں۔ اسی طور پر نہایت چھوٹی مقداروں کے لئے اعشاریہ کے بعد بہت سے صفر لکھنے کی بجائے ۱۰ کی منفی قوتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ مثلاً ۳۵۰۰۰۰۰۰ کو جس میں ۳۰۰۰ میں ایک کی صحت ظاہر کی گئی ہے ۳۵×۱۰^۷ لکھ سکتے ہیں۔ لیکن اس کو ۳۵×۱۰^۷ لکھنا غلط ہوگا کیونکہ اس حالت میں اس کی صحت صرف ۳ فی صدی ہوگی حالانکہ مشاہدات کی صحت ۳۰۰۰ میں ایک ہے۔

لوکار تقیم کی مدد سے جو تحسیب ہوتی ہے اس کا درجہ تخمین لوکار تقیم جدول کے ہندسوں کی تعداد پر منحصر ہے۔

جب تحسیب میں چار یا پانچ ہندسے شامل ہوں تو چار ہندسوں کی لوکار تقیم جدول کے استعمال سے ۲۵۰۰ میں ایک کی صحت حاصل ہوتی ہے۔ اگر اجزائے ضربی عمل ضرب میں یا تقسیم میں بڑھ جائیں تو اسی حساب سے غلطی کے بڑھنے کا احتمال ہے۔ پانچ ہندسوں کی جدولیں استعمال کرنے میں تقریباً دس گنا صحت بڑھ جاتی ہے۔ مگر دس رائج

کی سلائیڈ رول (Slide rule) کے استعمال کرنے میں (جہاں لازم) ازجبار اجڑائے ضربی سے کام لیا جائے یا پنج سو میں ایک سے زیادہ کی صحت حاصل نہیں ہو سکتی تاہم اس کے استعمال میں بڑی احتیاط نہ برتی گئی ہو۔

اکثر اوقات یہ بہتر ہوتا ہے کہ صحیح تحسیب کے قبل تخمینی نتیجہ نکالنے کے لئے اور خصوصاً اعتدالیہ کی جگہ دریافت کرنے کے لئے سرسری طریقہ سے حساب کر لیا جائے۔ یہ احتیاط سلائیڈ رول (Slide rule) کے استعمال میں خاص اہمیت رکھتی ہے۔ خصوصاً جب سلائیڈ رول (Slide rule) تبدیلیوں کے باقیوں میں ہو۔ اس کی مثال (صفحہ میں) اُسٹوانہ کے ابعاد سے دے سکتے ہیں۔

$$C = \frac{3}{4} \times (113) \times (2036)$$

$$= 1 \times 150 \times 102 \times 258$$

$$= 3 \text{ تقریباً}$$

یعنی حجم ۳ کلب سمر کے درجہ میں ہے۔

سلائیڈ رول (Slide rule) سے ۲۵۶ نتیجہ نکلتا ہے اور یہ ۲۱۵۶ لکھا جاسکتا ہے۔ کیونکہ اعتدالیہ کی جگہ کا پتہ سرسری حساب سے مل گیا۔

کسی تجربہ کے نتائج کی تحسیب میں جہاں کسی کمیت کی تعین غیر تابع کمیتوں کی پیمائش سے ہوتی ہے اس حالت میں اس کمیت کو چند پیمائش کی ہوتی مقداروں کے رقوم میں صاف طرح سے ظاہر کرنا معمولاً مناسب نہیں ہوتا۔ اس طرز عمل سے عموماً ایک طویل اور پیچیدہ جملہ بن جاتا ہے جس کا حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اور اس میں حسابی غلطیوں کے واقع ہونے کا بھی زیادہ احتمال ہے۔ مختلف مقداریں جب اس طرح سے ایک پیچیدہ جملہ میں اکٹھی کر دی جاتی ہیں تو وہ بے معنی

ہو جاتی ہیں۔ پس جہاں تک ممکن ہو تخریب کے ہر قدم پر طبیعیاتی مفہوم کو مد نظر رکھنا چاہیئے۔
اس اصول کی خاص مثال کے لئے صفحہ ۱۰ کے جملہ پر غور کرو۔ مندرجہ ذیل مساوات تین خاص طبیعیاتی کمیتیں ظاہر کرتی ہے:-

$$\text{ک ج گ} = \frac{1}{4} \text{ م ز ا} + \frac{1}{4} \text{ ک ر}$$

اگر مساوات کی یہ سادہ صورت قائم رکھی جائے تو اس کا اصلی مفہوم فوراً سمجھ میں آ جاتا ہے۔ اور اصول اولین کی مدد سے بلا توفیق یہ لکھی جاسکتی ہے۔ ”م ز ا“ کو واضح طور سے ظاہر کرنا اس مساوات کے مفہوم کو ایک بڑی حد تک فنا کر دیتا ہے۔

ایسے ضابطوں کے استعمال سے جن کی وجہ سے حافظہ پر بے سود بوجھ پڑے پرہیز کرنا چاہیئے۔ جہاں تک ممکن ہو سکے کوشش یہی کرنی چاہیئے کہ اصول اولین کی مدد سے ہی مسئلہ حل ہو جائے۔

۵۔ ترسیمی طریقہ

نظری اور علمی دونوں طبیعیات میں ترسیمی طریقوں کا استعمال بہت مفید ہے۔ جب کبھی تجربہ میں مشاہدات کا ایک ایسا سلسلہ حاصل ہو جن میں دو دو ایسی مقداریں ہوں جو ایک دوسرے پر منحصر ہیں تو ایک ایسی ترسیم کھینچنی چاہیئے جس سے ان کے آپس کا رشتہ پیش نظر ہو جائے۔ ترسیم سے یہ آیتہ لگے گا کہ ”تابع متغیر“ ما“ متبوع متغیر“ لا“ پر کس طرح سے مبنی ہے۔ جب کاغذ عمودی سطح میں رکھا جائے تو یہ دستور ہے کہ متبوع متغیر کی قیمتوں کو افق کے

متوازی بائیں سے دہنے طرف فصلوں سے اور تابع متغیر کی قیمتوں کو اوپر کی طرف معینوں سے تعبیر کرتے ہیں۔
 نمونہ اس کی مثال سادہ رتاقص کے تجربہ سے دی جاسکتی ہے۔
 اس میں "ل" طول کے رتاقص کا وقت دوران "و" ناپا جاتا ہے۔
 "ل" کو اپنی مرضی سے گھٹاتے بڑھاتے ہیں اور اسی کے مطابق وقت دوران کی قیمتوں کو دریافت کرتے ہیں۔ یہاں "ل" متبوع متغیر ہے۔
 اس لئے اس کی ترسیم افق کے متوازی ہونی چاہئے۔ "و" کی ترسیم اس طرح پر ہونی چاہئے کہ و کا بیانا بیاض کے مرلبدار صفحہ کے نیچے سے اوپر تک جائے۔

وہ اکائیاں جن سے متغیر ظاہر کیا جاتا ہے اور نیز متغیر کا نام اس کے اپنے محدود محور پر واضح طور سے لکھا رہنا چاہئے۔ جس بیانا پر متغیر کی ترسیم ہوگی اس بیانا کے انتخاب میں نہایت احتیاط برتنی چاہئے۔
 بیانا ایسا ہونا چاہئے کہ بیاض کے مرلبدار صفحہ کا زیادہ سے زیادہ حصہ ترسیم محصلہ سے پُر ہو جائے۔

ان نقطوں کے گرد جو مشاہدات کو ظاہر کرتے ہیں چھوٹے چھوٹے دائرے کھینچ دیئے جائیں۔ یا ان پر چھوٹے چھوٹے چلیپائی نشان دے دیئے جائیں۔ اس کے بعد ایک ہموار منحنی اس طرح کھینچا جائے کہ وہ نقطوں کے اوسط مقامات سے ہو کر گزرے یعنی منحنی کے دونوں طرف سے مشاہدوں کے نقطوں کی تعداد قریب قریب مساوی ہو۔ پہلے یہ دیکھ لینا چاہئے کہ آیا ترسیم خط مستقیم سے ہو سکتی ہے یا نہیں۔ لمبے ٹکڑے کے ٹکڑے یا کسی اور شفاف ٹکڑے پر کھینچے ہوئے ایک خط مستقیم سے اس کی آزمائش ہو سکتی ہے۔ کیونکہ ایسی حالت میں اس خط مستقیم کے دونوں طرف کے نقطے نظر آ سکتے ہیں۔ اگر نقطوں میں سے ہو کر خط مستقیم نہ کھینچا جاسکے تو خط منحنی کھینچا جائے خواہ یہ منحنی صرف ہاتھ سے کھینچا جائے یا کسی ایسے ٹکڑے لکڑی کے ٹکڑے کے ذریعہ سے جو منحنی کے ساتھ ساتھ جھک جائے۔

اگر ترسیم محصلہ خط مستقیم ہے تو متغیروں کا باہمی رشتہ مندرجہ ذیل مساوات سے ظاہر ہوتا ہے۔

$$م = لا + س$$

یہاں "س" اور "م" دونوں مستقل ہیں۔ اگر ترسیم خط مستقیم نہیں ہے تو محصلہ منحنی کی شکل سے متغیروں کا باہمی تغیر معلوم ہو جائیگا۔ مندرجہ ذیل مساواتوں کے منحنیوں کے علم سے طالب علموں کو پورا پتہ مل جائیگا کہ مشاہدات کی ترسیم کس منحنی سے ہو سکتی ہے۔

لا	=	م	
لا ^۲	=	م	
لا ^۳	=	م	
لا ^۴	=	م	
لوک لا	=	م	اور

مقداروں میں کسی ایک کی قوتوں کو دوسرے کے مقابلہ میں ترسیم کرنے سے ایک خط مستقیم حاصل ہوتا ہے یا ایک مقدار کے لوکارتم کو دوسری مقدار کے مقابلہ میں آیا اس کے لوکارتم کے مقابلہ میں ترسیم کرنے سے بھی ایک خط مستقیم حاصل ہو سکتا ہے۔ جب ترسیم کی شکل خط مستقیم ہو تو دو متعلقہ طبیعیاتی مقداروں کے باہمی ربط کو ایک جبری مساوات سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

اکثر اوقات بہ نسبت حسابی علموں کے ترسیمی طریقوں سے نتائج بہت کم محنت سے حاصل ہو سکتے ہیں۔ حوالہ کے لئے اس کتاب کی مثالیں از صفحہ ۱۲۹ تا ۱۳۸ اور نیز طبیعیات عملی (آواز و روشنی) برائے بی۔ اے کے صفحات نمبر ۵۷، ۶۴، اور ۱۲۷ کی مثالیں دیکھو۔

۶۔ طبیعیاتی پیمائش میں مستعمل اکائیاں

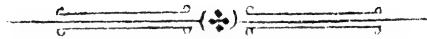
کسی کمیت کی پیمائش دو لفظوں میں ظاہر کی جاتی ہے —
 ایک تو ”عدد“ اور دوسرے ”اکائی“۔ مثلاً ۱۲ ثانیہ میں ”۱۲“ عدد ہے
 اور ”ثانیہ“ وقت کی اکائی ہے۔ ہر اس کمیت کو جس کی طبیعیات میں
 پیمائش ہوتی ہے ایک نہ ایک اکائی کی ضرورت پڑتی ہے۔ تاہم کسی ایک
 کمیت کو کسی دوسری کمیت کے رقوم میں ظاہر کرنا ممکن ہے۔ مثلاً ہم
 ”چال“ کو کسی خاص وقت میں طے شدہ فاصلہ سے رقوم میں ظاہر
 کر سکتے ہیں۔ اور ان اکائیوں سے چال کی پیمائش کرنے میں صریحی فائدہ
 ہے جو طول اور وقت کی اکائیوں سے کوئی سادہ رشتہ رکھتی ہوں۔
 علم حیل میں جنہی طبیعیاتی مقداروں سے واسطہ پڑتا ہے وہ کسی تین
 منتخب مقداروں کے رقوم میں ظاہر کی جاسکتی ہیں۔

ان مقداروں کے لئے جو تین غیر تابع اکائیاں ہیں وہ اکائیوں
 کے نظام میں ”بنیادی اکائیاں“ کہلاتی ہیں۔ اس نظام کی دوسری
 اکائیوں کو مشتق اکائیاں کہتے ہیں۔

سائنس کے کاموں میں بنیادی مقداریں جو منتخب کی گئی ہیں
 وہ طول، کمیت مادہ اور ”وقت“ ہیں۔ ان مقداروں کی اکائیاں
 بالترتیب ”میتھر“ گرام اور ثانیہ ہیں۔ اور اسی بناء پر اس نظام
 کو اکائیوں کا س۔ گ۔ ت۔ نظام کہتے ہیں۔

سنتی میتھر، میتھر کا سواں حصہ ہے اور یہ میتھر پلانیم کی اس
 سلاخ کے سزوں کا درمیانی فاصلہ ہے جو پیلوس میں محفوظ رکھی ہوئی ہے۔
 گرام، کلو گرام کا ہزارواں حصہ ہے اور یہ کلو گرام پلانیم کے

اُس استوانہ کے مادہ کی کمیت ہے جو پیوس میں محفوظ رکھا ہوا ہے۔
 ایک مکعب دسی میٹر (... ایک مکعب سمر یا ایک لیٹر) کشیدہ پانی کے مادہ
 کی کمیت اُس کی کثافت اعظم کی تیش پر "کلو گرام" ٹیٹری گئی تھی۔ اس
 وجہ سے ۴ مٹی کی تیش کے ایک مکعب سمر پانی کی کمیت تقریباً صحیح
 ایک گرام ہوتی ہے۔ - اٹھارویں، اوسط شمسی ثانیہ ہے۔ یعنی یہ اوسط شمسی دن کا $\frac{1}{86400}$
 حصہ ہے۔ جس کی تعین زمین کے وقت دوران (اس کے محور کے
 گرد) سے ہوتی ہے۔



فصل دوم

بنیادی مقداروں کی پیمائش ۱۔ کمیت مادّہ کی پیمائش ترازو

مردج ترازو کے ذریعہ سے کمیت مادّہ کی جو پیمائش ہوتی ہے اُس میں دو قوتوں میں اس طرح سے توازن پیدا ہوتا ہے کہ ہیرم پر اُن کے معیار اثر مساوی اور متضاد سمتوں میں ہوتے ہیں۔ جب یہ صورت حاصل ہو جاتی ہے تو یہ قوتیں اگر آپس میں متوازی ہوں تو وہ ہیرم کے نصاب سے نقاطِ عمل کے فاصلوں کے ساتھ تناسب معلوم کی جاتی ہیں۔

قوتیں جو ترازو کی ڈنڈی پر عمل کرتی ہیں وہ ڈنڈی سے ٹکرتی ہوئی کمیت مادّہ کے وزن ہیں۔ اور اس طریقہ سے ان کمیتوں کے ادھان کی نسبت معین ہو جاتی ہے۔ چونکہ کسی جسم کا وزن اُس کی کمیت کے متناسب ہوتا ہے اس لئے مادّہ کی کمیتوں کے درمیان جو نسبت ہے وہی نسبت ان کے وزنوں میں بھی ہے۔ اس مسئلہ کو

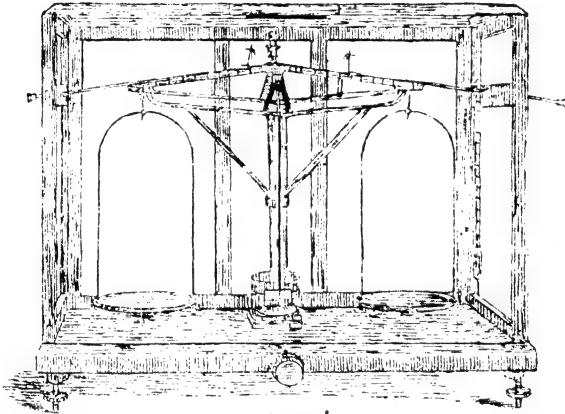
یوں لکھ سکتے ہیں :-
جب ڈنڈی متبادل میں ہو تو اس سے لٹکتے ہوئے مادہ کی
کمیتوں کی نسبت ان بازوؤں کی نسبت کا متغلب ہے
جن سے وہ کمیتیں لٹک رہی ہیں۔

معمولی ترازو میں ڈنڈی ایک سخت سلاخ ہوتی ہے جس کی ساخت
بعض اوقات شمشیر کی سی ہوتی ہے۔ یہ ڈنڈی ایک ایسے دھار دار کنارہ
پر ٹھہری ہوئی ہوتی ہے جو ترازو کے ستون کے اوپر کی چھٹی تختیوں پر
دھرا رہتا ہے۔ ڈنڈی کے دونوں سروں پر بھی دھار دار کنارے چڑھے
ہوتے ہیں جن پر سے دونوں پلارے لٹکتے ہیں۔

ڈنڈی کے دونوں حصے ترازو کے بازو کہلاتے ہیں۔ نصاب
اور پلاروں کے نقاط تعلیق کے لئے دھار دار کنارے اس لئے استعمال
ہونے چاہئیں کہ ترازو کے بازو ایک معین طول کے ہوں۔ چونکہ حالت
نوازن میں ان دو بازوؤں کی نسبت، مادہ کی ان کمیتوں کا متغلب
ہو جو پلاروں پر دھری ہیں۔ اس لئے ظاہر ہے کہ اس نسبت کو صحیح
طور سے معلوم کرنے کے لئے خود بازوؤں کے طول بھی معین ہونے
چاہئیں۔ عام طور پر یہ نسبت مساوات کی نسبت ہوتی ہے۔ لیکن
بعض اوقات یہ نسبت ۱:۲ کی ہوتی ہے۔ چونکہ دھار دار کناروں
پر بہت سا بوجھ پڑتا ہے اس لئے چاہئے کہ وہ کسی سخت چیز کے
بندے ہوں۔ تاکہ جب ترازو پر وزن ڈالا جائے تو وہ خراب نہ ہو جائے
یا ان کی شکل نہ گنجا جائے۔

جن ترازوؤں میں معتدل سخت مقصود ہوا ان میں یہ دھار دار کنارے
سخت فولاد کے بنائے جاتے ہیں۔ مگر سائنس کے کاموں میں جہاں
غایت درجے کے نازک و حساس ترازو کی ضرورت پڑتی ہے فولاد
کی جگہ سنگ شیب استعمال کیا جاتا ہے۔ ترازو سے کام نہ لینے کی
حالات میں دھار دار کناروں پر بلا ضرورت بار نہ ڈالنے کی غرض سے

ترازو میں ایک ایسا بیرم لگا رہتا ہے جس کے ذریعہ سے ڈنڈی دھار دار نیکنوں سے اٹھا کر ایک ایسی پیتل کی سلخ پر رکھ دی جاسکتی ہے جو ایک دو شاخ نما سلخ کے ذریعہ سے ستون میں لگی رہتی ہے۔ یہ بیرم پلوں کو بھی اٹھاتا ہے۔ اس طرح کہ ان کا بوجھ ڈنڈی کے سروں کے دھار دار کناروں پر نہیں پڑتا۔ یہ انتظام ترازو کی روک کھلاتا ہے۔



شکل ۱
مساس ترازو

ترازو کو ادھر ادھر ہٹانے یا اُس کے پلوں میں باؤں کو بدلنے سے پہلے ڈنڈی کو اس طرح اوپر یا نیچے کرنا چاہئے کہ وہ مذکورہ بالا پیتل کی دو شاخ نما سلخ پر بیٹھ جائے تاکہ دھار دار کنارے ٹوٹ نہ جائیں یا بد شکل نہ ہو جائیں اور اسی لئے یہ ضروری ہے کہ ڈنڈی آہستہ آہستہ اوپر اٹھائی جائے یا نیچے اتاری جائے۔ اکثر مقاصد کے لئے معمولی ترازو کے بازوؤں کو بالکل مساوی وضع کر سکتے ہیں۔ پس حالت توازن میں جس جسم کا وزن کیا جاتا ہے

اس کے مادہ کی کمیت بائوں کی کمیت مادہ کے برابر فیض کی جاسکتی ہے۔ اگر دونوں بازو بالکل برابر نہ ہوں تو اکثر تجربوں کی صحت میں ذرا بھی اثر نہیں پڑتا بشرطیکہ ہر تجربہ میں بات ایک ہی پلڑے پر رکھے جائیں اور مجہول کمیت دوسرے پلڑے پر۔ اگر ایسا عمل کیا جائے تو ”بات“ مجہول کمیتوں کے مساوی تو نہ ہونگے مگر ان کے ساتھ ایک متعلق نسبت رکھیں گے۔ اور چونکہ اکثر تجربوں میں مادہ کی خاص کمیتوں کی نسبت ہی درکار ہوتی ہے اس لئے خاص تجربہ پر اس کا کوئی اثر نہ پڑے گا۔ اچھا طریقہ یہ ہے کہ بات ہمیشہ دہشتے پلڑے میں اور مجہول کمیت بائیں پلڑے میں رکھی جائے۔

جب کمیتوں کے مقابلہ کرنے کے لئے ترازو استعمال کی جاتی ہے تو یہ لازمی ہے کہ بحالت عدم بارڈنڈی اور پلڑے وغیرہ توازن میں ہوں۔ اس کے بعد جب مجہول کمیت کے ساتھ دوسرے پلڑے پر کے بات توازن قائم کردیں تو اس حالت میں دونوں پلڑوں پر کی نمائیں مساوی ہونگی۔ اور ڈنڈی افق کے متوازی ہو کر ٹھیکہ جائیگی یا افقی سمت کے گرد اہتراز کرنے لگیگی۔ اس کی جانچ کے لئے ایک لمبا سا نمائندہ ڈنڈی کے وسط میں مضبوطی سے لگا دیا جاتا ہے۔ اس نمائندہ کا پھیلا سراسر ایک درجہ دار بیان کے سامنے بھولتا ہے جو ترازو کے ستون میں لگا ہوا ہوتا ہے۔ جب ڈنڈی میں توازن پیدا ہو جاتا ہے تو اس نمائندہ کا سرا پیمانہ کے وسطی نشان کے گرد جھولنے لگتا ہے۔ اور اس سے ڈنڈی کی اُفقیت جانچنے کا ایک حساس طریقہ حاصل ہو جاتا ہے۔

ترازو پر وزن رکھنے کے قبل چوڑی دار پالوں کی مدد سے ترازو کی سطح اس طرح سے درست کر لینی چاہئے کہ ستون اتھرتا

سمت میں ہو یہ بات آلہ کے افق نامیا شاقول کی مدد سے دریافت ہو جاتی ہے)۔ جب یہ صورت حاصل ہو جائے تو مذکورہ بالا برم کے ذریعہ سے ڈنڈی کو دھار دار کنارہ پر رکھ کر نمایندہ کے سچلے سرے کی حرکت کا مشاہدہ کرنا چاہئے۔ بالعموم نمایندہ کے اہتزاز پیمانہ کے مرکز کے گرد نہیں ہوتے۔ لیکن اگر اس کا وسطی مقام مرکز سے دور نہ ہو تو تراژڈ کو بغیر مزید درستی کے استعمال کر سکتے ہیں۔ کسی جسم کے تولنے میں باٹ اُس وقت تک کم و بیش کئے جائیں جب تک کہ اہتزاز اُسی مقام کے گرد نہ ہونے لگے جس کے گرد کہ عدم بار کی حالت میں ہو رہا تھا۔ اس عمل کو ”کاذب صفر“ کے ساتھ عمل کرنا کہتے ہیں۔

اگر ”کاذب صفر“ بحالت عدم بار پیمانہ کے مرکز سے کئی درجہ پر ہوں تو تولنے کے قبل تراژڈ کے اس نقص کو دور کر لینا چاہئے۔ عموماً اس نقص کا تدارک ڈنڈی کے سروں پر پوری دار حلقوں سے ہو جاتا ہے۔ یہ طے ڈنڈی پر آگے پیچھے ہٹ سکتے ہیں۔ بعض تراژڈوں میں ایک پمونی سی بھندھی ڈنڈی پر لگی رہتی ہے۔ اس کے مقام کو بھی بدل کر نمایندہ بحالت عدم بار پیمانہ کے مرکز پر لایا جاتا ہے۔

اس امر کی کوشش اُس وقت تک نہیں کرنی چاہئے جب تک کہ طلبہ کو تراژڈ کی دست وری سے پوری واقفیت حاصل نہ ہو جائے۔ ان حلقوں کو آگے پیچھے ہٹانے میں سخت احتیاط کی ضرورت ہے۔ کیونکہ ایسا نہ کرنے سے تراژڈ کے مختلف حصوں کو نقصان پہنچنے کا خدشہ رہتا ہے خصوصاً دھار دار کناروں کو۔

جب ترازو (نمائندہ) بحالت عدم بار اپنے مرکزی محل یا کاذب صفر کے گرد چھوٹنے لگے تو ڈنڈی کو اتار کر آہستہ سے جمہول کمیت کو بائیں پلڑے پر رکھنا چاہئے۔ اس کے بعد بائوں کو صندوقچہ سے نکال کر دائیں پلڑے پر اس طرح رکھنا چاہئے کہ پہلے بڑے باٹ رکھے جائیں اور اس کے بعد چھوٹے چھوٹے باٹ ترتیب وار یکے بعد دیگرے بدلے جائیں۔

جب کبھی پلڑے کو باٹ کے ہٹانے یا رکھنے کی غرض سے چھوٹنا ہو تو ڈنڈی کو ضرور نیچے اتار لینا چاہئے۔ خواہ باٹ کتنا ہی چھوٹا کیوں نہ ہو۔ تعادل کا اندازہ لگانے کے لئے ڈنڈی کو پورے طور سے اٹھانا بالکل بیکار ہے۔ کیونکہ عدم تعادل کا پتہ نمائندہ کی حرکت سے بخوبی ہو جاتا ہے۔ ڈنڈی کو پورے طور سے اٹھانے کی ضرورت اس وقت تک نہ ہوگی جب تک کہ سنتی گرام کے باٹ نہ استعمال کئے جائیں۔

بعض اوقات جب ایک سنتی گرام سے کم کا باٹ صندوقچہ میں نہیں ہوتا ہے تو اس صورت میں ملی گرام یا اس سے کم کا وزن ایک راکب کے ذریعہ سے دریافت ہو جاتا ہے۔ یہ راکب تار کو موڑ کر اس طرح بنایا جاتا ہے کہ وہ ترازو کی ڈنڈی پر بیٹھ سکے۔ اس کا وزن عموماً ایک سنتی گرام ہوتا ہے۔ ڈنڈی پر ایسے نشانات دیئے رہتے ہیں کہ نشانوں کا درمیانی فاصلہ بازو کے طول کا دسواں حصہ ہوتا ہے۔ راکب کو ڈنڈی پر آگے پیچھے ہٹا کر ترازو میں تعادل قائم کیا جاتا ہے۔ اور حالت تعادل میں راکب کے محل کو دیکھ لیا جاتا ہے پتہ چلے کہ ڈنڈی پر ایک سنتی گرام وزنی راکب نصاب سے بازو کے $\frac{1}{10}$ حصے کے فاصلہ پر پلڑے میں کے ایک ملی گرام کے وزن کے برابر ہے۔ اور $\frac{1}{10}$ حصے کے فاصلہ پر ۲ ملی گرام کے برابر و علیٰ نذر اس طرح سے سنتی گرام راکب کے ذریعہ سے کسی جسم کا وزن ایک ملی گرام یا اس سے کم کی حد تک

دریافت کیا جاسکتا ہے۔ بشرطیکہ ترازو کا بازو مندرجہ بالا طریقہ سے درجہ دار ہو۔ اور ترازو بھی کافی طور سے ایسا حساس ہو کہ وزن میں اس حد تک کا فرق متیز ہو جائے۔

باٹوں کے صندوقچہ کے ساتھ اتنی ہی احتیاط برتنی لازم ہے جتنی کہ ترازو کے ساتھ۔ بات میں اگر رنگ لگ جائے تو اس کی کمیت میں فرق آجاسکتا ہے (اس لئے یہ احتیاط ہونی چاہئے کہ باٹوں سے تیزاً پارا یا پانی لگنے نہ پائے۔ اگر رنگ لگنے کی وجہ سے کسی بڑے باٹ کی کمیت میں ایک ملی گرام سے زیادہ اضافہ ہو گیا ہو تو اس حالت میں ملی گرام کی حد تک تولنا بالکل بے معنی ہوگا۔ کسی اچھے اور درست صندوقچہ کے باٹوں کو خواہ وہ چھوٹے ہوں یا بڑے ہمیشہ پیچھے کے ذریعہ سے اٹھانا چاہئے اور اس بات کا لحاظ رکھنا ضروری ہے کہ چھوٹے باٹ مڑنے نہ پائیں۔ ان کو اس کنارے سے پکڑنا چاہئے جو اس کے لئے مخصوص ہے۔ چھوٹے باٹوں کی دست ورزی کی سہولت کے لئے ان کو ترازو کے پلڑے میں بڑے باٹوں کے اوپر رکھنا چاہئے۔

کسی تجربہ میں جہاں تک ممکن ہو بات ایک ہی صندوقچہ سے لینے چاہئیں اگر دو صندوقچوں کی ضرورت پڑ جائے تو استعمال کے بعد باٹوں کو اپنے اپنے صندوقچے میں واپس رکھ دینا چاہئے۔ جب تولنے کا عمل ختم ہو جائے تو باٹوں کا حساب (جب وہ پلڑے ہی میں ہوں) بیاض میں نوٹ کر لینا چاہئے۔ بعد ازاں ہر باٹ کو پلڑے سے صندوقچہ میں داخل کرتے وقت اس کی قیمت علیحدہ علیحدہ قلمبند کر لینی چاہئے۔ اس طریقہ سے بھی باٹوں کی مجموعی قیمت معلوم ہو جائیگی۔

اور اس طرح سے کوئی غلطی ہو بھی جائے تو وہ معلوم ہو سیکگی اور اس کی محنت بھی ہو جائیگی۔ اگر یہ احتیاط نہ برقی جائے تو ممکن ہے کہ تولنے کے عمل کو دوبارہ کرنا پڑے اور کل تجربہ بیکار ثابت ہو۔

اگر جسم اور کمرہ کی تپش میں کوئی معتدبہ فرق ہو تو جسم کا وزن صحت کے ساتھ دریافت نہیں ہو سکتا۔ کیونکہ اس حالت میں ہوا میں حملی ردوئیں پیدا ہو جاتی ہیں۔ اگر جسم ہوا سے ٹھنڈا ہو تو جسم پر رطوبت بخمد ہو سکتی ہے۔ اور اس کی وجہ سے تعین شدہ وزن اصلی وزن سے زیادہ ہو جائیگا۔

کوئی زنگ انگیز مائع ترازو کے صندوق کے اندر اُس وقت تک داخل نہ کیا جائے جب تک کہ مائع کے برتن کو ڈاٹ کے ذریعہ سے بند نہ کر دیا جائے۔ ترازو میں داخل کرنے کے قبل، مائع کے برتن کے بیرونی حصوں کو خوب خشک اور صاف کر لینا چاہئے۔

تجربہ ۷۔ ترازو کے ذریعہ سے کسی جسم کے مادہ کی کمیت کی تعیین۔

بیچوں کے ذریعہ سے ترازو کی سطح درست کرو۔ دستہ گھما کر ڈنڈی کو آزاد کرو اور اس بات کا لحاظ رکھو کہ ڈنڈی بغیر کسی رکاوٹ کے دھار دار کناروں پر بیٹھ جائے۔ اگر ڈنڈی نہ ہلنے لگے تو پلڑوں میں سے کسی ایک پر ہاتھ کو جلد جلد ہلا کر ہوا کی دھیمی رد پیداکرو۔ اس طریقہ سے جب ڈنڈی اُپر نیچے آزادانہ ہلنے لگے تو نمائندہ کا اوسط مقام پیمانہ پر مشاہدہ کرو۔ اگر ترازو کے ہلنے کو موقوف کرنا ہو تو جب نمائندہ وسطی مقام کے قریب آجائے تو ”روک“ استعمال کرو۔ کمیت جھول کو بائیں پلڑے پر رکھو اور ایک ایسا باٹ دائیں پلڑے پر رکھو جو بائیں طرف کے وزن سے توازن قائم کرنے کے لئے کافی معلوم ہو۔ ڈنڈی کو آزاد کر کے دیکھو کہ باٹ ضرورت سے زیادہ ہے یا کم۔ تولنے کے عمل کو جاری رکھو مگر باٹوں کو اس طرح استعمال کرو کہ پہلے بڑا رکھو اور بعدہ چھوٹا اور اسی طریقے سے باٹ کو بتدریج کم کرتے جاؤ۔ جب تک کہ پورا توازن پیدا نہ ہو جائے اس بات کا ہمیشہ خیال رہے کہ باٹوں کو رکھتے یا ہٹاتے ہوئے ترازو کی حرکت کو روک لینا چاہئے۔ جب کہ نمائندہ اُسی اوسط مقام کے گرد ہلنے لگے جس کے

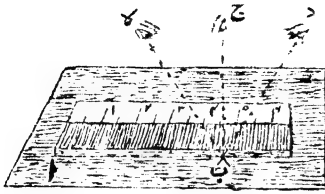
گرد پہلے وہ ہلکا تھا تو ترازو کو روک لو۔ اور جب باٹ پلڑے ہی پر رہیں تو ان کو منسوب کر کے نتیجہ درج کر لو۔ جب باٹ یکے بعد دیگرے پلڑے سے ہٹا کر صندوق میں رکھے جائیں تو اس وقت بھی ان کو گزن لو۔ اس عمل سے باٹوں کے حساب میں غلطی کا احتمال کم ہو جائیگا۔ مذکورہ بالا طریقہ سے پہلے دو اجسام "۱" اور "۲" کی کثیت جدا جدا دریافت کرو۔ بعد اس کے دونوں اجسام کی مجموعی کثیت دریافت کرو اور اس طرح سے جو قیمت حاصل ہوگی وہ دونوں کثیتوں کا حاصل جمع ہوگا۔

۲۔ طول کی پیمائش

طبیعیات کے طلبہ کے لئے طول کی پیمائش شاید سب سے آسان پیش ہے۔ مگر چونکہ سائنس کے کسی بھی علمی کام شروع کرنے کے قبل طول کی پیمائش کے استعمال سے ہر کوئی واقف رہتا ہے لیکن مختلف قسم کے طول کی پیمائش میں جو آگاہی صحت کی ضرورت پڑتی ہے اس لئے ہم چند خاص خاص سوچوں میں صحت کے مختلف درجے حاصل کرنے کے طریقوں کی توضیح کریں گے۔

یہاں اس امر کا خیال رکھنا چاہئے کہ طول کی کل پیمائشوں میں دو مشاہدے ضرور کئے جاتے ہیں کیونکہ جس طول کی پیمائش ہوتی ہے اس کے ہر ایک سرے پر مشاہدہ کیا جاتا ہے۔ اس وجہ سے طول کی قیمت میں دوہری غلطی کا احتمال رہتا ہے۔

معمولی پیمانہ سے جو مشاہدات کئے جاتے ہیں ان کی صحت محدود ہے کیونکہ درجوں کے نشان میں کچھ نہ کچھ موٹائی رہتی ہے اور آنکھ بھی براہ راست درجوں کی کسوں کو ۰.۱ ملی میٹر سے قریب تر اندازہ نہیں کر سکتی۔ اس لئے معمولی پیمانہ سے طول کا اندازہ کرنے میں صحت ۰.۲ ملی میٹر سے زیادہ حاصل نہیں ہو سکتی ہے۔ اگر اس سے اعلیٰ درجہ



شکل ۲
اختلاف منظر کی وجہ سے غلطی

کی صحت مقصود ہو تو ایک ایسے آلہ کا استعمال لازمی ہے جس سے آنکھ کو مدد ملے۔ اور یہ بھی لازم ہے کہ درجوں کے نشانات بھی باریک اور منظم ہوں۔ اگر یہ مانے کو لٹا کر رکھیں تو اس کے استعمال سے ۰.۲ ملی میٹر سے زیادہ کی بھی غلطی ہو سکتی ہے کیونکہ اس صورت میں پیمانے کی موٹائی کی وجہ سے اختلاف منظر کی متعدد غلطی ممکن ہے۔

پیمانے کا درجہ دار کناڑا ہمیشہ اس طرح سے رکھا جانا چاہئے کہ وہ ان دو نقطوں سے ملا ہوا ہو جن کے درمیانی فاصل کی پیمائش



شکل ۳
پیمانے کے استعمال کا صحیح طریقہ

ہوتی ہے۔ اس امر کے لئے ضروری ہے کہ پیمانے کو درجہ بند پہلو پر کھڑا رکھا جائے۔ مثلاً اگر دو نشان کاغذ پر بنے ہوں تو ان کا درمیانی فاصلہ ناپنے کے لئے پیمانے کو ایسا رکھنا چاہئے جیسا کہ شکل ۳ میں دکھایا گیا ہے۔

جب کسی جسم کے طول کی پیمائش براہ راست پیمانے کے ذریعہ ممکن نہ ہو تو اس صورت میں ڈویڈر یا انڈرونی یا بیدرونی "سرل چپ" استعمال کیا جاسکتا ہے۔ چند حالتوں میں بیم کمپاس بکار آمد ہے۔ یہ ایک استوار سلاخ ہے جس میں دو ایسے ٹکڑے لگے ہیں جو آگے پیچھے سلاخ پر حرکت کر سکتے ہیں اور ان میں کمپاس کی دو نوکیں لگی ہوتی ہیں جو

صلاح پر علیٰ القوائم ہیں۔

وزیئر (کسپریم) کا اصول

پی وزیئر (کسپریم) نے پیمائش کی ایک ایسی قابل تعریف ترکیب نکالی ہے جس سے پیمائش میں عینی اندازہ کی صحت سے کہیں اعلیٰ تر صحت حاصل ہو سکتی ہے۔ یہ ترکیب ایک آلے پر مشتمل ہے جو اُسی کے نام سے موسوم ہے۔ اس میں ایک چھوٹا معاون پیمانہ ہے جو معمولی پیمانے پر آگے پیچھے حرکت کر سکتا ہے۔ یہ معاون پیمانہ وزیئر پیمانہ کہلاتا ہے۔ اس کے درجے معمولی پیمانوں کے درجوں سے یا تو بڑے ہوتے ہیں یا چھوٹے۔

اس آلہ کی بڑی خوبی یہ ہے کہ وہ بالکل سادہ ہے۔ اور اگر معاون پیمانے کی درجہ بندی موزوں ہو تو ہم اس کے ذریعہ سے درجہ کی کسی کسر کو جس کی ضرورت ہو کافی صحت کے ساتھ پیمائش کر سکتے ہیں۔ عموماً کسپریم اس شکل میں استعمال کیا جاتا ہے جس میں وزیئر (معاون پیمانے) کے درجے اصلی پیمانوں کے درجوں سے کچھ چھوٹے ہوتے ہیں۔ اس لئے اسی قسم کے کسپریم کا بیان کیا جائیگا اگرچہ دونوں شکلوں کے کسپریم میں ایک ہی اصول کی پابندی کی جاتی ہے۔

معاون پیمانے کی درجہ بندی ایک ایسے درجہ سے شروع کی جاتی ہے جس کو وزیئر کا صفر کہہ سکتے ہیں۔ اس درجہ پر یا تو پیکان کی شکل بنی ہوتی ہے یا کسی اور قسم کا امتیازی نشان لگا دیا جاتا ہے۔ پیمانے پر وزیئر کے صفر کے ایک طرف ”ن“ برابر برابر درجے بنائے جاتے ہیں اور بعض اوقات صفر کی دوسری طرف بھی ایک یا دو درجے رہتے ہیں۔ وزیئر کے یہ ”ن“ درجے اصلی پیمانے کے (ن - ۱) درجوں کے برابر ہوتے ہیں۔

اس لئے دریئر کا ہر ایک درجہ اصلی پیمانے کے ہر ایک درجے کے $\frac{1}{n}$ کے برابر ہوگا۔ بناء بریں دریئر کا ہر ایک درجہ اصلی پیمانے کے ہر ایک درجے سے بہ مقدار اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{1}{n}$ کے کم ہوگا یا یوں کہو کہ:—

۱ اصلی پیمانے کا درجہ - ۱ دریئر کا درجہ = $\frac{1}{n}$ اصلی پیمانے کا درجہ
اس مقدار کو (یعنی اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{1}{n}$ حصے کو) "دریئر کا مستقل یا شمار اقل" کہتے ہیں۔ اس طریقے سے دریئر کو اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{1}{n}$ حصے تک کی پیمائش کرنے میں استعمال کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ دریئر کا پیمانہ اصلی پیمانے پر اتنا ہٹایا گیا ہے کہ دریئر کا صفر اصلی پیمانے کے کسی ایک درجے کے نشان سے ٹھیک مل گیا ہے اس حالت میں اصلی پیمانے کے صفر اور دریئر کے صفر کا درمیانی فاصلہ اصلی پیمانے کے پورے پورے درجوں کے برابر ہوگا۔ اور یہ دُہی فاصلہ ہے جس کو ہم دریافت کرنا چاہتے ہیں۔ دریئر کے درجوں کے دوسرے نشانات اصلی پیمانے کے درجوں کے ساتھ ٹھیک نہیں ملیں گے بلکہ وہ یعنی (دریئر کے دوسرے نشانات) بالترتیب اصلی پیمانے کے ایک درجے کا $\frac{1}{n}$ ، $\frac{2}{n}$ ، $\frac{3}{n}$ وغیرہ حصے پیمانے کے صفر کی طرف ہٹ کر رہیں گے۔

اب فرض کرو کہ دریئر اصلی پیمانے پر کچھ اور آگے اتنا ہٹایا گیا کہ دریئر کے صفر نے اصلی پیمانے کے ایک درجے کا $\frac{1}{n}$ حصہ ملے کیا۔ اس سے صاف ظاہر ہے کہ دریئر کے درجے کا نشان (۱) ہٹ کر اصلی پیمانے کے کسی درجے سے مل جائیگا۔ اب اگر دریئر کو اور آگے اتنا بڑھایا جائے کہ صفر اصلی پیمانے کے درجے کا $\frac{1}{n}$ حصہ پھر ملے کرے تو دریئر کے درجے کا نشان (۲) اصلی پیمانے کے کسی درجے سے مل جائیگا۔ اگر دریئر کے صفر کا کل ملے کیا ہوا فاصلہ اصلی درجے کے $\frac{3}{n}$ حصے کے

برابر ہو تو وزیئر کا نشان (۳) اصلی پیمانے کے کسی ایک درجے سے مل جائیگا
وعلیٰ ہذا۔

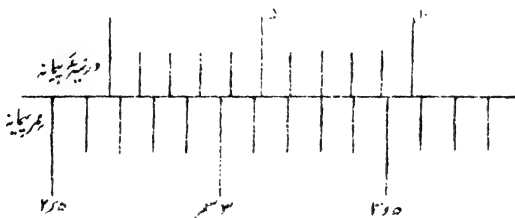
اگر وزیئر کا نشان (۴) اصلی پیمانے کے کسی درجے کے ساتھ مل
جائے تو اس سے یہ معلوم ہوگا کہ وزیئر کے صفر نے اپنے ٹھیک اگلے
اصلی درجے سے ایک اصلی درجے کا $\frac{1}{2}$ حصہ فصل طے
کیا ہے۔

وزیئر کا پیمانہ استعمال کرتے وقت سب سے پہلے ”شمارِ اقل“
دریافت کر لینا چاہئے۔ اس کے بعد مندرجہ ذیل قاعدے سے درجوں
کو بڑھنا چاہئے :-

وزیئر پیمانے کے صفر سے جو ٹھیک اگلا اصلی درجہ ہے
اُس کو بڑھ لو۔ وزیئر کے اس نشان کو بھی بڑھ لو جو کسی ایک
اصلی درجے سے ملا ہوا ہے۔ یہ نشان کچھ عدد بتائیگا اور اصلی درجے
کے $\frac{1}{2}$ حصے کا اتنا ہی گنا اصلی پیمانے کے اُن درجوں میں
جوڑ دو جو پہلے بڑھے جائیکے ہیں۔ جو نتیجہ نکلیگا وہ اصل پیمانے
کے صفر سے وزیئر پیمانے کے صفر کا فاصلہ ہوگا۔

ذیل میں دو مثالیں دی گئی ہیں جن میں وزیئر کے معائنہ
اور استعمال کرنے کا طریقہ بتایا گیا ہے :-

(۱) وزیئر کے پیمانے میں دس درجے ہیں اور اصلی پیمانے
کا ہر درجہ ایک ملی میٹر ہے۔ وزیئر کے دس درجے نو ملی میٹر کے برابر ہیں شکل ۴۔



شکل ۴۔ وزیئر پیمانہ

میں دیکھو کہ ورنیز کا صفر اصلی پیمانے کے چھبیسویں اور ستائیسویں نشان کے درمیان واقع ہے۔ اور ورنیز کا ساتواں نشان ملی میٹر پیمانے کے ایک خاص درجہ کے ساتھ ایک سیدھ میں ہے۔ دریافت طلب یہ ہے کہ ورنیز کا صفر کس مقام پر ہے۔

ورنیز کا مستقل او۔ ملی میٹر ہے کیونکہ ورنیز کے دس درجے اصلی پیمانے کے نو درجوں کے برابر ہیں اور اصلی پیمانہ کا ہر درجہ ایک ملی میٹر ہے۔

اصلی پیمانہ پر ورنیز کے صفر کے ٹھیک پہلے ۲۶ ملی میٹر کا نشان ہے۔ چونکہ ورنیز پر اصلی درجوں کے $\frac{1}{10}$ حصے تک پڑھ سکتے ہیں اس لئے مقام دریافت طلب ۲۔۶ سر ۲۶ اصلی صیتر ہے۔ [واضح رہے کہ اصلی پیمانے کے اس نشان سے جو ورنیز کے ساتویں نشان کی سیدھ میں ہے پیمائش میں کوئی کام نہیں لیا جاتا۔]
✓ (۲) ایک مدور پیمانہ اس طریقہ سے زادیوں میں تقسیم کیا گیا ہے کہ اس کا ہر زادیہ ۹ کے برابر ہے اور ہر درجے کے تین مساوی حصے کئے گئے ہیں یا یوں کہئے کہ پیمانے کا ہر بڑا درجہ ۹ کے برابر ہے اور ہر چھوٹا درجہ $\frac{1}{3}$ کے۔

اس پیمانے میں ایک ورنیز بھی لگا ہوا ہے۔ ورنیز کے بیس درجے اصلی پیمانے کے اُنس پچھوٹے درجوں کے برابر ہیں اس لئے ورنیز کا مستقل $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ (۱/۱۰۰ کے) شکل ۵ کو دیکھو۔ ورنیز کا صفر بڑے درجوں

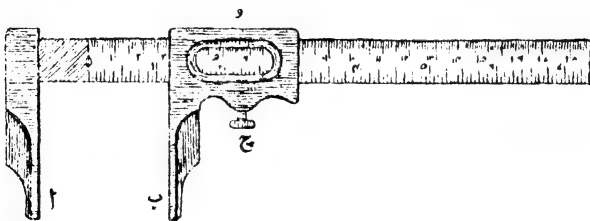


شکل ۵۔ مدور پیمانہ اور ورنیز

کے نشان ۸ اور ۹ کے درمیان واقع ہے۔ مگر وہ اس بڑے درجے کے آخری حصے میں ہے۔ ورنیٹر کا چوتھا نشان اصلی پیمانے کے ایک خاص نشان کی سیدھ میں ہے۔ دریافت طلب یہ ہے کہ ورنیٹر کا صفر اصلی پیمانے کے کتنے زاویے بتاتا ہے۔

ورنیٹر کے صفر سے ٹھیک پہلے کا اصلی نشان ۸ $\frac{1}{2}$ (۸.۵ - منٹ) بتاتا ہے اور چونکہ ورنیٹر کا چوتھا درجہ اصلی پیمانے کے ایک خاص درجہ کی سیدھ میں ہے اس لئے اصلی پیمانے کے اوپر صفر کے آگے جو کچھ لکھا ہے اُس میں ۴ $\times \frac{1}{2}$ (۴) کا اور اضافہ کرنا ہوگا یعنی جہاں پر ورنیٹر کا صفر ہے وہ مقام ۸.۵ - ۴ ہے۔ اسی طریقے سے ہر قسم کے ورنیٹر کو ہم استعمال کر سکتے ہیں۔

سرل چاپ کا استعمال :- سرل چاپ ایک آلہ ہے جس کی مدد سے جسموں کے طولی ابعاد ناپے جاتے ہیں۔ یہ حقیقت میں ورنیٹر کسر پیمانہ ہے اس میں ایک دھات کا پیمانہ ہے جس کے 'ا' اور 'ب' دو جبڑے پیمانے سے علیٰ القوائم لگے ہوتے ہیں۔ جبڑا 'ا' کتابت ہے مگر دوسرا جبڑا پیمانے پر آگے پیچھے ہٹ سکتا ہے۔ پیمانے کی درجہ بندی ملی میٹروں میں ہے متحرک جبڑے میں ایک چھوٹا پیمانہ لگا ہوا ہے جو ورنیٹر کا کام دیتا ہے (دیکھو شکل ۷)۔ اس میں ایک بیج چ لگا ہوا



شکل ۷۔ سرل چاپ

ہے جس کی مدد سے جبرے ب کو جس جگہ چاہیں ثابت کر سکتے ہیں۔
 تجربہ ۱۔ ایک سلاخ کے طول کی پیمائش
 سہل چاب کی مدد سے۔

اگر آلہ درست ہو اور جب متحرک جبرے ثابت جبرے سے
 رل جائیں تو وزنیٹر کا صفراہلی پیمانے کے صفر کے ساتھ ٹھیک رل جائیگا۔
 اگر یہ کیفیت نہ ہو تو آلہ میں ”صفر کی غلطی“ ہے۔ اور اُس کو پیمائش
 کرتے وقت محسوب کر لینا چاہئے۔ اس کے بعد وزنیٹر کا مستقل (شار اقل)
 دریافت کر لو۔

جسم کو جس کا طول دریافت کرنا ہے دونوں جبروں کے درمیان
 اس طرح سے رکھو کہ جسم کا ایک سر ثابت جبرے سے رل جائے اور
 متحرک جبرے کو اس طرح سے ہٹاؤ کہ وہ جسم کے دوسرے سر سے
 رل جائے۔ جب زیر پیمائش جسم چھوٹا ہو تو متحرک جبرے کو اتنا ہی
 ہٹاؤ کہ جسم صرف اٹکا رہے اور اُس پر زیادہ دباؤ نہ پڑے۔ وزنیٹر کے
 صفر کے ٹھیک پہلے ملی میٹر (اصلی) پیمانے پر جو نشان ہو اُس کو
 پڑھ لو۔

یہ نشان وزنیٹر اور اصلی پیمانے کے صفروں کا درمیانی فاصلہ
 بتلائیگا۔ اور چونکہ یہ دونوں صفر جب جبرے بند کر دئے جائیں تو ایک
 ہی سیدھ میں آجائینگے اس لئے فاصلہ متذکرہ بالا جبروں کا ہی درمیانی
 فاصلہ ہوگا یعنی یہ فاصلہ اس جسم کا طول ہے۔

بالعموم وزنیٹر کا صفراہلی پیمانے کے کسی خاص نشان کے ٹھیک
 مقابل نہیں پڑتا ہے اس لئے ملی میٹر کی کسروں کی بھی قیمت دریافت
 کرنی پڑتی ہے۔ یہ کسریں وزنیٹر کسر پیمائش کی مدد سے حاصل ہوتی ہیں۔
 وزنیٹر کسر پیمائش کو دیکھو کہ وزنیٹر کا کونسا نشان (اصلی) ملی میٹر کے پیمانے
 کے کسی خاص درجے کی سیدھ میں ہے۔ فرض کرو کہ وزنیٹر کا تیسرا نشان
 سیدھ میں ہے اور اگر شمار اقل ۱۰ ملی میٹر کے برابر ہو تو کسر مطلوبہ

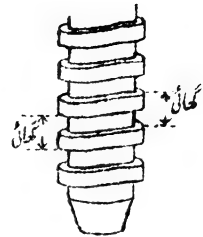
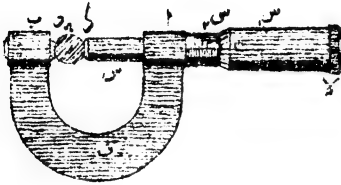
۳. و. ملی میٹر کے برابر ہے۔ اگر درزیر کا چوتھا نشان اصلی پیمانے کے کسی خاص نشان کے مقابل ہے تو کسر مطلوبہ ۰.۴ ملی میٹر کے برابر ہے وعلیٰ ہذا۔ تذکرہ بالا عمل کی تشریح صفحہ (۲۶) میں ہو چکی ہے۔ اس طریقہ سے درزیر کے صفر کے پہلے اصلی پیمانے پر کا درجہ بڑھ لیا جائے اور اس میں درزیر کی مدد سے مذکورہ بالا عمل سے کسر بڑھ لی جائے۔ فصل مطلوب دونوں قیمتوں کو جوڑ دینے سے حاصل ہوگا۔

مذکورہ بالا طریقے سے شیشے یا کسی دھات کی دو منتظم سلاخوں کے طول کو احتیاط سے دریافت کرو اور ان دونوں طولوں کی باہمی نسبت دریافت کرو۔ پھر ان دونوں سلاخوں کو ترازو میں تولو اور ان کے وزن کی باہمی نسبت نکالو۔ اگر سلاخیں منتظم ہوں تو وزنوں اور طولوں کی نسبتیں برابر ہونگی۔

پہچان خوردہ پیماس کا اصول

خوردہ پیماس ایک دوسری شکل کا آلہ ہے جس کی مدد سے چھوٹے جسموں کے ابعاد بہت زیادہ صحت کے ساتھ دریافت کئے جاسکتے ہیں۔ اس میں نہایت احتیاط سے ٹھیک کٹی ہوئی بیج کی چوڑیاں ہوتی ہیں جو چوڑی دار مجوف اسطوانہ کے اندر حرکت کرتی ہیں۔

(شکل ۷ دیکھو) اس میں ایک ثابت ڈھانچہ "د" ہے جس میں ایک مجوف اسطوانہ "ا" لگا ہوا ہے۔ اس اسطوانہ کی اندرونی سطح میں پہچان خوردہ چوڑیاں ہیں۔ بیج کے سلسلہ میں ایک سلاخ "س" ہے۔ یہ بیج اسطوانہ "ا" کے اندر آئے یا پیچھے حرکت کر سکتا ہے۔ اور بیج کے سرے "د" میں ایک آئینہ نما اسطوانہ "ن" لگا ہے۔ اس آئینہ کا کنارہ سرے کسی خاص حصوں پر منقسم ہے۔



شکل م: بیچ دار فردہ پیمانہ

شکل ن: بیچ کی گھائی

عموماً اس کے پچاس یا سو برابر حصے کئے جاتے ہیں۔ سلخ سے کارسرا
 ک ٹھیک مسطح کیا ہوا ہے اور ثابت بیچ کارسرا پ اسی طرح
 مسطح ہے۔ اور یہ ثابت ڈھانچے کے عضو پ میں لگا ہوا ہے۔
 یہ بیچ ہمیشہ کے لئے اس طریقے سے ٹھیک کر لیا جاتا ہے کہ جب س
 کا کنارہ اسطوانہ ا کے پیمانے کے صفر درجہ پر منطبق ہو جاتا ہے
 اور پیمانہ س کا صفر درجہ اسطوانہ س کے پیمانے کے وسطی خط پر
 منطبق ہو جاتا ہے تو دونوں سطحیں پ اور ک آپس میں مل جاتی
 ہیں۔ پیمائش کرنے کے قبل یہ دیکھ لینا چاہئے کہ اسطوانہ ا کا پیمانہ
 ملی میٹروں میں یا انچ کی کسروں میں منقسم ہے۔ اس کے بعد بیچ س
 کی گھائی دریافت کرنی چاہئے جب بیچ کے سرے کا کو ایک مکمل
 گردش ہوتی ہے تو ک آگے یا پیچھے اسی فاصلے تک ہٹتا ہے۔ جب کا
 کو بیچ کی طرف ایک پوری گردش ہوتی ہے تو ا پیمانے کا آدھا یا پورا درجہ نکل
 آتا ہے اور یہی بیچ کی گھائی ہے۔ اس کے بعد پیمانے س کے ایک درجہ
 کی قیمت دریافت کرنی چاہئے۔

عموماً بیچ س کی گھائی ۵.۰ ملی میٹر ہوتی ہے اور س

پچاس مساوی حصوں میں منقسم ہوتا ہے۔
اس لئے س کے ایک درجہ = $\frac{1}{5} \times 0.5$ ملی میٹر

اگر س سو مساوی حصوں میں منقسم ہو تو اس صورت میں
س کے ایک درجے کی قیمت = $\frac{1}{100} \times 0.5$ ملی میٹر

جس جسم کی پیمائش ہوتی ہے وہ پ اور ک کے درمیان رکھا جاتا
ہے۔ اور پتیل کا ہر اکہ جو کھردرا ہوتا ہے گھمایا جاتا ہے جب تک کہ
جسم کی ہلکی گرفت دونوں سطحوں پ اور ک کے درمیان نہ ہو
جائے۔ پیمائش پر درجے بڑھ لئے جائیں اور س کی مدد سے جو
قیمت نکلے اُس کو پیمانے کی قیمت میں جوڑ دیا جائے جو حاصل
ہوگا وہ جسم کا طول ہوگا۔

تجربہ س۔ پیدا کردہ پیمائش کی مدد سے کسی تختی
کی موٹائی دریافت کرنا۔ خردہ پیمائش کے استعمال سے قبل پتیل کی گھائی
دریافت کر لینی چاہئے پتیل خود اسطوانہ ۱ میں چسپا ہوا ہے لیکن اگر
درجہ دار سبب ذرا سا باہر کی طرف گھمایا جائے تو پیمانہ ۱ جو اسطوانہ پر
بنا ہوا ہے کھل جائیگا۔ جس کی مدد سے گھائی دریافت ہو جائیگی۔
اسطوانہ پر جو پیمانہ ہے اُس کے ہر درجے کی قیمت سنتی میٹر
یا انچ کے پیمانے سے مقابلہ کر کے دریافت کرو اور یہ بھی دریافت
کرو کہ پتیل کو کتنے بار گھمانے سے ایک درجہ کا فضل طے ہوتا ہے۔
اس کے بعد کفارہ س کے درجوں کی تعداد دریافت کرو۔
اس سے س کے ایک درجے کی قیمت معلوم ہو جائیگی۔

مثلاً اگر گھائی ۰.۵ ملی میٹر ہو اور س پر سو درجے ہوں
تو ہر درجے کی قیمت ۰.۰۵ ملی میٹر ہوگی اور دو درجوں کی قیمت ۰.۱
ملی میٹر ہوگی وغیرہ۔ اس صورت میں ۰.۰۵ ملی میٹر پتیل وار پیمانے کا منتقل

ہوگا۔

بیچہ از نرودہ پیا میں ایک سراپ نکلا ہوا ہے جو اسطوانے کے ساتھ ایک خمیدہ بازو کے ذریعہ ٹا ہوا ہے۔ جب بیچ کا سرا ک اس کے ساتھ مس کرے تو مس کا صفر ۱ کے صفر کے ساتھ منطبق ہو جانا چاہئے۔ اگر ایسا نہ ہو تو آلے میں صفری غلطی ہے جس کا لحاظ بمائش میں رکھنا ضروری ہے۔

اس امر کا خیال رکھ کہ بیچ گھماتے وقت سطح پ اور ک کے درمیان دباؤ نہ پڑے۔ اگر دباؤ زیادہ پڑ گیا تو بیچ کی چوڑیوں کو ضرر پہنچنے کا اندیشہ ہے اور آلے کا ڈھانچہ بھی بڑھکل ہو جائیگا۔ بعض آلوں میں ایک ”آزاد چنچ“ کا انتظام رہتا ہے جس کے ذریعے سے جب دباؤ کسی خاص حد سے بڑھ جاتا ہے تو صرف بیچ کا سرا کا ہی گھومتا ہے۔ اس انتظام سے پ اور ک کے درمیان ضرورت سے زیادہ کبھی دباؤ نہیں پڑ سکتا اور دباؤ کے اختلاف سے درجہ پڑنے میں کسی قسم کی غلطی کا احتمال نہیں رہتا۔

اگر کسی جسم کے طولی ابعاد دریافت کرنے ہوں تو جسم کو سطح پ اور ک کے درمیان رکھو اور بیچ کے سرے کا کو اتنا گھاؤ کہ جسم نیلے طور سے انک جاوے۔ اگر آلے کو استعمال کرنے میں بجائے کا اسے ہموار سطح سم گھائی جائے تو مناسب ہوگا۔ مس کو گھماتے جساؤ جب تک کہ انگلیاں پھسلنے نہ لگیں مگر اس بات کا لحاظ رکھو کہ گرفت ہلکی ہو۔

جب یہ صورت قائم ہو جائے تو بیچ نیچے درجے پڑے ہو۔ اور اگر ضرورت ہو تو صفری غلطی بھی محسوس کر لو۔ مشاہدے کئی بار کرنے چاہئیں اور سب مشاہدوں کی اوسط قیمت نکال لو اور یہی اوسط قیمت جسم کا طولی بُد ہوگا۔

اس طریقے سے کسی دعوات کی تختی کی موٹائی دریافت کرو۔ تختی

کے مختلف نقطوں پر مشاہدے ہونے چاہئیں۔ اوسط موٹائی سب مشاہدوں کی اوسط قیمت ہوگی۔

اسی طریقے سے اُسی دھات کی ایک دوسری تختی کی بھی موٹائی دریافت کرو مگر دوسری تختی کا رقبہ پہلی تختی کے برابر ہونا چاہئے۔ ان دونوں موٹائیوں کی نسبت دریافت کرو۔ پھر دونوں تختیوں کے وزن بھی الگ الگ دریافت کرو۔ اور ان دونوں کی نسبت نکالو۔ اگر تختیاں ہموار ہوں اور ان کی کشافیت بھی مساوی ہو تو موٹائیوں کی نسبت دونوں کی نسبت کے برابر ہوگی۔

خردہ پیمائیں

فرق مناظر کی مدد سے طول کی صحیح پیمائشوں کے بہت سے طریقے ہیں۔ ان میں سے ایک خرد بین کا طریقہ ہے جس کے ”چشمہ“ میں ایک خردہ پیمائش لگا رہتا ہے۔ ایک نہایت باریک شفاف پیمانہ ”چشمے“ کے ماسک پر لگا دیا جاتا ہے۔ بعض آلوں میں اس پیمانے پر کڑی کے جانے کا ایک تار خردہ پیمائش کی مدد سے اس طرح متحرک کیا جاسکتا ہے کہ وہ تار درجے کی کسرؤں کو بتلا سکے۔ خردہ بین اس واسطے استعمال کی جاتی ہے کہ وہ جسم کا ایک مکبر (بڑا) خیال پیدا کرتی ہے اور اس کی مدد سے پیمائش میں آسانی ہو جاتی ہے۔ (دیکھو دائرۃ بین منظر ۳۸ مطبوعہ دارالترجمہ) چشمے کے ماسک پر اصلی خیال پیدا ہوتا ہے اور اُسی جگہ پر وہ باریک و شفاف پیمانہ بھی رکھا ہوا ہے۔ اس طریقے سے چشمے کے ذریعے جسم کا خیال اور پیمانہ ایک ہی حالت میں دیکھا جاتا ہے۔ ایک معلوم طول کا جسم خرد بین کے ذریعے سے دیکھا جاتا ہے اور اس میں جو تکبیر پیدا ہوتی ہے وہ مذکورہ بالا شفاف پیمانے کے ذریعے سے دریافت ہو جاتی ہے۔ ان دو مشاہدوں سے چھوٹے جسم کا طول دریافت

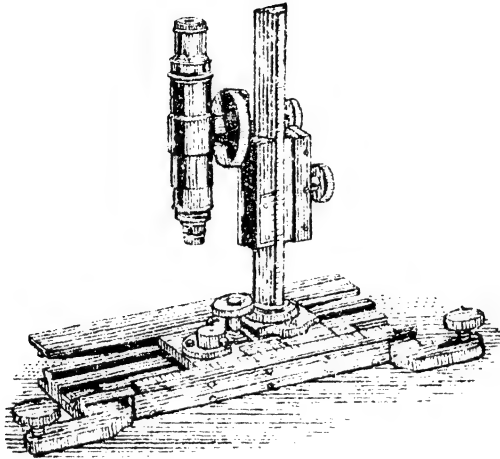
ہو سکتا ہے۔ مگر اس امر کا لحاظ رہے کہ دونوں مشاہدوں میں خردبین کی ہیئت ایک ہی رہے۔

مثلاً جسم زیر پیمائش کا خیال ۵۲.۴ خردہ پیمائش کے درجوں کے برابر ہے اور اگر خردبین کے ذریعہ دیکھنے سے ایک ملی میٹر، خردہ پیمائش کے ۴.۶۳ درجوں کے برابر معلوم ہو تو ظاہر ہے کہ جسم کا طول درجہ متناہیہ کے قاعدے سے ۱.۳۰ ملی میٹر کے مساوی ہے۔ خردبین کے خردہ پیمائش کے حاصل مصروف یہ ہے کہ چھوٹے چھوٹے جسموں کے طولوں کا ٹھیک طریقے سے مقابلہ کر دے نہ کہ ان کی قیمت ملی میٹر یا سنتی میٹر میں دریافت کرے۔ خاص خاص تجربوں میں برق نما کے علاوہ اوراق میں جو خفیف حرکت ہوتی ہے اس کو مشاہدہ کرنے اور پیمائش کرنے میں اکثر یہ آلہ استعمال کیا جاتا ہے۔

متحرک خردبین

متحرک خردبین یا وزیر خردبین ایسی مرکب خردبین پر مشتمل ہے جو اپنے محور سے علی التوا ہم سمت میں کسی پیچ یا دندان دار پہیے کے ذریعے سے متحرک ہو سکے۔ جتنے فاصلے تک خردبین حرکت کرتی ہے اس کی پیمائش ثابت پیمانے پر کسر پیمائش کی مدد سے ہوتی ہے جو خردبین میں لگا ہوا ہے۔ شکل میں جو آلہ دکھلایا گیا ہے اس میں خردبین دونوں افقی اور عمودی سمتوں میں حرکت کر سکتی ہے۔ اس میں زاویہ حرکت بھی دی جا سکتی ہے۔ اس انتظام سے یہ آلہ تین طریقوں سے استعمال کیا جا سکتا ہے یعنی جب خردبین کا محور انتصابی سمت میں ہو (۲) یا افقی سمت میں (۳) یا افق سے کوئی زاویہ بنانا ہوا ہو۔ چھنے میں متقاطع تار ہونے چاہئیں۔ اور کسی جسم کو

دیکھتے وقت خردبین کو اس طرح آراستہ کرنا چاہئے کہ تاروں کا



شکل ۱۔ متحرک خردبین

نقطہ تقاطع جسم کے ٹھیک اسی نقطے پر منطبق ہو جائے جس کا مشاہدہ اس وقت مقصود ہو۔

دونوں کا درمیانی فاصلہ ناپنے میں پہلا نقطہ خردبین کے نقطہ تقاطع پر لایا جانا ہے اور اسی طرح سے دوسرا نقطہ بھی۔ ایسا کرنے میں خردبین کو جس قدر ہٹانے کی ضرورت ہوتی ہے وہ فاصلہ ان دونوں نقطوں کا درمیانی فاصلہ ہوگا۔ بشرطیکہ دونوں نقطوں کا درمیانی خط خردبین کی حرکت کی سمت کے متوازی ہو۔ اس طریقہ کی مثالیں تجربات (مثلاً صفحہ ۱۷) میں ملیں گی۔

دو طولوں کا مقابلہ کرنے کے لئے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا جاسکتا ہے :-

تجزیہ سہل۔ گز اور میٹر کا مقابلہ۔

دو درغیر خردینوں کو اس طرح قائم کرو کہ دونوں کا درمیانی خط ہر ایک خردین کی سمت حرکت کے متوازی ہو۔ دونوں پیمانوں (گز اور میٹر) کو اس طرح آراستہ کرو کہ دونوں کے درجہ دار سطح میز کی سطح سے ایک ہی بلندی پر واقع ہوں۔ اس بلندی کو اس طرح ٹھیک کرنا چاہئے کہ درجے خردینوں میں صاف صاف نظر آئیں۔ دونوں خردینوں کو اس طرح رکھو کہ گز کے ایک سرے کا کوئی درجہ ایک خردین میں اور دوسرے سرے کا کوئی درجہ وضاحت کے ساتھ دوسری خردین میں نظر آئے۔ اس بات کا لحاظ رہے کہ ہر حالت میں خردین کے متقاطع تاروں کا مرکز درجے کے نشان کے وسطی نقطے سے منطبق ہو جائے۔ دونوں خردینوں کا درمیانی فاصلہ انچوں میں محسوب کرو۔ اس کے بعد گز کا پیمانہ ہٹا دو اور اُس کی جگہ میٹر رکھ دو۔ اگر خردینیں ٹھیک طرح سے آراستہ کی گئی ہوں تو میٹر کے دونوں سرے کے درجے بھی وضاحت کے ساتھ نظر آئیں گے۔ اس پیمانے کو اس طرح سے حرکت دو کہ ایک سرے کا کوئی درجہ کسی دوسرے کے متقاطع تاروں کے مرکز سے ٹھیک منطبق ہو جائے۔ ایسا کرنے سے عموماً متقاطع تاروں کا مرکز دوسرے سرے پر کسی دو درجوں کے درمیان واقع ہو گا۔ اس سرے والی خردین کو دوسری خردین کی طرف (جو دوسرے سرے پر ہے) آہستہ آہستہ ہٹاؤ یہاں تک کہ متقاطع تاروں کا مرکز پیمانے کے کسی ایک درجے کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ آلے کے کسر پیمائے کی مدد سے معلوم ہو جائیگا کہ خردین کس قدر ہٹائی گئی ہے۔ میٹر پیمانے کے ان دونوں درجوں کا درمیانی فاصلہ بھی دریافت کرو۔ اس صورت میں انچوں کی تعداد جو پہلے مشاہدے میں دریافت ہوئی ہے = ملی میٹروں کی تعداد + خردین کے پیمانے پر کا فضل (جو پڑھا گیا تھا)۔ اس نتیجے سے ایک انچ یا ایک گز کا طول سنٹی میٹروں کے رقوم میں دریافت ہو سکتا ہے۔

۳۔ وقت کی پیمائش

ابتدائی طبیعیات میں جتنی پیمائشوں کی ضرورت ہوتی ہے اُن میں سے وقت کی پیمائش نہایت مشکل ہے۔ وقت کی علمی اکائی اوسط شمسی ثانیہ ہے جس کا بیان پہلے ہو چکا ہے اور یہ اکائی زمین کی محوری گردش کے وقتِ دوران پر مبنی ہے جو فلکی مشاہدوں کی مدد سے دریافت کیا جاتا ہے۔ اس وقت کے اضعاف و تحت اضعاف حاصل کرنے کے لئے ایک آلہ استعمال کیا جاتا ہے جس کو گھڑی کہتے ہیں۔ گھڑی اس اصول پر بنائی جاتی ہے کہ اس میں کوئی جسم مثلاً رتاقص یا بال کمائی کا پکڑ اس طرح ارتعاش کرتا ہے کہ اس کے اوقاتِ دوران مساوی ہوتے ہیں اور اسی طریقہ سے وقت کے مساوی وقفے دریافت ہوتے ہیں۔ اس آلے کا اصل حصہ یہی مرتعش جسم ہے۔ بقیہ جتنے بڑے ہوتے ہیں اُن کی مدد سے ارتعاشوں کی تعداد دریافت ہوتی ہے۔

کوئی ایسا آلہ ہنوز نہیں بنایا گیا جس کی مدد سے وقت کی ٹھیک ٹھیک و قابل اعتماد پیمائش ہو سکے مگر فلکی طریقوں سے کلاک کی شرح رفتار دریافت کی جاسکتی ہیں۔ وقت کے کسی وقفے کی پیمائش کے لئے پہلے گھڑی کی مدد لی جاتی ہے اور گھڑی کی مدد سے جو وقفہ حاصل ہوتا ہے اُس کو کلاک کی شرح رفتار کی بناء پر جو ضربی جزو حاصل ہوتا ہے اس سے صحیح کر لیا جاتا ہے۔ عموماً سوائے ان تجربوں کے جن میں انتہائی صحت کی ضرورت پڑتی ہے کسی عمدہ گھڑی کا وقت اوسط شمسی وقت کے مطابق تصور کیا جاسکتا ہے۔

اگر گھڑی ٹھیک وقت بتاتی ہو تو بھی مشاہدوں میں ایسی تاخیر

غلطیاں ہو سکتی ہیں جن کا انحصار محض پُرزوں کی ساخت پر ہے۔ عموماً ثانیہ کی سُوئی ہموارانہ حرکت نہیں کرتی ہے بلکہ خفیف جھٹکوں کے ساتھ بال کمافی یا رقص اپنے مقام سکون سے گزرتا ہے تو سُوئی پر ایک خفیف سا دھکا پڑتا ہے۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ جب کبھی چلرکنی گھڑی چلائی جاتی ہے تو اس میں وقت دوران کے نصف وقفے کی غلطی کا احتمال رہتا ہے اور ٹھیک اتنی ہی غلطی گھڑی کے روکنے کے وقت بھی ہو سکتی ہے۔

فرض کرو کہ ایک گھڑی ہر $\frac{1}{2}$ ثانیہ پر آواز دیتی ہے۔ اگر ٹھیک اُسی وقت میں گھڑی چلائی جائے جب کہ گھڑی کا رقص مقام سکون پر پہنچ رہا ہو تو ثانیہ کی سُوئی $\frac{1}{2}$ ثانیہ یک بیک آگے بڑھ جائیگی۔ اور اسی طرح سے جوں ہی گھڑی آواز دینے کو ہو اُس وقت روک دی جائے تو گھڑی کی ثانیہ کی سُوئی آخری وقفہ یعنی $\frac{1}{2}$ ثانیہ کو نہیں بتلائیگی لیکن اگر گھڑی کے بند کرنے میں کچھ خفیف سا تاخیر ہو تو یہ وقفہ ظاہر ہو جائیگا۔

اس سے عیاں ہے کہ کلاک کی شرح صحیح ہونے پر بھی چلرکنی گھڑیوں کی مدد سے $\frac{1}{2}$ ثانیوں سے کم وقفوں کی دریافت قابل اعتبار نہیں ہو سکتی۔

کسی خاص درجے کی صحت حاصل کرنے کے لئے گھڑی کی دو ٹکوں کے درمیانی وقفے کے دریافت کے عمل کو ایک خاص عرصے تک جاری رکھنا چاہئے۔ مثلاً اگر ہزار میں ایک کی صحت مقصود ہو تو وقت کا مشاہدہ تین منٹ سے زیادہ عرصے تک ہونا چاہئے۔ بشرطیکہ گھڑی ہر ثانیہ کے پانچویں حصے پر ٹک کی آواز دیتی ہو۔

عینی اور اُذنی تخمینہ

اگر جلد کرنی گھڑی کی بجائے کوئی معمولی گھڑی استعمال کی جائے تو غلطی کا احتمال اور زیادہ ہو جاتا ہے کیونکہ اس صورت میں متحرک ثانیہ کی سوئی کا مقام ٹھیک دریافت کرنا مشکل ہے۔ اگر عینی اور آذنی مشاہدے ایک ساتھ کئے جائیں تو ایک حد تک یہ مشکل رفع ہو سکتی ہے۔ چونکہ یہ طریقہ چند خاص عملی کاموں میں اکثر استعمال کیا جاتا ہے۔ اس لئے اس کی تشریح ذیل میں درج کی جاتی ہے۔

فرض کرو کہ ایک رقاص کی حرکت کا مشاہدہ ہو رہا ہے۔ مشاہدہ وقت کا تجربہ ٹکوں کی تعداد گن کر اس وقت شروع کرتا ہے جب کہ ثانیہ کی سوئی ٹھیک دوسرے منٹ کو بتلانا شروع کرتی ہے یا کسی اور مناسب نقطے پر سے گزرتی ہے۔ اس کے بعد مشاہدہ ٹکوں کی گنتی کان کی مدد سے کرتا ہے اور آنکھ سے رقاص کو دیکھتا ہے۔ اگر سترہویں اور اٹھارہویں ٹک کے درمیان رقاص اپنے ارتعاش کے عین وسط سے گزرے تو اس گزرنے کے ٹھیک لحظے کا حساب لگانا آسان ہے۔ اور اس طریقے سے خاص ارتعاش کی ابتدا کا وقت گھڑی کی قریب ترین ٹک کی آواز سے دریافت ہو جاتا ہے۔ جب کہ رقاص کا آخری ارتعاش ختم ہو جاتا ہے یعنی جب کہ رقاص آخری حیطہ استراز کے وسط میں حرکت کر رہا ہے تو مشاہدہ گھڑی کی ٹکوں کی آواز کو بھر گننا شروع کر دیتا ہے اور یہی عمل جاری رہتا ہے جب تک کہ وہ گھڑی کے ڈائل کو بھر نہ دیکھ لے اور بتنی ٹکیں گنی گئی ہیں ان کے مطابق وقت نہ لکھ لے۔ اس کی تشریح مندرجہ ذیل مثال سے ہو جائیگی۔

گننے کا عمل ۲ گھنٹے ۳۱ منٹ۔ ثانیہ پر شروع کیا گیا۔
اس کے بعد سترہویں ٹک پر رقاص وسطی مقام سے گزرا۔
گننے کا عمل بھر شروع کیا گیا جب کہ سو پورے ارتعاش ہو گئے۔
اکیسویں ٹک پر گھڑی دو گھنٹے ۳۲ منٹ ۲۰ ثانیہ وقت بتلاتی ہے
گھڑی کی یہ ٹک = $\frac{1}{5}$ ثانیہ
۵۔ پہلا ارتعاش ۱ گھنٹے ۳۱ منٹ ۳۴ ثانیہ پر شروع ہوا اور سوواں

ارتعاش ۲ گھنٹے ۳۲ منٹ ۸.۱۳ ثانیہ پر ختم ہوا۔

اس لئے سو مکمل ارتعاش کرنے میں رفاص کو ایک منٹ ۱۰.۵۴ ثانیہ لگے یعنی وقتِ دوران = ۶۰.۵۴ ثانیہ۔

ہر مشاہدے میں ۵.۲ ثانیہ کی غلطی کا احتمال ہے۔

صحیح وقتِ دوران = (۶۰.۵۴ ± ۵.۰۰) ثانیہ۔

یہاں غور کرنا چاہئے کہ باوجودیکہ بہت زیادہ ارتعاشوں کی تعداد لینے کی احتیاط برتی گئی ہے اس پر بھی $\frac{1}{10}$ فی صدی سے زیادہ کی غلطی کا احتمال ہے۔ اکثر حالتوں میں وقت کا مریج لیا جاتا ہے اس لئے یہ غلطی عموماً دوگنی ہو جاتی ہے۔ اس گھڑی میں جس کی ٹیک آہستہ آہستہ ہوتی ہے غلطی زیادہ ہوتی ہے۔ ایک تجربہ کار مشاہدہ کسی گھڑی یا وقت پیمائش کے استعمال سے جس میں $\frac{1}{10}$ ثانیوں پر ٹیک کی آواز ہوتی ہو ثانیہ کے دسویں حصے کا اندازہ لگا سکتا ہے۔

یہ امر بھی قابلِ لحاظ ہے کہ فی صد غلطی کا انحصار پورے مشاہدے کے وقت پر ہے نہ کہ ارتعاشوں کی تعداد پر۔ یعنی چند سست ارتعاشیں لینے سے اتنی ہی صحت حاصل ہو سکتی ہے جتنی تیز ارتعاشوں کی زیادہ تعداد لینے سے۔ بشرطیکہ دونوں مشاہدوں کے وقفے قریب قریب برابر ہوں۔ نوٹ۔ ایک ارتعاش کی کسروں کو مجموعہ طور سے دریافت کرنا قطعی ناممکن ہے اس لئے طالب علموں کو چاہئے کہ وہ چند مکمل ارتعاشوں کا وقت دریافت کر لیں نہ کہ ایک خاص وقت میں ارتعاشوں کی تعداد۔

فصل سوم

کمیتوں کی پیمائش مشتق اکائیوں میں

سب سے سادہ کمیتیں جن کی پیمائش مشتق اکائیوں میں ہوتی ہے رقبہ، حجم اور کشافیت ہیں۔

۱۔ رقبہ کی پیمائش

(۱) ان رقبوں کی پیمائش جو خطوط مستقیم سے گھیرے ہوئے ہوں

علمی کاموں میں رقبہ کی اکائی ایک مربع سنتی میٹر ہے یعنی ایک ایسے مربع کا رقبہ جس کے ہر ضلع کا طول ایک سنتی میٹر ہے۔ ان رقبوں کی پیمائش میں جو خطوط مستقیم سے گھیرے ہوئے علم مساحت کے معمولی قاعدوں سے کام لیا جاتا ہے۔ طولوں کی پیمائش ایک پیمانے سے کی جاتی ہے۔ اس قسم کی کسی شکل کو مثلثوں میں منقسم کر دینا ممکن ہے۔ ہر مثلث کا رقبہ $\frac{1}{2} \times \text{اُک} \times \text{دِیافت}$ کر لیا جائے۔ ان تمام رقبوں کا حاصل جمع پوری شکل کے رقبہ کے مساوی ہوگا۔

مثلث کا رقبہ مندرجہ ذیل ضابطے سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔

کسی مثلث کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$
 اگر دھات کے کسی آس پترے کا رقبہ جس کے کنارے مستقیم ہوں دریافت کرنا ہو تو سہل چاب کو استعمال کرنا چاہئے۔ کیونکہ معمولی پیمانے سے پیمائش کرنے میں زیادہ صحت حاصل نہیں ہو سکتی ہے۔ جہاں تک ممکن ہو رقبہ کو مستطیلی شکل میں تقسیم کرنا زیادہ مناسب ہوگا۔
 تجربہ سے — اشکال مستقیم الاضلاع کے رقبوں کی پیمائش —

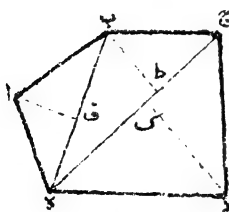
(۱) مثلث کا رقبہ دریافت کرنا —

مثلث کے تینوں ضلعوں کو باری باری قاعدہ مان کر ذیل کی مساوات سے رقبہ دریافت کرو۔
 $\text{رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$
 اس طریقہ سے رقبے کی تین قیمتیں معلوم ہو جائیں گی۔ تینوں کا اوسط مثلث کا رقبہ ہے۔

نقص — اگر تجربہ میں احتیاط برقی جائے تو یہ تینوں نتیجے قریب قریب ایک ہی ہوں گے۔

(۲) اشکال ذواربہ الاضلاع اور قوس وغیرہ بھی مثلثوں میں

منقسم ہو سکتے ہیں (شکل منہ)۔



ان میں سے ہر ایک کا رقبہ اس کے کل مثلثوں کے رقبوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوگا۔

(ب) ان رقبوں کی پیمائش جو منحنی خطوط سے گھیرے ہوئے ہوں۔

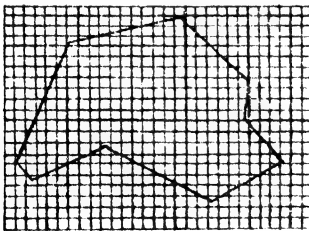
شکل منہ — منقسم مثلثوں میں منقسم

منحنی گھیرے کی چند خاص

شکلوں میں ان کے رقبے اور طولی ابعاد کی باہمی نسبت معلوم ہے۔

مثلاً ایک دائرہ کا رقبہ جس کا نصف قطر r ہے = πr^2 اور قطع ناقص کا رقبہ جس کا نیم محور اعظم a اور نیم محور اصغر b ہے = πab ۔
(۱) غیر متنظم اشکال کے رقبوں کی بھی قیمت مثلثوں اور مستطیلوں میں تقسیم کرنے سے معلوم ہو سکتی ہے۔ مگر اس صورت میں صرف تقریبی قیمت حاصل ہوگی۔ ایسے رقبوں کی پیمائش ایک حد تک صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے بشرطیکہ ٹکڑے زیادہ لئے جائیں۔ لیکن ٹکڑے اگر ایک حد سے زیادہ چھوٹے لئے جائیں تو ہر ایک ٹکڑے کے رقبہ کی پیمائش میں کچھ نہ کچھ غلطی ضرور ہوگی۔ اور اس طرح سے جب بہت سے ٹکڑے جوڑے جائیں تو اس غلطی میں بھی ٹکڑوں کی تعداد کی مناسبت سے اضافہ ہوگا اس لئے بہت چھوٹے چھوٹے ٹکڑے کرنے سے بھی زیادہ صحت نہیں حاصل ہوگی۔
سرورے (مساحت) میں پیمائشوں کی بناء اسی اصول پر ہے۔

(۲) اگر شکل مربع دار کاغذ پر کھینچی گئی ہے تو چھوٹے مربعوں کی تعداد گننے سے رقبہ دریافت ہو سکتا ہے (شکل ۱۱)۔



شکل ۱۱۔ رقبہ کی پیمائش

صاف ظاہر ہے کہ صحت اتنی ہی زیادہ حاصل ہوگی جتنی باریکی کے ساتھ خط کشی کی گئی ہو۔ یعنی ہی چھوٹے یہ مربعے ہونگے اتنی ہی صحت کے ساتھ شکل کا رقبہ دریافت ہوگا۔

یہ طریقہ حقیقت میں

(طریقہ ۱) کی خاص صورت ہے یہاں پر ایک چھوٹا مربع (اکائی قرار دیا گیا ہے اور ان ہی مربعوں سے شکل بنی ہے۔

اور اس شکل حاصل جمع کو قاعدے کے اُس فاصلے سے ضرب دو جو دو معینوں کے درمیان ہے۔

دوسرا قاعدہ — پہلے شروع اور اخیر کے معینوں کے طول کو جوڑ دو۔ پھر باقی جتنے طاق معین ہوں اُن کے طولوں کے حاصل جمع کا ڈگنٹا لو۔ اور جتنے جفت معین ہوں اُن کے طولوں کے حاصل جمع کا چار گنٹا لو۔ اور ان تینوں حاصل جمع کو جوڑ دو۔ اب جو حاصل جمع ہوگا اُس کو پٹیوں کے عرض مشترک کے تہائی سے ضرب دو۔

اس قاعدے میں پٹیوں کی تعداد جفت ہونی چاہئے۔ پہلا قاعدہ بہ نسبت دوسرے قاعدے کے کچھ آسان ہے مگر اس میں صحت کچھ کم جامل ہوتی ہے۔ ان قاعدوں کو انجینیر اکثر منہجاری لفظوں کی پیائش میں استعمال کرتے ہیں۔

تجربہ سائنس — نصف دائرے کے رقبہ کی پیائش۔

کسی مناسب نصف قطر کا ایک نصف دائرہ کھینچو اور مندرجہ بالا قاعدے کی مدد سے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ اس کا رقبہ ریاضی کی مدد سے بھی نکالو اور دونوں کا مقابلہ کرو۔

(۵) سطح پیمیا کی مدد سے بھی رقبہ دریافت ہو سکتا ہے۔

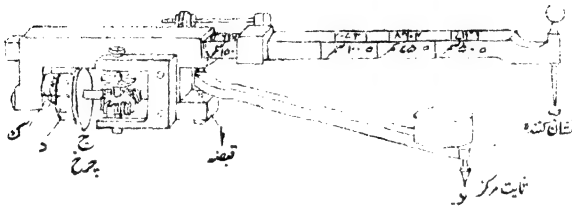
انجینیر اور سروریر (Surveyor) کے لئے بھی یہ طریقہ نہایت اہم ہے۔ لیکن اب تک جتنے طریقے بیان کئے گئے ہیں ان سے یہ طریقہ زیادہ ادقی ہے۔

سطح پیمیا

چند ایسے آلے اختراع کئے گئے ہیں جن سے کسی قسم کے گیمے کے رقبوں کی قیمت براہ راست دریافت ہو سکتی ہے اس

قسم کے آلے عموماً سطح پیم کہلاتے ہیں۔ ان میں سے غالباً سب سے عمدہ اور سادہ وہ سطح پیم ہے جس کو شافٹھا وزن کے پروفیسر امسلر نے ایجاد کیا ہے اور اسی قسم کے آلے کا بالعموم استعمال ہوتا ہے۔ ذیل میں اسی قسم کے آلے کی ساخت اور طریق عمل کی تشریح کی گئی ہے۔

آلے (شکل ۱۱) ایسی دو سلاخوں ۱ اور ۱ ب پر مشتمل ہے

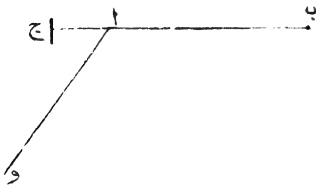


شکل ۱۱۔ امسلر کا سطح پیم

جو ۱ پر ایک قبضے کے ذریعے مٹی ہوئی ہیں۔ سلاخ ۱ اور ۱ ب پر اس طرح ثابت ہے کہ ۱ مرکز و کے دائرے کے محیط پر گھوم سکے۔ ب پر نشان کرنے کا نقطہ ہے۔ ۱ پر قبضہ اس طریقے سے مرتب ہے کہ نقطہ جب سطح و ۱ ب میں ہر سمت میں اس حد تک حرکت کر سکے جہاں تک کہ آلے کے بازوؤں کے طول اور پرزوں کی ساخت اجازت دے۔ بازو ۱ ب پر ایک چیخ 'ج' لگا ہے جس کا محور ۱ ب کے ستوازی ہے۔ یہ چیخ عموماً اس جیسے میں لگا ہوا ہوتا ہے جو ب کے مقابل کے سرے کی طرف ہے۔ حالانکہ اس آلے سے کام لینے میں چیخ کے مقام کا لحاظ رکھنا ضروری نہیں۔ اس چیخ میں ایک محور یا اسطوانے کی شکل کا

ایک بیانہ 'd' لگا ہوا ہے۔ یہ بیانہ سو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور آگے کے ڈھانچے پر ایک کسر پیماک اس طرح سے لگا ہے کہ اُس کی مدد سے چرخ کا مقام $\frac{1}{100}$ میں گردش تک دریافت ہو سکتا ہے۔ اس چرخ کی گردشوں کی تعداد ایک چھوٹے گردش شمارندہ پر معلوم ہوتی ہے اور یہ شمارندہ چرخ میں ورم گیرنگ (Wormgearing) کی مدد سے لگا ہوا ہے۔

آزاد ثابت مرکزہ چرخ ج کے کنارے اور نشان کنندہ ب کے سہارے سطح پر رکھا جاتا ہے (دیکھو اشکال ۱۳۱۲)۔ جب نقطہ ب کو حرکت دی جاتی ہے تو بازو اب بھی حرکت کرتا ہے۔ اگر اب اپنی ہی سیدھی میں متحرک ہو تو چرخ مٹھا آگے یا پیچھے ہٹ جائیگا۔ اور اس میں کسی قسم کی گردش نہیں پیدا ہوگی۔ بخلاف



اس کے اگر اب اپنے ہول سے علی القوائم متحرک ہو تو چرخ اتنا ہی گھومے گا جتنا کہ نقطہ ب بازو اب کے علی القوائم سمت میں فاصلہ طے کرے گا۔

نشان ۱۳ - سطح پیم کی سطح

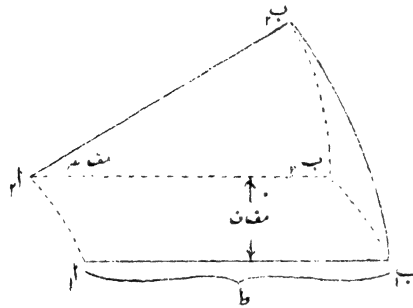
خواہ اب کسی سمت میں ہی حرکت کرے اس کے طول کے علی القوائم سمت میں جو حرکت ہوگی اُس کی مقدار چرخ کی گردش سے معلوم ہو جائیگی۔ یعنی جتنا کہ کل فاصلہ اب نے اپنے طول کے علی القوائم طے کیا ہے اُس کی مقدار چرخ کے طے شدہ فاصلہ کے مساوی ہے۔

اس شکل سے اس شعبہ کے رقبہ کی دریافت ممکن ہے جس کے گہرے پر نقطہ 'ب' پیمیا جائے۔

اس آلہ کے استعمال میں دو صورتیں پیدا ہوتی ہیں ایک

تو یہ کہ ثابت نقطہ و شکل کے باہر ہو اور دوسری یہ ہے کہ وہی نقطہ شکل کے اندر رہے۔

صورت اول۔ جب کہ ثابت مرکز رقبہ زیر پیمائش کے باہر ہو۔
فرض کرو کہ بازو AB مقام A سے مقام A' تک پہنچا
گیا ہے (شکل ۱۴)۔ نقطہ A' و مرکز کے دائرے پر A سے ایک جائیگا
اور نقطہ B راستہ BB' اختیار کریگا۔ اس کو ہم یوں ہی تصور



شکل ۱۴۔ ابتدائی رقبہ جو سطح پیا سے ثابت

کر سکتے ہیں کہ AB اپنی متوازی سمت میں حرکت کرنے کے بعد $A'B'$ مقام پر پہنچا۔ اور پھر وہاں سے نقطہ A کے گرد گھوم کر مقام A پر پہنچ گیا ہے۔

فرض کرو کہ AB اور $A'B'$ کا درمیانی عمودی فاصلہ ایک چھوٹی مقدار "مف" ہے اور AB اور $A'B'$ کا درمیانی زاویہ ایک چھوٹا زاویہ "مف" ہے تو بازو AB کی حرکت سے جو سطح بنی ہے اس کا رقبہ = $\text{ط} \times \text{مف} + \frac{1}{2} \times \text{ط} \times \text{مف}$ جہاں $\text{ط} =$ بازو AB کا طول۔

اصلی سطح AB کا رقبہ AB کا طول \times عمودی فاصلہ سے بہ مقدار خفیف

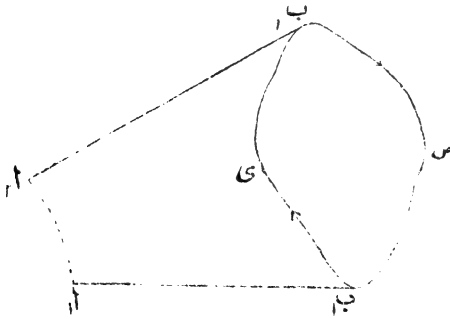
رقبہ $\frac{1}{2} \pi r^2$ کم ہے اور یہ خفیف مقدار $\frac{1}{2} \pi r^2$ ب $\frac{1}{2} \pi r^2$ نظر انداز کر دی جائیگی اگر $\frac{1}{2} \pi r^2$ اور $\frac{1}{2} \pi r^2$ بہت چھوٹے ہوں۔ اس لئے ہم لکھ سکتے ہیں کہ :-

ا ب کی حرکت سے بنی ہوئی سطح = $\frac{1}{2} \pi r^2$ + $\frac{1}{2} \pi r^2$ = πr^2 ع
اس لئے ا ب کی کسی حرکت کی وجہ سے جو مجموعی سطح بنتی ہے اُس کا رقبہ = πr^2 ع + $\frac{1}{2} \pi r^2$ = $\frac{3}{2} \pi r^2$ ع۔

نشان $\frac{3}{2} \pi r^2$ ایک ہی قسم کی چھوٹی چھوٹی مقداروں کا مجموعہ ہے۔ در آئندہ جہاں جہاں مجموعہ کی ضرورت ہوگی یہ نشان اکثر استعمال کیا جائیگا۔

فرض کرو کہ نقطہ ب ایک ایسی سطح کے گھیرے کے چاروں طرف گھوم گیا ہے جس کے باہر ثابت مرکز و ہے۔

فرض کرو کہ بازو کا ابتدائی اور انتہائی مقام بالترتیب ا ب اور ا ب ہیں (شکل ۱۵۱)۔ نقطہ ب کی حرکت ایسی ہوتی ہے کہ اگر کوئی مشاہدہ نقطہ ب کے ساتھ حرکت کرے تو سطح زیر بحث ہمیشہ اُس کے دائیں



شکل ۱۵۱۔ انتہائی رقبہ جو سطح پیمیا سے رقبہ ہوتا ہے

طرف رہتی ہے۔

بای ب راستہ طے کرنے میں بازو اب سے سطح
 اب بای ب بنتی ہے۔ دایبی حرکت میں یعنی ص سے ہو کر سطح
 اب ب ص ب بنتی ہے۔
 دئے ہوئے گھیرے کے گرد نقطہ 'ب' کے پھرنے سے
 اب جو رقبہ بناتا ہے وہ اس گھیرے کے اندر کے رقبے کے
 مساوی ہے۔

پس رقبہ بای ب ص = $\frac{1}{2} \times \text{مف ف} + \frac{1}{2} \times \text{مف ف}$ یعنی
 رقبہ دریافت طلب = $\frac{1}{2} \times \text{مف ف} + \frac{1}{2} \times \text{مف ف}$
 جب بازو اب اپنی پہلی جگہ پر واپس آ جاتا ہے تو ب اس رقبہ
 کے گرد ایک پورا چکر کرتا ہے اس لئے $\frac{1}{2} \times \text{مف ف} =$

بنادیں رقبہ بای ب ص = $\frac{1}{2} \times \text{مف ف} = \text{مف ف}$
 جہاں ف = اس فاصلے کے جہاں تک چرخ گھوما ہے۔
 اگر ایسے رقبے دریافت کرنے ہوں جن کے اندر ثابت مرکز و نہیں
 ہے تو نشان کنندہ ب جس رقبے کے گھیرے کے گرد حرکت کرتا ہے
 وہ رقبہ = چرخ کے گھومے ہوئے فصل \times بازو اب کا طویل۔

صورت دوم۔ ایسے رقبے جن کے اندر ثابت مرکز و واقع ہو۔
 صغریٰ دائرہ۔ قبل اس کے کہ ایسے رقبوں کی ام صورتوں پر

غور کیا جائے جن کے اندر ثابت مرکز و واقع ہوتے ہیں۔ یہ ضروری
 ہے کہ ان کی ایک خاص صورت یعنی "صغریٰ دائرہ" کی تشریح میں بھی
 کچھ وقت صرف کیا جائے۔ (شکل ۷۷) کو دیکھو۔ اگر ہم سطح پیم کے
 دونوں بازوؤں کو آپس میں اس طرح جکڑ دیں کہ چرخ کی سطح ثابت مرکز
 سے گزرے تو نقطہ ب صرف ایک ایسے دائرے پر گھومے گا جس کا
 مرکز وہ ہے اور نصف قطر وہ ب۔

اگر ہم نقطہ ب کو پھر کر یہ دائرہ بنائیں تو چرخ ج کو کی قسم کی
 گردش نہیں ہوگی کیونکہ اس صورت میں وہ برابر اپنی سطح سے علی القیام

سمت میں حرکت کر رہا ہوگا۔ اس لئے جب یہ دائرہ ب کے گھومنے سے ہینگا تو چرخ کی درجہ خوانی میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ یا یوں کہئے کہ چرخ پر درجہ خوانی مندر ہے اس بناء پر متذکرہ بالا دائرے کا خاص نام "دائرہ صفری" دائرہ رکھا گیا ہے۔

سطح پیم کو اس ہیئت میں رکھ کر بازو و ب کی پیمائش ہو سکتی ہے اور اس کی مدد سے صفری دائرہ کا رقبہ بھی دریافت ہو سکتا ہے۔ پیمائش کے وقت بازوؤں کو آپس میں جکڑنا بے سود ہے۔ ایسے رقبے کی عام صورت جس کے اندر ثابت

مرکز رہتا ہے۔ رقبہ ا ب ج د ی ص (شکل ۱۷) پر غور کرو جس کے اندر ثابت مرکز و واقع ہے اور فرض کرو کہ نقطہ وارخط صفری دائرہ بتاتا ہے۔ اگر ہم نشان کنندہ کو ا سے ب تک منحنی پر پھیریں اور

پھر صفری دائرہ پر ہوتے ہوئے نشان کنندہ کو ا پر واپس لائیں تو مثبت سمت میں رقبہ ا گ ب ح ہینگا اس لئے چرخ پر یک معانہ ایک ایسے رقبے ا گ ب ح کو بتایا گیا جس کے باہر ثابت نقطہ و ہے۔



شکل ۱۷۔ رقبہ جس کے اندر ثابت مرکز رہتا ہے

منحنی پر ا سے ب تک جو کچھ کہ حرکت ہوتی ہے

وہ چرخ پر پوری پوری ظاہر ہو جائیگی۔ اور صفری دائرے پر جو حرکت ہوتی ہے اس کا اثر چرخ پر کچھ نہیں ہوتا کیونکہ اس دائرے پر حرکت کرتے وقت چرخ بالکل نہیں گھومتا ہے۔ اس لئے رقبہ ا گ ب ح چرخ پر ظاہر ہو جاتا ہے۔ جب کہ شمار کنندہ ا سے ب تک منحنی پر حرکت کرتا ہے۔

اب اگر کم ب سے آگے بڑھ کر ب ک ج ل راستہ طے کریں تو رقبہ ب ک ج ل منفی سمت میں بنیکا یعنی جرخ اتنا پیچھے کو گھومے گا جس کا رقبہ ب ک ج ل کے مطابق ہوگا۔ اور یہ ساری حرکت جرخ کے پیمانے پر ظاہر ہو جائیگی جب کہ نشان کنندہ ب ک ج ل راستہ طے کریگا اور اس کے اس طریقہ سے ب ک ج ل پر پھر لے سے رقبہ ب ک ج ل منفی سمت میں ترقیم ہوگا۔

پس یہ ظاہر ہے کہ جب کبھی شمار کنندہ صفری دائرے سے گزرے گا تو جرخ خود بخود گردش کی سمت بدل دیگا اس لئے صفری دائرہ کھینچنے کی ضرورت نہیں ہے۔ اب جو کچھ بیان ہوا ہے اس سے صاف ظاہر ہے کہ جب نشان کنندہ کسی ایسے رقبے کے گرد بھیرا جاتا ہے جس میں ثابت مرکز واقع ہے تو جرخ کا گھوما ہوا کل فاصلہ صفری دائرے کے باہر کے رقبوں کی جبری جمع کے مطابق ہوگا۔

جو رقبہ جرخ کی حرکت سے معلوم ہوگا اس میں اگر صفری دائرے کا رقبہ جوڑ دیا جائے تو رقبہ دریافت طلب حاصل ہو جائیگا۔ اس لئے صفری دائرے کا رقبہ مذکورہ بالا طریقے سے پہلے دریافت کر لینا ضروری ہے۔

جرخ کے پیمانے پر جو ترقیم ہوتی ہے اس کی سمت کو نہایت غور کے ساتھ دیکھتے رہنا چاہئے اور جہاں ضرورت ہو مثبت و منفی کی علامت لگاتے بھی جانا چاہئے۔ اور نشان کنندہ کو اس طرح پھیرنا چاہئے کہ وہ رقبہ کے گھیرے پر ہمیشہ مثبت سمت میں حرکت کرے۔

نتیجہ ۷۔ سطح پیرا کی تعمیر۔ سطح پیرا کے استعمال کے قبل اس بات کی دریافت ضروری ہے کہ جرخ کی ایک مکمل گردش کتنے رقبے کو تعمیر کرتی ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ اس کا

انحصار شمار کنندہ والے بازو کے طول (یعنی قبضہ اور نقطہ شمار کنندہ کے درمیان فصل) اور جہج کے قطر پر ہے۔

(۱) شمار کنندہ والے بازو کے طول کی تعین۔

اس پُرزے کو جس پر قبضہ چڑھا ہوا ہے اس طرح سے ترتیب دو کہ اُس پر کا منائندہ بازو زیر بحث کے بگلی رُخ کے کسی نشان کی سیدھ میں آجائے۔ سہولت کے لئے ۱۰۰ اسم کا اور اگر سطح پیماس کی درجہ بندی انچوں میں ہو تو ۱۰ انچ کا نشان مناسب ہوگا۔ اب ہم کو قبضے سے نشان کنندہ کا فاصلہ دریافت کرنا ہے۔ یہ کوئی آسان بات نہیں ہے کیونکہ قبضہ عموماً پُرزوں کے اندر واقع ہوتا ہے۔ بہترین طریقہ یہ ہے کہ آلے کے ایک جانب کو مربع دار کاغذ پر اس طریقہ سے رکھا جائے کہ نشان کنندہ کاغذ کے کسی خاص نشان پر پڑے اور جہاں قبضے کا محور واقع ہے اُس کے مقام کا اندازہ دو ملی میٹر کی حد تک کر لیا جائے۔ نشان کنندہ والے بازو کو مربع دار کاغذ کے ایک کنارے کے متوازی رکھنا چاہئے تاکہ طول کی پیمائش صحت کے ساتھ ہو سکے۔

بعض قسم کے سطح پیماس میں شمار کنندہ والے بازو کے اُدیپر دو نقطے ہوتے ہیں۔ ان میں سے ایک بازو کے سرے کے قریب ثابت ہوتا ہے اور دوسرا قبضہ بردار کے ساتھ ساتھ حرکت کرتا ہے۔ آلہ ساز سطح پیماس کو اس طرح بناتے ہیں کہ ان نقطوں کا درمیانی فاصلہ شمار کنندہ اور قبضے کے محور کے فاصلے کے بالکل ٹھیک مساوی ہوتا ہے۔ اس صورت میں اس فصل کی پیمائش ایک پیمانے کے ذریعے ہو سکتی ہے۔ اور یہ طریقہ پہلے طریقوں سے زیادہ آسان اور صحیح بھی ہے۔ یہ حاصل شدہ فصل، وہی فصل ط ہے جس کا ذکر آلے کی تشریح میں پہلے ہو چکا ہے۔

(۲) چرخ کے محیط کی تعیین — چرخ کا قطر پیداؤ خردہ پیمائے سے دریافت کرلو۔ اور اس کو π سے ضرب دو۔ حاصل ضرب محیط ہوگا۔ اس پیمائش میں اس امر کا لحاظ رکھنا چاہئے کہ جسم چرخ پر ضرورت سے زیادہ دباؤ نہ پڑے۔ اگر ایسا نہ کیا جائے تو چرخ کا کنارہ بد شکل ہو جائیگا اور اس وجہ سے آلے کی صحت بھی جاتی رہیگی۔

بازو کا طول ط \times چرخ کا محیط π ق = اس رقبے کے جس کی تعبیر چرخ کی گردش سے ہوتی ہے۔ جہاں ق = چرخ کا قطر جو خردہ پیمائے کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔ یہ حاصل ضرب شمار کنندہ والے بازو کے رخ کے .. اسر □ یا ۱۰ انچ □ کے نشان سے مطابقت کریگا۔ جس پر قبضہ بردار مرتب کیا گیا تھا۔ یہ درجہ بندیاں آلہ ساز کرتے ہیں۔ اور جب آلہ متذکرہ بالا طریقے سے مرتب کیا گیا ہو تو یہ درجہ بندیاں ان رقبوں کو ظاہر کرتی ہیں جن کی تعبیر چرخ کی ایک گردش سے ہوتی ہے۔ یہ بات ظاہر ہے کہ ”د ط“ اور ”ق“ کے دریافت کرنے کے جو دو طریقے اوپر بتائے گئے ہیں وہ کسی قدر ناقص ہیں۔ آلہ ساز ان مقداروں کو زیادہ صحت کے ساتھ دریافت کر سکتے ہیں اس لئے تا وقتیکہ آلہ پرانا نہ ہو جائے یا بے احتیاطی سے استعمال کرنے کی وجہ سے خراب نہ ہو جائے جو قیمتیں شمار کنندہ والے بازو پر لکھی ہوں انہیں کو استعمال کرنا چاہئے۔

تجربہ ۹ — سطح پیمائے کی مدد سے چھوٹے چھوٹے رقبوں کی تعیین — رقبہ اتنا چھوٹا ہونا چاہئے کہ ثابت مرکز و شکل کے باہر رکھا جاسکے۔

(۱) سطح پیمائے کی فی صد غلطی دریافت کرنا۔ دس سمر ضلع کا ایک مربع کھینچو اور آلے کے نشان کنندہ کو اس مربع

کے چاروں طرف پھیرو اور سطح پیم کے ذریعے سے جو رقبہ معلوم ہو اُس کو مربع سمریں میں تحویل کر لو۔ سو مربع سمریں (جو مربع کا مجموعی رقبہ ہے) اور سطح پیم کے ذریعے سے دریافت کی ہوئی قیمت میں جو فرق ہوگا وہی سطح پیم کی فی صد غلطی ہوگی۔

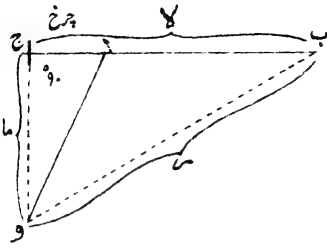
(ب) دائرے کا رقبہ سطح پیم کی مدد سے دریافت کرنا—
۱۰۔ اسر نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچو اُس کا رقبہ $10 \times \pi$ مربع سمر ہوگا۔ اس رقبہ کو سطح پیم کی مدد سے دریافت کرو۔ ان دونوں قیمتوں سے π کی قیمت اخذ کرو۔

تجربہ ۱۱۔ سطح پیم کے صفری دائرے کا رقبہ دریافت کرنا۔ چھوٹے رقبوں کی پیمائش کرنے میں اس آلے کا استعمال بتایا جا چکا ہے۔ اور اس پر رقبوں کی قیمت پڑھنے کی ترکیب بھی سمجھائی جا چکی ہے۔ اب اس کی ضرورت ہے کہ صفری دائرے کا رقبہ دریافت ہو جائے مگر ان بڑے بڑے رقبوں کی پیمائش ہو سکے جن کے اندر ثابت مرکز واقع ہوں۔

(۱) صفری دائرے کا رقبہ نظریے سے :-

چرخ کو مربع دار کاغذ پر اس طرح سے رکھو کہ اس کا وہ نقطہ جو کاغذ سے مس کر رہا ہو ٹھیک کسی مربع کے ایک کونے پر رہے۔ اور اس کی سطح مربعوں کے ضاموں پر رہے۔ نشان کھینچو کاغذ کے کسی ایک کنارے پر اور ثابت مرکز چرخ کے سطح والے کنارے پر رہے۔ اور ان دونوں نقطوں کو اس طرح سے دباؤ کہ کاغذ پر ان کے نشان پڑ جائیں۔

آر اب اس طرح جھکایا گیا ہے کہ چرخ کی سطح ثابت مرکز سے ہو کر گذرتی ہے۔ اس لئے ان تحقیقات کی رو سے جن کا بیسان پہلے ہو چکا ہے ثابت نقطے اور شمار کنندہ کا درمیانی فاصلہ صفری دائرے کا نصف قطر ہے۔ موزن ذکر فضل کی پیمائش ہو سکتی ہے



جس کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ بھی معلوم ہو سکتا ہے۔

شکل ۱۱ میں

$$س = لا + ما$$

اس لئے ہم لکھ سکتے ہیں :-

صفری دائرے کا

$$رقبہ = \pi (لا + ما)$$

اور مساوات مندرجہ بالا سے

صاف ظاہر ہے کہ رقبہ صرف لا اور ما کی قیمتیں دریافت کرنے سے معلوم ہو سکتا ہے اور س کی پیمائش کرنے کی ضرورت نہیں۔

اگر نشان کنندہ والے بازو کے اوپر کے رخ کا معائنہ کیا جائے تو یہ معلوم ہوگا کہ ان کے مختلف نقطوں پر بھی اعداد ملے ہیں جو بنیاتی رخ کے نشانات کے اوپر لکھے ہوئے ہیں۔ یہ اعداد ان صفری دائروں کے رقبوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کو قبضہ بردار کے مختلف مقاموں سے مطابقت ہے اور یہ اعداد عموداً چرخ کی گردشوں کی تعداد بتاتے ہیں۔ مثلاً اگر قبضہ بردار کا نمائندہ ۱۰۰ سمر □ کے نشان پر مرتب کیا جائے اور سلاخ کے اوپر والے رخ پر اسی نشان کے سامنے ۳۱، ۲۰.۵ لکھا ہو تو اس کے معنی یہ ہونگے کہ صفری دائرے کا رقبہ چرخ کی ۳۱، ۲۰.۵ گردشوں کے برابر ہے یا یوں کہئے کہ رقبہ = ۳۱، ۲۰.۵ مربع سمر۔

آلے پر کے نشانات کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ مربع سمر میں لکھو اور مذکورہ بالا مشاہدات سے جو رقبہ حاصل ہو اس کا قبل الذکر رقبے سے مقابلہ کرو۔ جیسا کہ پہلے بیان ہو چکا ہے آلے پر کے نشان کی مدد سے جو رقبے حاصل ہوتے ہیں ان کی صحت پر زیادہ بھروسہ کیا جا سکتا ہے۔ کیونکہ آلہ سازوں کو زیادہ صحت کے

ذرائع حاصل ہیں اس لئے جب تک کہ آہِ قطعی طور پر خراب نہ ہو گیا ہو اُس کے نشانات کی مدد سے جو رقبے ملتے ہیں اُن ہی کو استعمال کرنا چاہئے۔

(ب) صفری دائرے کا رقبہ تجربے کے ذریعے سے۔
 صرف سطح پیم کے نمائندوں ہی کی مدد سے بغیر کسی پیمائش کے صفری دائرے کا رقبہ بہت آسانی کے ساتھ دریافت ہو سکتا ہے۔ کوئی ایک ایسا منتظم یا غیر منتظم رقبہ لو کہ اگر ثابت نقطہ باہر رکھا جائے تو اسی رقبے کے گھیرے پر نشان کنندہ آسانی سے پھیرا جاسکے۔
 ۲۰ سمر کے عرض کی شکل اکثر ایسے آلوں کے لئے مناسب ہوگی جو ۱۰۰ سمر □ درجہ بندی پر مرتب کئے گئے ہوں۔

ثابت مرکز کو باہر رکھ کر شمار کنندہ کو شکل کے گھیرے پر پھیرد۔
 اور سطح پیم کے درجوں سے جو رقبہ معلوم ہو اُس کو قلم بند کر لو۔ اس رقبے کی تعبیر ۱ سے کرد۔

اب ثابت مرکز کو شکل کے اندر رکھ کر پھر نشان کنندہ کو پھیرد۔ پھیرنے کے عمل کو آہستہ آہستہ جاری رکھو کیونکہ اس حالت میں چرخ بہت تیزی سے گھومے گا اور اگر احتیاط نہ برتی جائے تو چرخ کاغذ پر یا تو پھسل جائیگا یا اُس سے ہٹ جائیگا۔ اگر غور سے دیکھو گے تو معلوم ہوگا کہ چرخ ہر کی ترتیب گھٹ رہی ہوگی یعنی صحنی رقبہ ترقیم ہو رہا ہوگا۔ بشرطیکہ شمار کنندہ مثبت سمت میں حرکت کر رہا ہو۔
 جب ترقیم شدہ رقبہ چرخ پر معلوم ہو جائے تو مندرجہ ذیل مساوات سے شکل زیر بحث کا رقبہ دریافت ہو جائیگا۔ جب ثابت مرکز شکل کے اندر ہو تو

رقبہ ۱ = ترقیم شدہ رقبہ + صفری دائرے کا رقبہ

عموماً یہ مساوات رقبہ ۱ کے دریافت کرنے میں استعمال کی جاتی ہے۔ لیکن اس خاص صورت میں جو کہ زیر بحث ہے

اس کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ بھی معلوم کر سکتے ہیں۔ رقبہ ۱ سطح پیمائی کی مدد سے پہلے ہی دریافت ہو چکا ہے جب کہ ثابت مرکز شکل کے باہر تھا۔ اور ترقیم سے رقبہ کا پتہ چل گیا ہے جب کہ مرکز اندر تھا اس لئے صفری دائرے کا رقبہ دو مذکورہ بالا رقوم کے جبوری ذق کے مساوی ہے۔ یا ان کے حسابی حاصل جمع کے، کیونکہ ان میں سے ایک منفی مقدار ہے۔
مندرجہ ذیل مثال کو دیکھو:-

ثابت مرکز باہر ہو

پہلا معائنہ	۲۵۱۳۹	چکر
دوسرا معائنہ	۵۵۷۱۳	
ترقیم	<u>۳۵۵۷۴</u>	چکر
رقبہ	<u>۳۵۷۶۴</u>	مربع سمر

ثابت مرکز اندر ہو

پہلا معائنہ	۵۵۷۸۱ (۲)	چکر
دوسرا معائنہ	۸۵۶۲۳	
ترقیم	<u>-۱۷۱۱۴۸</u>	چکر

ترقیم منفی سمت میں ہو رہی تھی اور چرخ جو باہر سے چکروں کو بناتا ہے وہ اپنے صفر پر سے دو مرتبہ گزرا۔ اس لئے پہلے معائنہ کے سامنے (۲) کا نشان لگا دیا گیا ہے۔
اس طریقہ سے

$$۳۵۷۶۴ = ۵۵۷۸۱ + (-۱۷۱۱۴۸) \text{ صفری دائرے کا رقبہ۔}$$

یا صفری دائرے کا رقبہ = ۲۰.۷۲۵۲ مربع سمر -
 مذکورہ بالا نتیجوں کے مقابلے میں سطح پیما کے شمار کنندہ کی درجہ بندیوں
 سے اسی قصبے کی قیمت ۲۰.۷۲۵۱ مربع سمر تھی -
 صفری دائرے کا رقبہ ان دو طریقوں سے دریافت کرو اور نتیجوں کا
 مقابلہ اُس قیمت سے کرو جو شمار کنندہ کے بازو سے حاصل ہوتی
 ہے -

تجربہ ۱۱۔ — بڑے رقبوں کی پیمائش
 سطح پیما کی مدد سے — اس صورت میں رقبہ اتنا بڑا فرض کیا
 جا سکتا ہے کہ ثابت مرکز و اس کے اندر لیا جاسکے -
 ۴۰ سمر \times ۷۰ سمر کی ایک بڑی شکل ناقص دو سومیوں اور
 دھماگے کی مدد سے کھینچو - اور سطح پیما کی مدد سے اس کا رقبہ
 دریافت کرو - ثابت کرو کہ یہ رقبہ $= \frac{\pi}{4} \times$ اُس مستطیل کا
 رقبہ جو کہ شکل ناقص کے باہر کھینچا گیا ہے اور جس کے اضلاع
 اعظم اور اقل محوروں کے مساوی ہوں -

۲۔ حجم اور کثافت کی پیمائش

کثافت سے کسی مادی شے کی کمیت فی اکائی حجم مراد ہے -
 گ، ڈش، انعام میں اس کو یوں کہہ سکتے ہیں کہ کسی مادی
 شے کی کثافت اُس کے ایک مکعب سمر حجم کے مادے کی کمیت کے
 برابر ہے -
 اگر گ کمیت ہو اور ح حجم تو $\frac{گ}{ح}$ کثافت =

اگر گ گراموں میں اور ح مکعب سمروں میں ہو تو کثافت گرام

فی کعبہ سمیر میں ظاہر ہوگی۔ کسی منتظم مجسمہ کی کشافت سرل چاہے
تجربہ سہا ۱۲۔ کسی منتظم مجسمہ کی کشافت سرل چاہے
کے ذریعے دریافت کرنا۔ احتیاط کے ساتھ چند منتظم مجسمات کے
طولی ابعاد کو ایسے سرل چاپ کے ذریعے دریافت کرو جس سے
او۔ ملی میٹر تک طول دریافت ہو سکے۔ طول کی پیمائش میں سرل
چاپ کے ہر معائنے سے ”صفری معائنہ“ کو جبری قاعدے سے
حسب ضرورت گھٹا لو۔

ہر پیمائش میں مشاہدہ کم از کم تین مرتبہ ہونا چاہیے اور اگر
ممکن ہو تو مشاہدے جسم کے مختلف نقطوں پر ہونے چاہئیں۔ جو
نتیجے حاصل ہوں ان کا اوسط لینا چاہیے۔ مثلاً اگر کسی اسطوانے
کا قطر دریافت کرنا ہو تو اس کی قیمت اس کے ہر ایک سرے
اور وسطی مقام پر دریافت کرنی چاہیے۔ اور اس کا اوسط قطر
ان نتیجوں کا اوسط ہوگا۔ ایسا عمل کرنے سے اگر استوانہ کسی
قدر کھردرم ہو تو اس کی وجہ سے جو غلطی ہوگی اس کی صحت
ہو جاتی ہے۔ اسطوانے کے ہر مقام پر دو ایسے قطروں کی
پیمائش ہونی چاہیے جو آپس میں علی القوائم ہوں۔ اس طریقے
سے اسطوانے میں اگر ناقصیت ہو تو اس کی بھی صحت ہو
جائیگی۔

پس اس طرح سے اسطوانے پرچھ مشاہدات ہونگے اور
ان کا اوسط اسطوانے کا صحیح قطر سمجھا جاسکتا ہے۔
دریافت شدہ قطر کی مدد سے اسطوانے کا حجم دریافت کرو۔
اسی طریقے سے اور دیگر منتظم مجسمات کے بھی حجم دریافت ہو سکتے ہیں۔
(مختلف منتظم مجسمات کے حجم دریافت کرنے کے ضابطے ضمیمہ
میں درج ہیں)

ترازدی کی مدد سے اس جسم کی کمیت ماوہ دریافت کرو اور اس

کمیت کو حجم دریافت شدہ سے تقسیم کر دو جو نتیجہ کہ حاصل ہوگا وہ اس کی کثافت ہوگی۔

تجربہ ۱۳ — کسی منتظم مجسم کی کثافت پیمپار خردہ پیم کی مدد سے دریافت کرنا۔ مجسمات زیر پیمائش کے طولی ابعاد کو خردہ پیم سے دریافت کرو اور ضابطے کی مدد سے حجم کی تعیین کرو۔

پھر اس جسم کی کمیت ترازو سے معلوم کر لو اور اس کمیت کو حاصل شدہ حجم سے تقسیم کر دو۔ جو نتیجہ نکلیگا وہ اس مجسم کی کثافت ہوگا۔

۲۔ کرویت پیم

کرویت پیم ایک آلہ ہے جو کسی گروی سطح کے انحناء کے نصف قطر کی پیمائش کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ اکثر صورتوں میں (مثلاً کسی عدسے کی پیمائش وغیرہ میں) سطح زیر پیمائش کرہ کا محض ایک چھوٹا سا حصہ ہوتا ہے۔ اس صورت میں انحناء کا نصف قطر اس (خیالی) کرہ کا نصف قطر ہے جس کا ایک حصہ یہ سطح ہے۔

یہ آلہ ایک ایسے ڈھانچے پر مشتمل ہے جس میں تین پائے اب ج اس طرح سے لگے ہیں کہ ان کے سرے تقریباً ایک مثلث مساوی الاضلاع کے کونوں پر واقع ہیں (شکل ۱)۔ ڈھانچے کے مرکز سے ایک باریک غموۃ ۵.۵ ملی میٹر یا ایک ملی میٹر کی گھائی کا بیج گزرتا ہے جو اس آلہ کا چوتھا پایہ ۹ ہے۔ اس پایہ کا مقام ایک ایسے پیمانے سے دریافت ہوتا ہے جو ڈھانچے میں علی القوائم لگا ہوا ہے۔ بیج کے اوپر کے سرے پر ایک قرص دار

ایک درجہ گھومایا جاتا ہے تو بیچ کا سراکتنا آگے بڑھیکا۔ مثلاً بیچ کی گھائی اگر ۵.۵ ملی میٹر ہو اور درجہ دار قرص پر پچاس درجے ہوں تو ہر درجہ ۰.۵۱ ملی میٹر فصل کے مطابق ہوگا (دیکھو صفحہ ۳۰)۔ جب کہ درجہ دار قرص کا صفر خطی پیمانے کے صفر کے محاذی ہو جائے تو اس صورت میں یہ سمجھا جاتا ہے کہ بیچ کی نوک اور تینوں پایوں کی نوکیں ایک ہی سطح میں واقع ہیں۔ بالعموم ٹھیک یہ صورت نہیں رہتی ہے۔ اس لئے آلے کی ”صفری غلطی“ کی مقدار یا ”صفری معائنہ“ کے دریافت کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔

اس امر کے لئے گردیت پیمایک ایسی ٹھیک سطح مستوی پر رکھا جاتا ہے جس کے استوا کی جانچ فن مناظر کے قاعدے سے پہلے کر لی جاتی ہے۔ یہ عموماً کانچ کی تختی ہوتی ہے۔ آلے کے سرے کو گھماتے جاؤ جب تک کہ بیچ کی نوک سطح مذکورہ بالا سے مس نہ کرے۔ اس کا پتہ کہ نوک عین مس کر رہی ہے یوں لگتا ہے کہ اگر باہر والے پایوں سے کسی کو انگلی یا پنسل سے جھٹکا جائے تو آگے بیچ کی نوک کے گرد گھوم جاتا ہے۔ بیچ کو اتنا گھمانا چاہئے کہ آلہ اگر مذکورہ بالا طریقے سے جھٹکا جائے تو گھومنے لگے۔ لیکن اگر بیچ فرا سا بھی اُدھر اٹھایا جائے تو آلے کا گھومنا موقوف ہو جائے۔ اس عمل کو کئی بار کرلو اور ہر مشاہدے میں خطی پیمانے پر قرص کے صفر کا مقام دریافت کر لو۔ جو قیمتیں کہ ملینگی اُن کا اوسط صفری معائنہ ہوگا۔ اس کے بعد جتنے معائنے ہونگے اُن میں سے ہر ایک میں یہ صفری معائنہ جبری طریقے سے محسوب کر لینا چاہئے۔

شیشے کی تختی کی موٹائی ناپنے میں پہلے صفری معائنہ دریافت کرو۔ اس کے بعد تختی کو بیچ کی نوک کے نیچے رکھو اور بیچ کو باہر کی طرف گھماتے جاؤ جب تک کہ آلے کی گردش عین موقوف

نہ ہو جائے۔ اس عمل میں آلے کے تینوں پائے حسب دستور سطح
مستوی پر رہنے چاہئیں۔ جب آلہ اس طرح سے مرتب ہو جائے
تو پیمانے پر معائنہ کر لو اور اس کی قیمت سے صفری معائنہ کی
قیمت گھٹا لو جو نتیجہ نکلیگا تختی کی موٹائی ہوگا۔

اکثر اوقات انتصابی پیمانہ کا لحاظ نہ رکھنا زیادہ آسان ہوتا
ہے مگر صرف اتنا جان لینا چاہئے کہ جب قرص ایک پوری
گردش کر لیتا ہے، تو نوک کتنا فصل طے کرتی ہے۔ اس صورت
میں انتصابی پیمانے پر معائنہ کرنے کے بجائے قرص کی پوری گردشوں
کی تعداد دریافت کرنی چاہئے۔ یہ ظاہر ہے کہ ایک گردش قرص
پر کے ۵ یا ۱۰ درجوں کے برابر ہوگی اور جتنا فصل کرہیج کی
نوک طے کرے گی وہ مذکورہ بالا درجوں کے رقوم میں ظاہر کیا
جا سکتا ہے۔

مثال۔ فرض کرو کہ قرص پر صفری معائنہ ۲۳ درجے ہے۔
جب بیج کی نوک تختی کی اوپر کی سطح پر آئی تو قرص کو
چار سے زیادہ گریانچ سے کم مکمل گردشیں دینی پڑیں۔ اور اس وقت
قرص پر کا معائنہ ۶۵ تھا۔

قرص پر ۱۰۰ درجے ہیں اس لئے درجوں کی تعداد جس حد
تک آلہ گھمایا گیا ہے = ۳ مکمل پکڑ + ۶۵ - ۲۳
= ۷۲ درجے

بیج کی گھائی ۰.۵۵ ملی میٹر ہے اس لئے ہر درجہ $\frac{1}{11}$ ممر
کے مطابق ہوگا۔

اس لئے تختی کی موٹائی = ۲۵.۲۱ ممر

تھرمسٹر ۱۵۔ گسی آئینہ یا عدسہ کی سطح
کے انحنائے نصف قطر کی پیمائش۔ کرویت پیم کے

تینوں پایوں کو کروڑی سطح پر بٹھا دو اور بیچ کو اس طرح سے ترتیب دو کہ اس کی نوک بھی ٹھیک کروڑی سطح کو مس کرے۔ قرض پر معائنہ کر لو۔ اب آلے کو کروڑی سطح سے ہٹا کر سطح مستوی پر رکھو اور دیکھو کہ بیچ کی نوک کو تینوں پایوں کی سطح میں لانے کے لئے قرض کو کتنی دفعہ جھکانا پڑتا ہے۔ قرض پر پھر معائنہ کرو۔ گردشوں کی تعداد اور قرض پر کے دونوں معانیوں سے یہ دریافت کرو کہ بیچ کی نوک نے کتنا فضل طے کیا۔ یہ مشاہدہ کئی دفعہ ہونا چاہئے۔ اوسط قیمت کو 'گ' سمر سے تعبیر کرو۔

آلے کے کسی دو ثابت پایوں کا درمیانی فاصلہ بھی جاننا ضروری ہے۔ اس کو کسی ملی میٹر کے پیمانے سے ۱۰۰ ملی میٹر کی حد تک احتیاط سے پیمائش کرو۔ اس قسم کی تین پیمائشیں کرنی ہونگی۔ کیونکہ یہ فاصلہ اس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ہے جس کے کونوں پر پایوں کی نوکیں واقع ہیں۔ ان تینوں پیمائشوں کے اوسط کو 'ف' سمر سے تعبیر کرو تو اسٹائن کا نصف قطر مندرجہ ذیل مساوات سے معلوم ہو جائیگا:-

$$س = \frac{ف}{۲} + \frac{گ}{۲}$$

جہاں س اسٹائن کا نصف قطر ہے

نوٹ:- (۱) چونکہ س کا انحصار 'ف' کے مربع پر ہے اس لئے 'ف' کی پیمائش میں تھوڑی سی فی صد غلطی س کی فی صد غلطی کی تعداد کو دو چند کر دیگی۔

(۲) اگر 'گ' کی پیمائش سمر میں ہوئی ہے تو 'ف' بھی سمر میں ہونا چاہئے اور 'س' کی قیمت بھی سمر میں نکلیگی۔

(۳) رقم $\frac{گ}{۲}$ اکثر اوقات $\frac{س}{۲}$ کے مقابلے میں نظر انداز کروئی جاتی ہے۔

نتیجہ مندرجہ ذیل طریقے سے قلمبند ہونے چاہئیں:-

سطح مستوی پر معائنہ	عددہ پر معائنہ
۲۲ درجے	۴۸ درجے
۲۴ درجے	۴۷
۲۳ درجے	۴۶
اوسط ۲۳ درجے	اوسط ۴۷ درجے

فرق = ۲۴ درجے

پہنچ میں دو مکمل جگر ہوئے۔

بزرگ = ۲ جگر + ۲۴ درجے = ۰.۶۱۱۲ سمر

پالیوں کا درمیانی فاصلہ

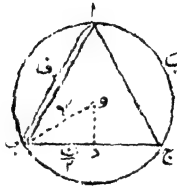
$$\begin{aligned} & ۳۶۰.۱ \text{ سمر} \\ & ۳۶۰.۳ \\ & \text{اوسط} = \frac{۳۶۹.۲}{۲} = ۳۶۰.۱ \text{ سمر} \\ & \text{بزرگ} = \frac{۲(۳۶۰.۱)}{۰.۶۱۱۲ \times ۶} + \frac{۰.۶۱۱۲}{۲} \text{ سمر} \\ & = ۱۳۶۵ \text{ سمر} \end{aligned}$$

سطح کے انحناء کو بصریوں میں دریافت کرنا زیادہ مفید ہے کیونکہ بصریہ عینک سازوں کے پاس انحناء کی اکائی ہے جس سطح کے انحناء کا نصف قطر ایک میٹر ہوتا ہے اُس کا انحناء ایک بصریہ کہلاتا ہے۔ پس انحناء کی قیمت بصریوں میں انحناء کے نصف قطر کی اُس قیمت کا مقلوب ہے جو میٹروں میں ہوتی ہے۔

مثال مندرجہ بالا میں انحناء = $\frac{۱}{۱۳۶۵}$ بصریہ

ضابطہ سر = $\frac{۲}{۴} + \frac{۲}{۲} =$ گ کا ثبوت — اس

ضابطہ میں ذہن اس مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع کا طول ہے جس کے کونوں پر آلہ کی تینوں ثابت نوکیں رہتی ہیں (شکل ۱۹)۔ فرض کرو کہ اب ج مذکورہ بالا مثلث متساوی الاضلاع ہے۔ اس



شکل ۱۹۔ کرویّت پیم کی سطح

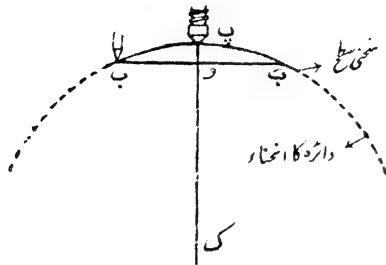
مثلث کے گرد دائرہ کھینچو۔ اس دائرہ کا مرکز ہے۔ نصف قطر OB کو کا سے تعبیر کرو۔ B ج پر OD عمود کھینچو۔ B د = $\frac{1}{2}$ اور $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

کیونکہ مثلث B د ایک مثلث متساوی الاضلاع کا نصف ہے۔

$$\begin{aligned} \text{اب} \quad OB &= OD + DB \\ \text{یعنی} \quad 1 &= \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \\ \text{اس لئے} \quad \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

کروہ کو ایک ایسی سطح سے قطع کرو جو اس کے مرکزک اور خط B د سے گزرے۔ اس سطحی تراش پر غور کرو۔

اس طریقہ سے شکل ۲۔ حاصل ہوتی ہے جس میں اس دائرے کا صرف ایک حصہ دکھایا گیا ہے جس کے انحناء کی ضرورت ہے۔ پ ک کو اپنی سیدھ میں اس طرح بڑھاؤ کہ وہ دائرے کو پھر نقطہ



شکل ۲ = دائرہ کا حصہ

س پر قطع کرے (یہ نقطہ س شکل میں نہیں دکھایا گیا ہے)

$$ک س = ک پ$$

$$س =$$

$$وب = وب$$

$$لا =$$

$$اور وب = گ$$

ہم کو علم ہندسہ سے معلوم ہے کہ $وس \times وب = وب \times وب$

$$(س - گ) \times گ = لا \times گ$$

$$س گ - گ^2 = لا گ$$

$$\frac{س}{۲} + \frac{لا}{۲} = س$$

پہلے یہ ثابت کیا جا چکا ہے کہ $\frac{f_1}{f_2} = \frac{v_1}{v_2}$

$$\frac{f_1}{f_2} + \frac{f_1}{f_2} = v$$

اور یہی ثابت کرنا مطلوب تھا۔



فصل چہارم

اضافی کثافتوں کی تعیین

۱۔ کثافتِ اضافی کی تعریف

کسی جسم کی مادّی شے کا وزن اُس کی مساوی الجھم کسی معیاری شے کے وزن کے ساتھ جو نسبت رکھتا ہے اُس نسبت کو قبل الذکر شے کی کثافتِ اضافی کہتے ہیں۔ بالعموم پانی معیاری شے قرار دیا گیا ہے۔ اس مفہوم کو علمِ ریاضی میں ذیل کی صورت میں ادا کر سکتے ہیں:-
 فرض کرو کہ کسی مادّی جسم کا وزن W ہے اور اس جسم کے مساوی الجھم پانی کا وزن W_0 ہے تو متذکرہ بالا تعریف کی رو سے جسم زیرِ بحث کی کثافتِ اضافی $= \frac{W}{W_0}$ کے متناسب ہوتا ہے۔ اس لئے
 کثافتِ اضافی $= \frac{W}{W_0}$ جہاں W = جسم کا کمیتِ مادّہ
 W_0 = مساوی الجھم پانی کا کمیتِ مادّہ
 جب حقیقی نتیجہ مقصود ہو تو اُن تیشوں کو مخصوص کرنا بھی ضروری ہے جن پر تجربے کیے جائیں۔ اس بناء پر پانی ہم مٹی تیش کا کیا جاتا ہے اور اس تیش پر پانی ”اعظم کثافت“ رکھتا ہے۔ معدولی تجربوں

میں پیالیش کمرے کی پیش پر ہوتی ہیں۔

۲۔ کثافتِ اضافی بوتل

کثافتِ اضافی بوتل اس قسم کی ہوتی ہے جس میں ایک خاص حجم کا مائع سا جائجے عموماً یہ بوتل صُراحی نما ہوتی ہے جس کے مُنہ میں ایک ایسی شیشے کی ڈاٹ لگی ہوتی ہے جو اس کو بخوبی بند کر دیتی ہے۔ ڈاٹ میں ایک باریک سا سوراخ بنا دیتے ہیں تاکہ بند کرتے وقت ہوا اور زائد مائع بوتل سے نکل جائے۔

متذکرہ بالا بوتل کے علاوہ ایک دوسری قسم کی زیادہ سادہ اور صحیح بوتل بھی استعمال کی جاتی ہے۔ اس کی گردن پر ایک نشان اب لگا رہتا ہے (شکل ۱۷)۔ بوتل کو اتنا بھرتے ہیں کہ مائع کی

ہلالی سطح کا نیچے والا حصہ نشان

تک پہنچ جائے۔ اگر مائع زیادہ

داخل ہو جائے تو جاذب کی مدد

سے یا چھوٹے ناپے سے اس کو

نکال لیا جاتا ہے۔ عموماً کثافت

اضافی دریافت کرنے میں بوتل

کو دو دفعہ یعنی ایک دفعہ

پانی اور دوسری دفعہ مائع سے

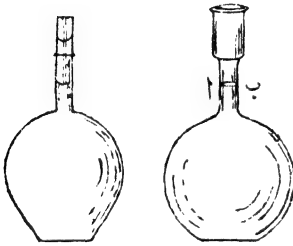
بھرنا ہوتا ہے اور صحیح نتیجہ

نکالنے کے لئے اس کی ضرورت ہے کہ دونوں صورتوں میں بوتل کی

گنجائش مساوی ہو۔ چونکہ اول الذکر بوتل میں ڈاٹ محضوط نما ہوتی

ہے اس لئے یہ ممکن ہے کہ جس قدر پہلی دفعہ بھرنے میں ڈاٹ اندر

گھسی تھی اتنی ہی دوسری دفعہ میں نہ گھسے۔ جس سے بوتل کی گنجائش



شکل ۱۷۔ کثافتِ اضافی بوتل

میں فرق ہو جائیگا۔ اس کے علاوہ جب بوتل کی تپش کسی وجہ سے (مثلاً ہاتھ سے چھونے سے) ڈاٹ کی تپش کے مقابلے میں ذرا سی بھی بڑھ جاتی ہے تو بوتل کے منہ کے قطر میں اس تپش کی وجہ سے اضافہ ہو جاتا ہے۔ اور ڈاٹ ضرورت سے زیادہ اندر گھس جاتی ہے جس سے پھر بھی بوتل کی گنجائش میں کمی واقع ہوگی۔ ان ہی وجوہات سے جب زیادہ صحت مد نظر ہوتی ہے تو مؤخر الذکر بوتل کو اس بوتل پر فوقیت دیجاتی ہے۔

تجربہ ۱۶ — کثافت اضافی بوتل سے

کسی مائع کی کثافت اضافی دریافت کرنا — بوتل کو خوب صاف کر کے آچی طرح سے خشک کر لو۔ اس کا طریقہ یہ ہے کہ کالچ کی ایک ایسی نلی لوجو بوتل کے اندر داخل ہو سکے۔ اس نلی کو ربڑ کی نلی کے ذریعے ایک دھونکنی سے بلا دو اور اس سے بوتل میں ہوا داخل کرو۔ ساتھ ساتھ بوتل کو دھیمے دھیمے شراب کی بتی یا بنسنی مشعل سے گرم کرتے جاؤ۔ گرم کرنے میں بوتل کی گردن کو پکڑ کر ہموار نہ گھماتے رہو تاکہ بوتل کے مختلف حصے مختلف تپش پر آنے نہ پائیں۔ اگر یہ احتیاط نہ برتی جائے تو شیشے کے ٹوٹنے کا خدشہ رہتا ہے۔

جب بوتل خشک اور ٹھنڈی ہو جائے تو اس کے وزن کو سنٹی گرام کی حد تک ترازو کی مدد سے دریافت کرو۔ فرض کرو کہ خالی بوتل کا وزن ۹ گرام ہے۔

اس کے بعد نشان معین تک بوتل کو پانی سے بھر دو۔ اس بات کا خیال رہے کہ پانی کی سطح کے دیکھنے میں اختلاف منظر کی غلطی نہ ہونے پائے۔ اس غلطی سے بچنے کے لئے مشاہدہ کے وقت آنکھ کا مقام اور نشان معین اور پانی کی سطح ایک ہی سیدھ میں ہونی چاہئے۔ بوتل کو اسی طرح پانی سے بھر کر پھرتو۔ (اگر بوتل اول قسم کی ہو تو پانی سے بھر کر ڈاٹ چڑھانے کے بعد

اس کی باہر کی سطح کو صافی سے تولنے کے قبل بالکل خشک کر لینا چاہئے) فرض کرو کہ یہ وزن ۹ گرام ہے۔

۱. بوتل کے اندر کے پانی کا وزن = ۹ - ۹ گرام
بوتل کو پانی سے خالی کر کے پھر خشک کر لو اور اب اس میں نشان معین تک وہ مائع داخل کرو جس کی کثافت اضافی مطلوب ہے۔

بوتل مع مائع کا وزن دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۹ گرام ہے اس سے پانی کے مساوی المیہ مائع کا وزن = ۹ - ۹ گرام
مشذکرہ بالا مشاہدوں کو حسب ذیل قلمبند کرو :-

(۱) خالی بوتل کا وزن	=	۹	گرام
(۲) بوتل مع پانی کا "	=	۹	"
(۳) بوتل مع مائع کا "	=	۹	"
۴. مائع کا وزن	=	۹ - ۹	"
۵. مائع کے مساوی المیہ مائع کا "	=	۹ - ۹	"
۶. مائع کی کثافت اضافی	=	۹	گرام

ریزہ دار ٹھوس کی کثافت اضافی

کثافت اضافی کی بوتل سے اُن ٹھوس اجسام کی بھی کثافت اضافی دریافت کی جاسکتی ہے جو پانی میں حل نہ ہوتے ہوں اور پانی سے بھاری ہوں۔ مگر اس صورت میں ٹھوس کو ریزوں کی شکل میں ہونا چاہئے تاکہ وہ جسم آسانی سے بوتل میں داخل کیا جاسکے۔ ایسے ٹھوس کی مثالیں ریٹ یا چھوٹے چھوٹے جھیرے ہیں۔ اگر ٹھوس ریزہ کی شکل میں نہ ہو تو اس کو پہلے ریزہ ریزہ کر لینا چاہئے۔

اگر اشیاء پانی سے ہلکی ہوں یا اس میں حل ہو جائیں تو کثافتِ اضافی کے تعین میں پانی کی بجائے کوئی دوسرا مائع استعمال کیا جاسکتا ہے جس سے یہ اشیاء بھاری ہیں اور اس میں حل نہیں ہوتیں۔ مگر اس صورت میں جس مائع کو ہم استعمال کریں گے اس کی کثافتِ انسانی مذکورہ بالا طریقہ سے دریافت کرنا ضروری ہے۔

ریت کی کثافتِ اضافی دریافت کرنے میں بوتل کو مائع کی طرح ریت سے صرف بھر دینا ہی کافی نہیں ہوگا۔ ایسا کرنے میں ہم صرف ریت کی کثافتِ انسانی دریافت نہیں کر رہے ہو گے بلکہ ریت اور ہوا کے آمیزہ کی۔ کیونکہ ریت کے ریزوں کے درمیان ہوا کی کثیر مقدار مقید رہتی ہے۔

جتنی بے عمل — کثافتِ اضافی کی بوتل سے کسی ریزہ دار ٹھوس (مثلاً ریت) کی کثافتِ اضافی دریافت کرنا۔ پہلے خالی بوتل کو تول لو۔ وزن کرو کہ اس کا وزن ۱۰ گرام ہے۔ تقریباً تھائی بوتل کو ریت سے بھر دو (اس امر کا لحاظ رہے کہ ریت اور بوتل بالکل خشک ہوں)۔ بوتل مع ریت کا وزن دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۱۰ گرام ہے۔ اس لئے ریت کا وزن ۱۰ - ۱۰ گرام ہوا۔

اب بوتل کے بقیہ حصہ کو پانی سے بھر دو۔ پانی بھرتے وقت بوتل کو خوب ہلاتے رہنا چاہئے تاکہ ہوا کے بلبلے ہو ریت کے ذروں کے درمیان مقید ہوتے ہیں خارج ہو جائیں۔ اگر زیادہ صحت مقصود ہو تو بوتل کی گردن کو ربڑ کی نلی کے ذریعے ہوا پمپ سے ملا دینا چاہئے۔ جس سے ہوا خارج کی جاسکے۔ پانی کی سطح کو نشان معین کیا۔ لاؤ۔ بوتل مع پانی و ریت کے وزن کو دریافت کر لو۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۱۰ گرام ہے۔ اس لئے پانی کا وزن ۱۰ - ۱۰ گرام ہوگا۔ بوتل کو بالکل خالی کر دینے کے بعد پانی سے اچھی طرح صاف۔

کریو۔ اب پھر نشانِ معین تک بوتل کو پانی سے بھر کر تول لو۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۹ گرام ہے اس لئے پانی کا وزن جو نشانِ معین تک بوتل کو بھرنے کے لئے درکار ہے ۹۔ ۹ گرام ہوگا۔ پس ریت سے جس قدر جگہ گھری ہوئی ہے اُس کو بھرنے کے لئے پانی کی مقدار کا وزن (۹ - ۹) اور (۹ - ۹) کے فرق کے برابر ہوگا۔

$$\text{ریت کی کثافتِ اضافی} = \frac{\text{ریت کا وزن}}{\text{اُس کے مساوی الجھم پانی کا وزن}}$$

$$= \frac{\text{ریت کا وزن}}{\text{ریت سے جس قدر جگہ گھری ہوئی ہے اُس کو بھرنے کے لئے پانی کی مقدار کا وزن}}$$

$$= \frac{9 - 9}{(9 - 9) - (9 - 9)}$$

متذکرہ بالا مشاہدوں کو حسبِ ذیل قلمبند کرو:-

- (۱) خالی بوتل کا وزن = ۹ گرام
- (۲) بوتل مع ریت کا وزن = ۹
- (۳) بوتل مع ریت و پانی (ریت بوتل کے اندر) = ۹
- (۴) صرف پانی سے بھری ہوئی بوتل کا وزن = ۹
- ∴ ریت کا وزن = ۹ - ۹ گرام = ۹
- اور ریت کے مساوی الجھم پانی کا وزن = (۹ - ۹) - (۹ - ۹) = ۹ گرام = ۹
- کثافتِ اضافی = $\frac{9}{9}$

۳۔ ماسکونی ترازو

دو مس کرنے والے اجسام کی درمیانی قوتیں جب دو اجسام مس کر رہے ہوں تو ان میں قوتیں پیدا ہوتی ہیں

جن کو عمل اور ردِ عمل کہتے ہیں۔ نیوٹن کے تیسرے کلیہ حرکت کے مطابق یہ دونوں قوتیں مقدار میں مساوی مگر سمت میں متضاد ہوتی ہیں۔ اگر قوت دونوں جسموں کی ماسی سطح پر علی القواہم عمل کر رہی ہو تو اس قوت کو قوتِ اُچھال کہتے ہیں اور اس کی پیمائش ڈائنوں میں یا گرام وزنوں میں ہوتی ہے۔

حقیقتاً اجسام ایک محدود ہی رقبہ میں ایک دوسرے سے مس کرتے ہیں۔ اس صورت میں اجسام کے درمیان دباؤ ہونے کا ذکر اُس وقت کیا جاتا ہے جب کہ قوتیں مس کرنے والی پوری سطحوں پر عمل کر رہی ہوں۔

رقبے کے کسی چھوٹے ٹکڑے پر جو قوت اُچھال عمل کر رہی ہے اُس کو اگر اُسی رقبے کی اکائیوں سے تقسیم کر دیا جائے تو جو نتیجہ حاصل ہوتا ہے وہ اُس چھوٹے رقبے کے اندر کے کسی نقطہ پر کا دباؤ کہلاتا ہے بشرطیکہ یہ فرض کر لیا جائے کہ قوت اُچھال اس چھوٹے ٹکڑے پر ہموارانہ عمل کر رہی ہے۔ فرض کرو کہ ایک نقطہ کسی چھوٹے رقبے مَف س کے اندر واقع ہے اور اگر اس رقبہ پر مَف ق قوت ہموارانہ عمل کر رہی ہو تو نقطہ پر دباؤ = $\frac{مَف ق}{مَف س}$

اگر رقبہ زیر بحث نہایت ہی چھوٹا لیا جائے تو دباؤ کی قیمت کسی نقطہ پر اور بھی صحیح نکلیگی۔ اس صورت میں انتہا میں چل کر دباؤ = $\frac{مَف ق}{مَف س}$

دباؤ کی پیمائش ڈائن فی مربع سمر میں کی جاتی ہے۔ اگر اجسام زیر بحث میں سے ایک سیٹال ہو اور دوسرا ٹھوس تو سیٹالی دباؤ کی وجہ سے ٹھوس پر جو حاصل قوت پیدا ہوتی ہے اُس کی تخمینہ مندرجہ ذیل اصول سے آسانی کے ساتھ کی جاسکتی ہے۔

حکیم ارشمیدس کا اصول

حکیم ارشمیدس کا اصول بالعموم الفاظ ذیل میں ادا کیا جاتا ہے :-
جب کوئی جسم کسی سیال میں ڈبو یا جاتا ہے تو اُس کے وزن میں اتنی ہی ظاہری کمی واقع ہوتی ہے جتنا کہ ہٹائے ہوئے سیال کا وزن ہوتا ہے۔

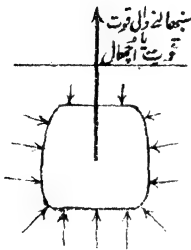
اسی اصول کو براہ راست اور آسانی سے یوں بھی بیان کر سکتے ہیں کہ جب کوئی جسم مکملتہً یا جزئاً کسی ساکن سیال میں داخل کیا جائے تو اُس پر اوپر کی طرف ایک قوت اچھال کی پیدا ہوتی ہے جس کی مقدار ہٹائے ہوئے سیال کے وزن کے برابر ہوتی ہے۔

اس اصول کو سیالی دباؤ کے نظریہ سے اخذ کر سکتے ہیں اور ایسا سادہ تجربہ بھی کیا جاسکتا ہے جس سے اس کی صحت کی تصدیق بھی ہو سکتی ہے۔

ساکن سیال کے کسی حصے کے تعادل پر اگر غور کیا جائے تو یہ ظاہر ہے کہ وہ حصہ اُس پاس کے سیال سے سنبھلا ہوا ہے ورنہ اس کا وزن ضرور اس کو ڈبو دیتا۔ اور تعادل قائم کرنے کے لئے یہ بھی ضروری ہے کہ یہ سنبھالنے والی قوت متذکرہ بالا حصہ کے وزن کے مساوی ہو۔

اُس پاس کے سیال کے وجود سے جو دباؤ پیدا ہوتا ہے اُن ہی سے حصہ متذکرہ سنبھلا رہتا ہے۔ ان دباؤں کا اس حصے کے وزن کے مساوی ہے اور اوپر کی طرف عمل کرتا ہے (دباؤ کی سمتیں شکل ۲۲ میں دکھائی گئی ہیں)۔ اس سنبھالنے والی حاصل قوت

کو "قوت اُچھال" کہتے ہیں۔



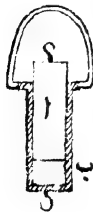
اب سیال کے زیر بحث حصے کو الگ کر لو اور اُس کی جگہ پر ٹھیک اسی شکل کا ایک ٹھوس تصور کر لو۔ اس صورت میں بھی اُس پاس کے سیال کے وجود سے اتنے ہی دباؤ پیدا ہونگے جتنے کہ پہلی صورت میں نہایاں ہوئے تھے اس لئے ٹھوس بھی ایک ایسی حامل قوت سے سنبھلا رہیگا جس کی مقدار

شکل ۲۲۔ ارشمیدس کا اصول

وہی ہوگی جو سیال کے زیر بحث حصے کو سنبھالے ہوئے تھی۔ اور یہ سنبھالنے والی قوت ہٹائے ہوئے سیال کے وزن کے مساوی ہے۔ اس لئے ٹھوس زیر بحث پر بھی ایک ایسی قوت اُچھال اوپر کی طرف پیدا ہو جائیگی جس کی مقدار ہٹائے ہوئے سیال کے وزن کے برابر ہوگی۔ اس کا نتیجہ یہ ہوگا کہ ٹھوس کے وزن میں اتنی ہی مقدار کی ظاہری کمی واقع ہوگی۔

نتیجہ ۱۸۔ — ارشمیدس کے اصول کی عملی

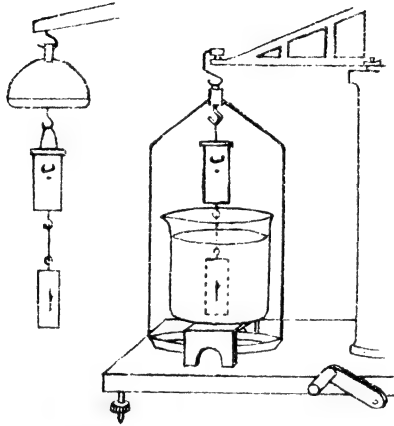
تصدیق۔ اس اصول کی صحت کی تصدیق کے لئے دو اسطوانے لئے جاتے ہیں ایک بالکل ٹھوس اور دوسرا مجوف۔ مجوف حصہ ایسا ہوتا ہے کہ ٹھوس اُس میں ٹھیک ٹھیک سما جاتا ہے۔



اسطوانے میں اس طرح سے ٹپک لئے ہوتے ہیں کہ ٹھوس اسطوانہ '۱' مجوف اسطوانہ 'ب' کے نیچے لٹکایا جاسکے۔ شکل ۲۳ میں 'ب' کا ایک تراشی منظر دکھلایا گیا ہے جس میں کچھ باہر نکلا ہوا ہے۔

شکل ۲۳۔ مجوف اور ٹھوس اسطوانہ

ب کو ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے لٹکاتے ہیں اور اُسٹوانہ ب کے نیچے لٹکایا جاتا ہے۔ ماسکونی ترازوؤں میں ایک طرف کا پلڑا سمواؤںچا ہوتا ہے اور اُسی پر اُسٹوانے لٹکائے جاتے ہیں (شکل ۲۴)۔



شکل ۲۴ - ارشدیس کے اصول کی عملی تصدیق

ا کو ب کے ساتھ دہانگے سے اس طرح لٹکاتے ہیں کہ ا کی حرکت میں ب کی وجہ سے رکاوٹ نہ ہو۔ دوسرے پلڑے پر باٹ رکھ کر تعادل قائم کیا جاتا ہے۔ ایک پانی کا برتن ا کے نیچے اس طرح رکھا جاتا ہے کہ ا گلیشہ پانی میں ڈوب جائے۔ ایسا کرنے سے تعادل ٹوٹ جاتا ہے اور اُسٹوانہ والا پلڑا اُپر اٹھ جاتا ہے یعنی ا کے وزن میں ظاہری کمی واقع ہو جاتی ہے۔

اگر ب کو ابواب پانی سے بھر دیا جائے تو تعادل پھر قائم ہو جاتا ہے۔ اس سے یہ معلوم ہوگا کہ ا کے وزن میں جو کمی واقع ہوئی تھی وہ ا کے مساوی الجھ پانی داخل کرنے سے پوری ہو گئی۔ یعنی جب ا پانی میں ڈبو یا گیا تو اُس کا وزن اپنے مساوی الجھ پانی کے وزن کے

برابر کم ہو گیا۔

جب سے پانی نکالی لو۔ اور اوپر اٹھے ہوئے پڑے پر اس وقت تک باٹ ڈالنے جاؤ جب تک کہ متادل نہ قائم ہو جائے۔ ظاہر ہے کہ جو باٹ اسی ڈالے گئے ہیں وہ اسطوانہ جب میں بقینا پانی تھا اس کے وزن کے مساوی ہیں یا یوں کہئے کہ اس کے مساوی الجھ پانی کے وزن کے برابر ہیں۔

سارے تجربہ کو دہراؤ اور ہر تجربہ میں مختلف مائع مثلاً شربہ، پیرافین، کاتیل یا کوئی اور مناسب مائع استعمال کرو۔ اور اس بات کو بغور دیکھو کہ ہر حالت میں جب اگلیہ کسی مائع میں ڈوبوا جاتا ہے تو متادل قائم کرنے کے لئے جب کو اسی مائع سے لباب بھرنا ہوتا ہے جس سے ارشیدس کے اصول کی تصدیق ہو جاتی ہے۔

یہ امر قابل لحاظ ہے کہ ہر تذکرہ بالا حالت میں وزن کی ظاہری کمی یکساں نہیں ہوتی۔ اور ایسا ضرور ہونا چاہئے کیونکہ اچھال کی قوتیں مساوی جموں کے مختلف مائعوں کے وزنوں کے برابر ہیں۔ اگر ایک مائع پانی ہو تو کسی دوسرے مائع کی کثافت اضافی مندرجہ ذیل ضابطوں سے دریافت کر سکتے ہیں:-

$$\frac{\text{کسی جسم کے مائع کا وزن}}{\text{مساوی الجھ پانی کا وزن}} = \text{کثافت اضافی}$$

$$\frac{\text{مائع کی وجہ سے قوت اچھال}}{\text{پانی کی وجہ سے قوت اچھال}} =$$

ارشیدس کے اصول کے اطلاقات

اصول ارشیدس سے ٹھوس اور مائع کی کثافت اضافی دریافت کرنے کا ایک نہایت اہم طریقہ حاصل ہوتا ہے۔ جب ایک ٹھوس

کلیتہً کسی مائع کے اندر ڈبوایا جاتا ہے تو اس جسم پر جو قوت اُچھال پیدا ہوتی ہے وہ اس کے مساوی الجھم پانی کے وزن کے برابر ہے۔ پس ٹھوس کے وزن کو اس کے اوپر جو قوت اُچھال ہے اس سے مقابلہ کرنے سے ٹھوس اور مائع کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ ہو سکتا ہے کیونکہ ٹھوس اور مائع کے حجم دونوں صورتوں میں ایک ہی ہیں۔ خصوصاً اگر ہم کلیتہً پانی میں ڈوبے ہوئے کسی معلوم وزن کے ٹھوس پر قوت اُچھال کی قیمت دریافت کر لیں تو ہم کو اس ٹھوس کے مساوی الجھم پانی کا وزن معلوم ہو جائیگا اور اس سے ہم اس ٹھوس کی کثافت اضافی اخذ کر لینگے۔

بجی بسہ ^{۱۱۱} — ارشید سے کئے معمول سے اضافی کثافتوں کی تعیین۔ کسی ٹھوس یا مائع کی کثافت اضافی ماسکولی ترازو کی مدد سے دریافت ہو سکتی ہے۔

(۱) اس ٹھوس کی کثافت اضافی جو پانی میں حل نہ ہو سکے۔ ٹھوس کو باریک دھاگے یا تار کی مدد سے ماسکولی ترازو کے چھوٹے پڑے سے یا اگر ترازو معمولی ہو تو پڑے کے ہک سے لٹکاؤ۔ جب یہ جسم ہوا میں آزادانہ لٹک رہا ہو تو دوسرے پڑے پر باٹ ڈال کر تعادل قائم کرو۔ اس کے بعد اس جسم کو بغیر ہک سے ہٹائے ہوئے کلیتہً پانی میں ڈباؤ۔ مگر اس بات کا لحاظ رہے کہ دھاگا حتی المقدور بھیکنے نہ پائے۔ پھر باٹوں کو بدل کر تعادل قائم کرو۔ اب کم وزن کے باٹوں کی ضرورت ہوگی۔ دونوں صورتوں میں باٹوں کا جو فرق ہوگا وہی قوت اُچھال ہوگا۔ یعنی یہ فرق جسم کے مساوی الجھم پانی کے وزن کے برابر ہے اس لئے

جسم کا وزن ہوا میں

کثافت اضافی =

جسم کے وزن میں پانی میں ڈوبنے سے ظاہری کمی اگر معمولی ترازو سے ماسکولی ترازو یعنی جسم کا وزن پانی میں دریافت کرنے کا

کام لیا جائے تو جس پائے کے ٹک سے جسم زیر بحث نکلیا جاتا ہے اس طرف ایک چھوٹی چوکی (مگر کافی لمبی اور بلند) رکھی جاتی ہے تاکہ بلڑا اوپر نیچے بغیر کسی رکاوٹ کے حرکت کر سکے۔ اس چوکی پر پانی سے بھرا گلاس رکھا جاتا ہے اور جسم اس طرح سے اس میں ڈبوایا جاتا ہے کہ وہ گلاس کے بازوؤں سے نہ ٹکرائے جائے۔ حاصل کلام یہ ہے کہ چوکی کے رکھنے سے ترازو کے عمل میں کسی قسم کی مزاحمت نہ ہو (شکل ۱۲)۔

(ب) کسی مائع کی کثافت اضافی۔ کسی ٹھوس کو ہوا اور پانی میں وزن کرو جیسا کہ اوپر (ا) میں بیان ہو چکا ہے۔ اس کی مدد سے جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن دریافت ہو جائیگا۔ اس کے بعد اسی ٹھوس کو اس مائع میں وزن کرو جس کی کثافت اضافی مطلوب ہے اور اس طریقے سے مساوی الحجم مائع کا وزن دریافت کر لو اس لئے

$$\text{کثافت اضافی} = \frac{\text{جسم کے مساوی الحجم مائع کا وزن}}{\text{اسی جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

(ج) اس ٹھوس کی کثافت اضافی جو پانی میں حل ہو سکے۔

کوئی ایسا مائع لو جس میں ٹھوس زیر بحث حل نہ ہو سکے۔ اس مائع کی کثافت اضافی ایک ایسے ٹھوس مثلاً شیشہ وغیرہ کی مدد سے جو نہ اس مائع میں حل ہو سکے نہ پانی میں متاثر نہ ہو (ب) طریقے سے دریافت کر لو۔ فرض کرو کہ یہ کثافت اضافی x ہے۔ اب ٹھوس زیر بحث کو ہوا میں بھی تول لو اور پھر اس مائع میں بھی۔ آخر اندر دو تجربوں سے ٹھوس کے مساوی الحجم مائع کا وزن معلوم ہو جائیگا۔ اور اس وزن کو مائع کی کثافت اضافی یعنی x سے تقسیم کر کے ٹھوس کے مساوی الحجم پانی کا وزن دریافت ہو جائیگا۔ پس ٹھوس زیر بحث کی

$$\text{کثافت اضافی} = \frac{\text{ٹھوس کا وزن ہوا میں}}{\text{ٹھوس کے مساوی الحجم مائع کا وزن} \times x}$$

(د) ایک ایسے ٹھوس کی کثافت اضافی جو پانی سے ہلکا ہو (مثلاً سووم وغیرہ) - جسم کو ہوا میں تولو - چونکہ جسم پانی سے ہلکا ہے اس لئے یہ پانی پر تیرے گا۔ قوت اُچھال کی دریافت میں کسی بھاری دھات کے ایک اڑیہ کو (لنگر) کی ضرورت ہوگی جو ساتھ لٹکانے سے اس جسم کو کلیتہً پانی میں ڈبو دے -

اب متذکرہ بالا دھات کے ٹکڑے کا وزن پانی میں دریافت کر لو - ان دونوں تیجوں کا حاصل جمع ہلکے جسم کا وزن ہوا میں اور لنگر کا وزن پانی میں ظاہر کریگا - اب ہلکے جسم اور لنگر کو اس طرح ترتیب دو کہ دونوں کلیتہً پانی میں ڈوب جائیں - اب دونوں کا وزن پانی میں دریافت کر دو - ان دونوں تیجوں کا فرق جسم پر قوت اُچھال بتائیگا کیونکہ ہر دو صورتوں میں لنگر پانی ہی کے اندر تھا - اس ہلکے جسم کا وزن ہوا میں چپٹے ہی دریافت کر لیا گیا ہے اس لئے

$$\text{کثافت اضافی} = \frac{\text{جسم کا وزن (ہوا میں)}}{\text{مذکورہ وزن}}$$

مذکورہ ذیل مثال سے تجربہ کا طریق عمل اور مشاہدوں کا قیاس کرنا واضح ہو جائیگا :-

سووم کا وزن ہوا میں	=	۲۵۲۳۵ گرام
پتیل کے لنگر کا وزن پانی میں	=	۶۵۹۲۵ گرام
سووم کا وزن پانی میں اور لنگر کا پانی میں	=	۱۰۶۱۹۰ گرام
سووم اور لنگر کا وزن پانی میں	=	۶۵۳۱۰ گرام
سووم پر قوت اُچھال (پانی میں)	=	۱۰۶۱۹۰ - ۶۵۳۱۰ گرام
	=	۳۵۸۸۰ گرام
یعنی سووم کے مساوی الحجم پانی کا وزن	=	۳۵۸۸۰ گرام

∴ سوم کی کثافت اضافی = $\frac{\text{سوم کا وزن ہوا میں}}{\text{اُس کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$

$$\frac{۳۵۲۳۵}{۳۵۸۵۰} =$$

$$۰.۵۸۴۶ =$$

ارشیدس کے اصول کا اطلاق دوسری علیٰ تعینوں پر بھی آسانی سے ہو سکتا ہے جن کی چند خاص مثالیں ذیل میں دی جاتی ہیں: —
تجی بسا سٹل — ماسکوئی ترازو کی مدد سے مجموعوں کی تعین — جسم کو باریک دھاگا یا تار کے ذریعے سے ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے لٹکاؤ اور ہوا میں اُس کا وزن دریا کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۹ ہے۔
پھر اسی جسم کا وزن پانی میں دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۹ ہے۔

ان دونوں وزنوں ۹ اور ۹ کا درمیانی فرق جسم پر کی قوت اُچھال کے برابر ہے۔ ارشیدس کے اصول کے رُو سے یہ قوت اُچھال جسم کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے برابر ہے۔ یہ معلوم ہے کہ ۹ - ۹ = ح ث جہاں ح = حجم اور ث = کثافت یعنی کیت فی اکائی حجم ∴ $\frac{ح}{ث} = ۹ - ۹$

میٹری (س - گ - ڈ) نظام میں ایک کمعب سمر پانی کی کیت ایک گرام ہے اس لئے ث = ۱ اور ح = (۹ - ۹) کمعب سمر۔ اس حجرے میں اگر بجائے پانی کے کوئی دوسرا مایع استعمال کیا جائے جس کی کثافت معلوم ہو تو حجم مذکورہ بالا مساوات سے اتنی ہی آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے جیسا کہ پہلی صورت میں

$$\text{کیونکہ } \frac{H}{L} = \frac{H}{L} - \frac{H}{L}$$

جس سے ۲۱ — کسی تختی کی موٹائی دریافت کرنا۔
اگر کوئی جسم ایک چوڑی تختی کی شکل میں ہو اور اُس کا رقبہ 'س' ہو اور
اوسط موٹائی 'ت' ہو تو

$$H = S \times t$$

$$t = \frac{H}{S}$$

تختی کا وزن ہوا اور پانی میں جدا جدا دریافت کرو اور ان تجربوں
سے حجم کی قیمت اخذ کرو۔

اگر تختی مستطیل شکل کی ہو تو اُس کے طول اور عرض کو ناپ کر اُس کے
ایک رخ کا رقبہ دریافت کر لو۔ حجم کو اس رقبے سے تقسیم کرنے سے
موٹائی معلوم ہو جائیگی۔

تختی کی موٹائی پیمیدار خروہ پیمانہ کی مدد سے دریافت کرو اور اس
نتیجہ کو اگلے نتیجے سے مقابلہ کرو۔ دیکھو کہ نتیجوں میں مطابقت ہے یا نہیں۔
یہ ممکن ہے کہ تختی ہر جگہ یکساں موٹی نہ ہو اس لئے خروہ پیمانہ کی مدد سے
مختلف مقاموں کی موٹائی دریافت کرنا چاہئے۔ مختلف قیمتیں جو حاصل
ہوں گیں ان کا اوسط تختی کی اوسط موٹائی ہوگی۔

جس سے ۲۲ — کسی تار کا قطر دریافت کرنا۔
اگر اوسط قطر ہو تو تار کی تراش عمودی کا رقبہ $\frac{\pi}{4} \times \frac{H^2}{L}$ کے مساوی
ہوگا۔ فرض کرو کہ تار کا طول 'ل' ہے

$$\text{حجم (ح)} = \frac{\pi}{4} \times \frac{H^2}{L} \times L$$

$$= \frac{\pi}{4} \times H^2 \times L$$

$$H = \sqrt{\frac{4 \times \text{ح}}{\pi \times L}}$$

ل طول کے تار کا وزن پانی اور ہوا میں جدا جدا دریافت کرو۔
 ان تجربوں سے ح کی قیمت اخذ ہو سکتی ہے۔
 ل اور ح کی قیمتیں جب معلوم ہو جائیں گی تو ح کی قیمت مذکورہ
 باہر ضابطہ سے نکل آئے گی۔ جو قیمت حاصل ہو اُس کی تصدیق پیچیدار
 خوردہ پیم کے ذریعے سے کر لو۔
 تجربہ ۲۳۔ کسی اُلجھے ہوئے تار کا طول
 دریافت کرنا۔ تار کے وزن کو ہوا اور پانی میں دریافت کرو اور
 نتیجوں سے ح کی قیمت نکالو۔ پھر خوردہ پیم سے تار کے قطر کی پیمائش
 کر لو۔ پس طول دریافت ہو جائیگا۔

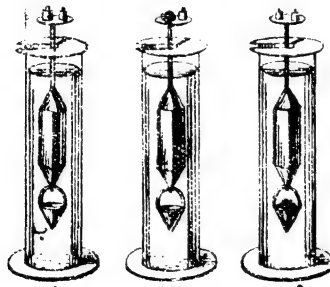
۴۔ ملع پیم

ملع پیم ایک ایسا آلہ ہے جس کی مدد سے کسی ملع کی کثافت اضافی
 تیرانے کے عمل سے دریافت کی جاتی ہے۔ یہ ایک انتصابی سلخ پر مشتمل
 ہے جس کے ایک سرے میں ایک بوجھل جوڑ لگا رہتا ہے۔ جوڑ کو بوجھل
 بنانے کا مقصد یہ ہے کہ آلہ کسی ملع میں انتصاباً قائم رہے اور سلخ کا
 کوئی مناسب حصہ ملع میں ڈوبا رہے۔ جب آلے کو مناسب کثافت
 کے کسی ملع میں رکھا جاتا ہے تو وہ اس طریقہ سے تیرتا ہے کہ سلخ کا کچھ
 حصہ ملع کی سطح کے باہر نکلا رہتا ہے۔ تعادل کی اس صورت میں آلہ کا
 وزن ہٹائے ہوئے ملع کے وزن کے مساوی ہے۔ سلخ کی وجہ بندی
 اس طریقہ سے ہوتی ہے کہ وہ ملع کی کثافت اضافی براہ راست بتا دے۔
 کسی ملع کی کثافت اضافی فوراً دریافت کرنے کے لئے یہ بہت
 ہی آسان طریقہ ہے۔ بشرطیکہ نتائج کی تقریبی قیمت مطلوب ہو۔ اس عمل میں
 سطح تناؤ کا اثر بھی ہوتا ہے اس لئے صحیح نتائج نکالنے کے لئے بہت احتیاط
 برتنے کی ضرورت ہے حتی الامکان سطحی تناؤ کے اثر کو زائل کرنے کی کوشش

کرنی چاہئے۔

نکلسن مائع پیم

نکلسن مائع پیم۔ اس آلے میں وضعات کا ایک ایسا کھوکھلا
 اسطوانہ ہوتا ہے جو مائع میں تیر سکے۔ اس کے دونوں سرے عموماً مخروطی
 ہوتے ہیں۔ اوپر کی طرف اس میں ایک ایسی سلاخ لگی رہتی ہے جس کے
 اوپر کے سرے میں ایک چھوٹا پڑا ہے اور اسطوانے کے پچھلے سرے
 پر ایک چھوٹی مخروطی شکل کی پیالی (ب) لگی ہوتی ہے۔ یہ پیالی عموماً
 سیسے سے بوجھل کر دی جاتی ہے تاکہ آلہ مائع میں انتصاباً تیرتا رہے۔ اور
 آلہ کا اوپر والا مخروطی حصہ کچھ مائع سے باہر نکلا رہے۔ پیالی کے اوپر بعض
 اوقات ایک چھلنی دار ڈھکن لگا دیا جاتا ہے تاکہ پیالی کو جب چاہیں
 اس سے ڈھک دیں (شکل ۲۵)۔ سلاخ پر ایک نشان کھود دیا جاتا



شکل ۲۵۔ نکلسن مائع پیم

ہے تاکہ آلہ ہر تجربہ میں اسی نشان تک ڈبو یا جاسکے۔

بجانب سے نکلسن مائع پیماس کی مدد سے کسی ٹھوس کی کثافت اضافی کی تعیین — آلے کو پانی میں تیراؤ اور (پلڑے پر باٹ رکھتے جاؤ جب تک کہ آکر نشان ن تک ڈوب نہ جائے جس برتن میں پانی ڈال کر مائع پیماس پیمایا جاتا ہے اُس کے مُنہ کو ایک ایسے دھات کے پتے سے دھک دینا بہتر ہوگا جس میں ایک شکاف بنا ہوا ہو۔ شکاف کی وسعت اتنی ہونی چاہئے کہ آلے کی سلاخ بالکل آزادانہ اُپر نیچے حرکت کر سکے۔ اس انتظام سے آکر پانی میں کلیئہ ڈوبنے سے محفوظ رہتا ہے اور پلڑا اور باٹ بھی نہیں بھیگنے پاتے (صفحہ ۲۲ میں باٹوں کے استعمال کے وقت احتیاط برتنے کی ہدایتیں دیکھو)۔

اس انتظام سے آلہ برتن کی دیواروں سے بھی نہیں ٹکرا سکتا۔ فرض کرو کہ آلہ کو نشان معین تک ڈوبنے کے لئے ۹ وزن کی ضرورت ہے۔ باٹوں کو ہٹا کر جس ٹھوس کی کثافت اضافی مطلوب ہے اُس کو پلڑے پر رکھو۔ اب آلے کو نشان معین تک ڈوبنے کے لئے آکر باٹوں کی ضرورت ہوگی۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۹ ہے۔ اس لئے ٹھوس کا وزن ہوا میں ۹ - ۹ کے مساوی ہے۔

باٹوں کو پھر اتار لو اور جسم کو پلڑے سے ہٹا کر پانی ب میں رکھو (جو پانی کے اندر ہے)۔ اب آلے کو نشان معین تک ڈوبنے کے لئے فرض کرو کہ ۹ باٹوں کی ضرورت ہوئی۔

اب دو صورتوں میں وزن میں جو کچھ فرق ہوگا وہ اس وجہ سے ہوگا کہ ایک صورت میں جسم ہوا میں ہے اور دوسری صورت میں پانی میں۔ یہ فرق جسم پر پانی کی قوت اُچھال کی وجہ سے پیدا ہوا۔

یعنی ۹ - ۹ = قوت اُچھال

= جسم کے مساوی الجھم پانی کا وزن

$$\frac{9 - 9}{9 - 9} = \frac{\text{ہوا میں وزن}}{\text{مساوی الجھم پانی کا وزن}} = \text{اس لئے کثافت اضافی}$$

طریق مندرجہ بالا سے دو جسموں کی الگ الگ کثافت اضافی دریافت کرو۔ ان میں سے ایک پانی سے بھاری لو اور دوسرا پانی سے ہلکا۔ موزالذکر حالت میں (یعنی جسم جب کہ پانی سے ہلکا ہو) اگر پیالی میں ڈھکن نہ ہو تو جسم کو پیالی کے ساتھ باندھنا پڑیگا۔ ورنہ یہ جسم ہلکا ہونے کی وجہ سے پانی کی سطح پر چلا آئیگا۔

ان تمام تجربوں میں اس بات کی احتیاط رہے کہ پانی کے اندر ہوا کے جھیلے آگے میں کہیں پر بھی نہ رہتے پائیں۔

نیکلسن مائع پیم سے کثافت اضافی کی تعینوں میں اتنی صحت حاصل نہیں ہوتی جتنی کہ ان طریقوں سے جن کا بیان گزشتہ دفعوں میں کیا گیا ہے۔ کیونکہ مائع پیم کی سلاخ کے اس حصے پر جہاں وہ پانی کی سطح سے باہر نکلتی ہے سطحی تناؤ کے عمل کی وجہ سے بہت زیادہ غلطیاں ہو سکتی ہیں۔ اس عمل میں تخفیف کرنے کے لئے سلاخ حتی الامکان باریک ہونی چاہئے۔

تجربہ ۲۵۔ نیکلسن مائع پیم کی مدد سے کسی مائع کی اضافی کثافت کی تعین۔ آگے کو پانی میں تیرنے دو اور پڑے پر وزن رکھ کر آگے کو نشان معین تک ڈباؤ۔ فرض کرو کہ یہ وزن ۹ ہے۔

آگے کو پانی سے نکال کر خشک کر لو اور اس مائع میں تیراؤ جس کی کثافت اضافی مطلوب ہے۔ حسب دستور پڑے پر بائوں کو رکھ کر آگے کو نشان معین تک ڈباؤ فرض کرو کہ یہ وزن ۹ ہے۔

اب مائع پیم کو تول لو۔ فرض کرو کہ اس کا وزن ۹ ہے۔ ۹ + ۹ اتنے پانی کا وزن ہے جو نشان معین تک مائع پیم کو ڈبونے میں ہٹا۔ اور ۹ + ۹ اتنے ہی مائع کا وزن ہے جس کو مائع پیم نے اسی نشان تک ڈوبنے میں ہٹایا۔ مگر ہر حالت میں ہٹائے ہوئے حجم ایک ہی ہیں اس لئے مائع کی کثافت اضافی = $\frac{9+9}{9+9}$

تنبیہ :- مائع زیرِ بحث ایسا نہ ہو کہ آلے پر کیسائی عمل کرے۔

۵۔ مائعات کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ

مساوی دباؤ ڈالنے والے استوانوں کی بلندیوں سے

مائع کے کبھی استوانہ سے جو دباؤ پڑتا ہے وہ برتن کی شکل پر منحصر نہیں ہے بلکہ کلیتہً مائع کی انتصابی بلندی اور کثافت پر۔ بشرطیکہ سطحی تناؤ کی وجہ سے جو اثر پیدا ہو اُس کو نظر انداز کر دیا جائے۔ فرض کرو کہ مائع کے استوانہ کی بلندی گ سمر ہے اور کثافت (مطلق) ρ گرام فی مکعب سمر تو دباؤ = $\rho \times g \times h$ گرام فی مربع سمر۔ اگر h = اسراع بوجہ جاذبہ زمین (مطلق اکائیوں میں)۔

پس اگر دو مختلف مائعات کے استوانوں کی بلندیاں مساوی دباؤ ڈالیں تو ان کی بلندیوں اور کثافتوں کا باہمی رشتہ حسبِ ذیل ہوگا:-

گ اور گ مائعات کی بلندیاں ہیں اور h_1 ، h_2 ان کی بالترتیب کثافتیں ہیں۔

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{h_2}{h_1}$$

ان میں اگر پانی دوسرا مائع ہو تو ان کی کثافتوں کی جو نسبت ہوگی وہ مائع اول کی کثافتِ اضافی ہوگی کیونکہ اس صورت میں

یعنی اس مائع کی کثافتِ اضافی = $\frac{\rho_1}{\rho_2} \times \rho_2$

یہاں گ۔ مائع کے اُستوانے کی وہ بلندی ہے جو اتنا ہی دباؤ ڈالتا ہے جتنا کہ گ۔ سمر بلندی کا پانی۔ متذکرہ بالا مضابطہ کی مدد سے کسی مائع کی حسب ذیل طریقے سے کثافتِ اضافی دریافت ہو سکتی ہے۔

نتیجہ ۲۶۔۔۔ کسی مائع کی کثافتِ اضافی کی تعیین لانا نامی ہے۔۔۔ اگر دو مایعات آپس میں مخلوط نہ ہو سکیں تو ان کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ حسب ذیل طریقے سے ہو سکتا ہے۔

ایک لانا نامی لوجس کی ساقیں ایک دوسری کے متوازی ہوں۔ کثافتِ اضافی معلوم کرنے کے لئے لانا نامی میں اس بات کی گنجائش ہونی چاہئے کہ وہ انتہائی سمت میں کھڑی ہو سکے۔ اس کے لئے بہترین تدبیر یہ ہے کہ نامی ایک انتہائی سمت کے متوازی ٹینک کے ساتھ لگا دی جائے۔

ٹینک کے ساتھ بیلا نہ بھی ہو تو بلندیوں کو معلوم کرنے میں آسانی ہو جاتی ہے۔ لانا نامی میں وہ مائع ڈال دو جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔

اس وقت اس مائع کی دونوں آزاد سطحوں پر کثرتِ ہوائی کا دباؤ ہوگا اس لئے اس کی دونوں ساقوں کی بلندیوں میں کچھ فرق نہ ہوگا۔ اب ایک

ساق میں کچھ پانی ڈال دو۔ اس وقت دوسری ساق میں مائع کی سطح پر صرف کثرتِ ہوائی کا دباؤ ہے اور پہلی ساق میں کثرتِ ہوائی کے دباؤ

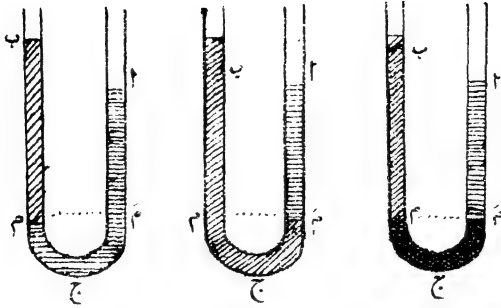
کے ساتھ پانی کے اُستوانے کا دباؤ بھی شامل ہے۔ اس لئے متبادل قائم رکھنے کے لئے مائع دوسری ساق میں اوپر کو چڑھ جائیگا۔ اور دونوں مائعوں

کی بلندیاں اس طرح قائم ہو جائیں گی کہ لانا نامی کے سب سے نیچے نقطہ پر دونوں ساقوں کے مایعات کی وجہ سے جو دباؤ ہے وہ مساوی ہو جائے۔

اس کی حسب ذیل تشریح بھی ہو سکتی ہے۔ فرض کرو کہ م ایک نقطہ اس اُتقی سطح میں واقع ہے جہاں مائع اور پانی ملتے ہیں اور م ایک دوسرا

نقطہ اُتقی سطح میں لانا نامی کی دوسری ساق میں واقع ہے۔ دونوں ساقوں میں بلندیاں اس طرح سے قائم ہو گئی کہ نقطہ م اور م پر دباؤ مساوی

ہوئے گے (شکل ۲۶)۔



مایع پانی سے بھاری ہوا

مایع پانی سے ہلکا ہوا

مایع اور پانی مخلوط ہوا میں

شکل ۲۶

فرض کرو کہ ساقوں کی آزاد سطحیں ا اور ب ہیں اس لئے
 م پر دباؤ = گروہ ہوائی کا دباؤ + م بلندی کے مائع کا دباؤ۔
 م پر دباؤ = گروہ ہوائی کا دباؤ + ب م بلندی کے پانی کا دباؤ۔
 چونکہ م پر کا دباؤ = م پر کے دباؤ کے
 ∴ ا م بلندی کے مائع کا دباؤ = ب م بلندی کے پانی کا دباؤ
 ا م = ب م
 اور ب م = گ
 ∴ گ ب م ج = گ ب م ج جہاں م = پانی کی کثافت
 م = مائع کی کثافت

$$\frac{\text{م}}{\text{گ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ا}}$$

اگر مائع پانی کے ساتھ مخلوط ہو جائے تو پانی اور اس مائع کے درمیان
 کوئی دوسرا مائع مائل کرنا چاہئے جو نہ پانی میں مخلوط ہو اور نہ اُس
 مائع میں۔ اس حالت میں ہر ایک ساق میں جو مایعات ہوں گے

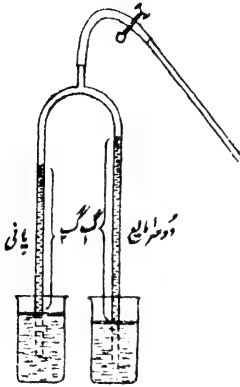
اُن کی مقدار اتنی ہونی چاہئے کہ دونوں سطحوں میں حائل ہونے والے
لمبے کی سطح ایک ہی ہو۔ مابیات کی بلندیاں حائل شدہ لمبے کی سطحوں سے
پالی جاتی ہیں اگر یہ بلندیاں گہ اور گہ ہوں تو

$$\text{کثافت اضافی} = \frac{\text{ث}}{\text{ث}} = \frac{\text{ث}}{\text{گ}}$$

لانٹائی کے ذریعے اضافی کثافتوں کی تعیین میں مندرجہ
ذیل چند نقائص پائے جاتے ہیں :-

اگر سمت مقصود ہو تو حائل شدہ لمبے کی سطحوں کو برابر کرنے میں
افق نما کی ضرورت ہوگی۔ چونکہ افق نا بہر حال نلی کے باہر رکھا جائیگا
اس لئے جو سمت حاصل ہوگی وہ بہت زیادہ نہیں ہوگی۔ اگر حائل شدہ
لمبے پارا ہو تو اُس کی سطح کی درستی میں ذری سہی بھی غلطی اگر رہ جائے
تو نتیجہ میں بہت زیادہ غلطی ہوگی۔ کیونکہ پارے کی کثافت زیادہ ہے
اس کے علاوہ ایک اور غلطی شعریت کی وجہ سے بھی ہونا ممکن ہے۔ حائل
شدہ لمبے (پارا) کی دونوں سطحوں پر جدا جدا وسطی تناؤ کا عمل ہوگا کیونکہ
دو مختلف نوع کے لمبے ان دونوں سطحوں پر پارے سے ملتے ہیں مندرجہ
بالا نقائص کا تدارک ہمیشہ ایک سادہ آلے کے استعمال سے ہو سکتا
ہے اس کا نام ہیڈ کا آلا ہے جس کی تشریح ذیل کے تجربہ میں کی جاتی ہے۔
تجربہ نمبر ۲۴۔۔۔۔۔ کسی لمبے کی کثافت اضافی
ہیئر کے آلے کے ذریعے دریافت کرنا۔

اس آلے میں لانٹائی اُٹھی رکھی جاتی ہے۔ نلی کا ایک کھلا سرا پانی میں
اور دوسرا سرا اُس لمبے میں رکھا جاتا ہے جس کی کثافت اضافی مطلوب
ہے۔ نلی کے درمیانی حصے میں جہاں وہ خمیدہ ہے ایک اور نلی لگی
ہے جس کے ذریعے کچھ ہوا لانٹائی سے خارج کی جاسکتی ہے۔ اس
عمل سے دونوں سطحوں میں مابیات چڑھیں گے۔ (شکل نمبر ۱)۔ اور نلی
کے اندر والے مابیات کی دونوں سطحوں پر جو ہوا رہ گئی ہے اُس کا



دباؤ یکساں ہوگا۔ اور نلی کے باہر والے مایعات کڑھ ہوائی کے دباؤ کے تحت میں ہونگے۔

فرض کرو نلی میں ہوا کا دباؤ h ہے اور کڑھ ہوائی کا دباؤ نلی کے باہر آزاد سطحوں پر h ہے۔ پانی کی بلندی g اور مائع کی بلندی g ہو تو تعادل قائم کرنے کے لئے $h + g = h + g$

$$h = h$$

$$g = g$$

شکل ۲۷۔ ہیڈر کا آلہ

$$\frac{g}{g} = \frac{g}{g}$$

= کثافت اضافی

مایعات کی بلندیوں کی پیمائش نلی کے باہر کی آزاد سطحوں سے ہونی چاہئے۔ نلی کے اندر سے ہوا خارج کر کے مختلف دباؤ پیدا کر دہر دباؤ کے تحت میں مایعات کی بلندیوں کی پیمائش کرو یہ معلوم ہوگا کہ $\frac{g}{g} = \frac{g}{g}$ ہر حالت میں مستقل ہے۔ مشاہدوں کو ایک جدول میں حسب ذیل طریقے سے لکھیے۔

دباؤ	پانی کی بلندی g	مائع کی بلندی g	کثافت اضافی $\frac{g}{g}$
۱			
۲			
۳			

اوسط =

فصل پنجم

سکونیات

۱۔ سمتیوں کی ترکیب

طبیعیاتی سمتیں دو جماعتوں میں تقسیم کی جاسکتی ہیں:-

(۱) میزانی (۲) سمتی
 سمتی کیت وہ کیت ہے جس میں سمت اور مقدار دونوں ہوتے ہیں مگر میزانی کیت میں صرف مقدار ہوتی ہے۔ مثلاً رفتار، اسراع، قوت، وغیرہ سمتی کیتیں ہیں اور وقت، رقبہ، کیت مادہ، وغیرہ میزانی کیتیں ہیں۔ سمتی کیت کی تعبیر کسی خاص طول کے اور خاص سمت میں کھینچے ہوئے خط مستقیم سے ہو سکتی ہے۔ ایک ہی قسم کی دو میزانی کیتیں معمولی جمع کے قاعدہ سے آپس میں جمع کی جاسکتی ہیں۔ مگر ایک ہی قسم کی دو سمتی کیتیں بالعموم اس طریقہ سے جمع نہیں کی جاسکتیں بلکہ متوازن الانحلال کے کلیہ سے ان کا حاصل دریافت کیا جاتا ہے۔ دو سمتی کیتوں کے حاصل سے ایک وہ واحد کیت مراد ہے جس سے کوئی نتیجہ مرتب ہو سکتا ہے جو ان دونوں سمتیوں سے -

سمتیوں کے متوازی الاضلاع کا اصول حسب ذیل ہے :-
اگر دو سمتیاں مقدار اور سمت کے اعتبار سے
کسی متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعوں سے تعبیر
کی جائیں تو ان دو سمتیوں کا حامل مقدار اور سمت کے
اعتبار سے متوازی الاضلاع مذکور کے اُس وتر سے تعبیر
کیا جاتا ہے جو مذکورہ بالا ضلعوں کے نقطہ تقاطع میں
سے گزرے۔ اس اصول کا اطلاق کل سمتیوں پر ہوتا ہے مثلاً
نقل مکان، رفتار، اسراع، قوت وغیرہ۔

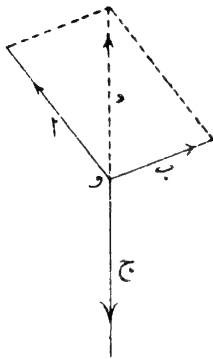
ذیل کے بیانات میں ”قوت“ کا لفظ عموماً استعمال کیا جائیگا
مگر اس بات کا خیال رہے کہ جو قاعدہ قوت کے لئے استعمال کیا
جائیگا وہ دوسری سمتیوں مثلاً نقل مکان یا رفتار وغیرہ پر بھی
حادی ہوگا۔

قوتوں کا یہ حال ہے کہ اگر کسی جسم پر عمل کرنیوالی قوت
توازن میں نہ ہو تو وہ قوت جسم مذکور میں حرکت پیدا کریگی۔ لہذا
ہم کو ایک ایسا سادہ طریقہ دستیاب سے جس سے یہ معلوم
ہو سکتا ہے کہ قوتیں جو کسی جسم پر عمل کرتی ہیں وہ متوازی
ہیں یا نہیں۔ اگر جسم جس پر قوتیں عمل کر رہی ہیں ساکن رہے تو
وہ قوتیں ایک متوازن نظام پیدا کرتی ہیں۔ اب ہم ذیل کا دعویٰ
بیان کر سکتے ہیں :-

اگر کوئی جسم دو ایسی قوتوں کے زیر عمل ہو جو
اُس میں مساوی اور متضاد ہیں تو جسم مذکور تعادل میں
ہوگا۔

فرض کرو کہ ایک چھوٹے جسم پر جو نقطہ O پر واقع
ہے تین قوتیں عمل کر رہی ہیں اور ان قوتوں کے متفقہ اثر سے
جسم مذکور ساکن رہے (شکل ۲۸)۔

ان تینوں قوتوں کی تعبیر ایسے خطوط سے کرو جو نقطہ سے قوتوں کی سمتوں میں کھینچے گئے ہوں اور ان کے طول بالترتیب قوتوں کی مقداروں کے متناسب ہوں۔ فرض کرو کہ



ا، ب، ج، یہ خطوط ہیں۔ مذکورہ بالا دعویٰ کے مطابق اگر ہم ا اور ب کو ہٹا دیں اور اس کے بجائے ایک ایسی واحد قوت د (جو شکل میں نقطہ وار خط سے دکھائی گئی ہے) لگا دیں جو ج کے مساوی مگر متضاد سمت میں ہو تو جسم و ساکن رہیگا۔ اس کے معنی یہ ہیں کہ ا اور ب دونوں مل کر ایک ایسی قوت د کے ماثل ہیں جو ج کے مساوی و متضاد ہے۔ فرضی قوت د قوتوں ا اور ب کا حاصل ہے۔

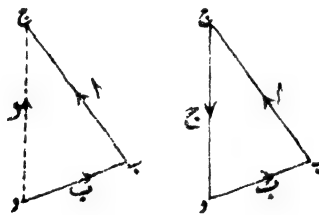
شکل ۲۵ - تین متبادل قوتیں

جب قوتیں ا اور ب بھی عمل کر رہی ہوں تو و کو ساکن رکھنے والی قوت ج ہے۔ اس قوت ج کو ا اور ب کا متعادل کہتے ہیں۔

لہذا یہ ظاہر ہے کہ متعادل اور حاصل دونوں مقدار کے اعتبار سے آپس میں برابر ہیں مگر سمت عمل کے لحاظ سے متضاد۔ قوتوں کے متوازی الاضلاع کے اصول ثابت کرنے کا طریقہ — قوتوں کے متوازی الاضلاع کا اصول یہ ہے کہ اگر کوئی ایسا متوازی الاضلاع کھینچا جاسکے جس کے دو متصل ضلع ا اور ب دو قوتوں کو تعبیر کریں تو مقدار اور سمت کے لحاظ سے ان دونوں قوتوں کے حاصل کی تعبیر متوازی الاضلاع مذکور کے اُس وتر سے ہوگی جو نقطہ و سے کھینچا جائے۔

اگر مذکور بالا وتر ۲ اور ب کے حاصل کو تعبیر کرے تو اس کو اس خط کے مساوی اور متضاد ہونا چاہئے جو ج کو تعبیر کرتا ہے کیونکہ قوتیں ۵ اور ج ایک دوسرے کے مساوی اور متضاد ہیں۔ لہذا اگر یہ معلوم ہو جائے کہ اس متوازی الاضلاع کا وتر قوت ج کو تعبیر کرنے والے خط کے برابر اور متضاد ہے تو قوتوں کے متوازی الاضلاع کا اصول ثابت ہو جائیگا۔

قوتوں کے مثلث کے اصول کو ثابت کرنے کا طریقہ — حاصل ۵ کی مقدار دریافت کرنے کے لئے یہ ضروری نہیں ہے کہ متوازی الاضلاع پورا کھینچا جائے۔ اگر ہم ب کو لحاظ مقدار و سمت خط و ب سے تعبیر کریں اور نقطہ ب سے ۱ کے متوازی اور مناسب طول کا خط ب ج کھینچیں تو نصف متوازی الاضلاع تیار ہو جائیگا۔ نقاط و اور ج کے ملانے سے متوازی الاضلاع



شکل ۲۹۔ قوتوں کا مثلث

کا وتر حاصل ہوتا ہے اور یہ وتر شکل کی تکمیل کے بغیر قوت ۵ کی تعبیر کرتا ہے اور اس طرح ایک مثلث کے ذریعہ سے مطلوبہ حاصل قوت دریافت ہو سکتا ہے۔
قوتوں کے مثلث کا اصول بالعموم حسبِ ذیل بیان کیا جاتا ہے:—

اگر تین قوتیں جن کی مقداریں کسی مثلث کے ضلعوں کے طول کے متناسب اور جن کے عمل کی سمتیں بالترتیب ان ضلعوں کے متوازی ہوں کسی جسم پر عمل کریں تو وہ جسم ان کے زیر عمل ساکن رہیگا بشرطیکہ ان کی سمت کے ظاہر کرنے والے پیکان مثلث کے گرد ایک ہی رُخ میں ہوں۔

شکل ۲۹۔ میں مثلث و ب ج پر غور کرو۔ ضلع ب ج قوت ۱ کی سمت عمل کو ظاہر کرنے والے پیکان کا مثلث کے گرد جانے کا رُخ وہی ہے جو قوت ب کی سمت عمل ظاہر کرتا ہے۔ پیکان کا ہے۔ حاصل قوت کی تعبیر اس خط سے ہوتی ہے جس سے مثلث کا متحمل ہو جاتا ہے اور اس خط میں پیکان کا رُخ مثلث کے گرد جانے والے مذکورہ بالا پیکان کے رُخ کے متضاد ہے۔

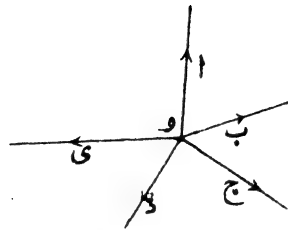
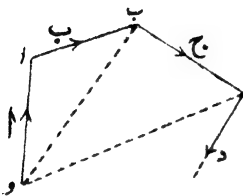
اب وہی خط و ج قوتوں ۱ اور ب کے حاصل کو تعبیر کرتا ہے۔ اگر اس کے پیکان کی سمت نقطہ و کی طرف ہو تو خط ہذا قوت ج کو تعبیر کریگا۔ ان تینوں قوتوں ۱، ب، ج کے زیر عمل جسم ساکن ہے۔

مذکورہ بالا اصول قوتوں کے متوازی الاضلاع کے اصول کی

عملی تصدیق سے ثابت کیا جاتا ہے۔ اگر متعدد قوتیں خواہ ان کی تعداد کچھ ہی ہو کسی چھوٹے جسم پر عمل کریں تو مذکورہ بالا اصول کا اطلاق ان قوتوں پر بھی ہو سکتا ہے۔ ایک عام اصول جو کہ سمتیوں کے کثیر الاضلاع کے اصول سے موسوم ہے حسب ذیل بیان کیا جاتا ہے :-

اگر کوئی جسم کسی تعداد کی قوتوں ۱، ب، ج، د، ی، وغیرہ کے زیر عمل ساکن ہے اور اگر ان قوتوں کو مقدار اور سمت کے اعتبار سے تعبیر کرنے والے خطوط بالترتیب

سلسلہ کھینچے جائیں اور قوتوں کی سمت ظاہر کرنے والے
پریکان ایک ہی رخ میں ہوں تو ان خطوط سے مکمل کثیر الاضلاع
بن جائیگا۔



شکل ۳۱- قوتوں کا کثیر الاضلاع

شکل ۳۰۔ پانچ متعادل قوتیں

مذکورہ بالا اصولِ مثلث قوائے اصول کی مدد سے

حسب ذیل ثابت کیا جاسکتا ہے :-

قوتوں اور ب اور ان کے حاصل کو تعبیر کرنے کے لئے

مثبت و اب کھینچو خط و ب پر ایک اور مثبت و ب ج

ایسا کہنچو کہ ضلع ب پنج قوت ج کو تعبیر کرے۔ ضلع و ج قوت

ج اور وب کا حاصل ہے اس لئے وج اب ج تین

قوتوں کا مافیل ہے (اشکال ۳۱ و ۳۲)

یہ ظاہر ہے کہ خط و ب غیر ضروری ہے کیونکہ و 'ا' اب 'ا' اور ب ج کے

کھینچنے سے وجہ دریافت ہو جاتا ہے اور اس خطے شکل ذوالربعۃ الاضلاع کی تکمیل ہو جاتی ہے۔

نقطہ ج سے ایک اور خط شکل کثیر الاضلاع میں اضافہ

کرنے سے چوتھی قوت د مذکورہ بالا قوتوں 'ا' 'ب' 'ج' میں

شریک کی جاسکتی ہے۔ اور کثیر الاضلاع کے متذکرہ بالا عمل سے

کسی تعداد کی قوتوں کی ترکیب ہو سکتی ہے۔

لہذا ایک ہی نقطہ پر عمل کرنے والی کسی تعداد کی قوتوں کے حاصل دریافت کرنے کے لئے ایک شکل اس طرح کھینچی جاتی ہے جس کے اضلاع وہ خط ہیں جو قوتوں کو تعبیر کرنے کے لئے مسلسل کھینچے گئے ہیں اور شکل مذکور میں قوتوں کی سمت ظاہر کرنے والے پیکان اس طرح ہیں کہ وہ شکل کے گرد یکے بعد دیگرے ایک ہی رخ میں جاتے ہیں۔

خط جو شکل کو مکمل کرتا ہے وہ ان تمام قوتوں کے حاصل کو تعبیر کرتا ہے مگر اس کے پیکان کا رخ مندرجہ بالا پیکان کے رخ کے خلاف ہے۔

مذہبی خط ان تمام قوتوں کے متعادل کی بھی تعبیر کرتا ہے اگر اس کے پیکان کا رخ شکل کے گرد جانے والے پیکان کے رخ کے موافق ہو۔

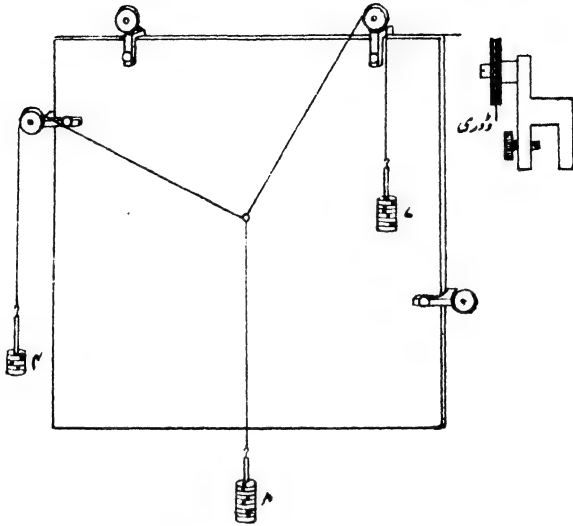
یہ بیان قوتوں کے کثیر الاضلاع کے اصول کا ایک دوسرا پہلو ہے۔

اگر خط شکل کو مکمل کر چکے ہیں تو قوت حاصلہ صفر ہے یعنی دی ہوئی قوتوں کے زیر عمل جسم تعادل میں ہے۔ اس امر کے لحاظ کرنے کی مطلق ضرورت نہیں کہ قوتیں کس ترتیب سے کھینچی گئی ہیں۔

قوتوں پر تجربہ کرنے کا آلہ

قوتوں کے متعلق جو اصول بیان کئے جا چکے ہیں ان کی تصدیق کے لئے ایک سہل و مناسب آلہ حسب ذیل طریقہ سے تیار کیا جاسکتا ہے:—
ایک سیاہ تختہ لہو اور اس کے کنارے کے گرد چند ہلکی

اور بے رگڑ چرخیاں (جیسا کہ شکل ۳۲ میں دکھایا گیا ہے) مرتب کرو۔



شکل ۳۲ - قوتوں پر تجربے کرنا آلہ

ان چرخوں پر مضبوط ڈوریاں ڈالو۔ ان ڈوریوں کے ایک سرے پر حلقے بناؤ اور اگر ممکن ہو تو ہر ڈوری کے دوسرے سرے پر گھڑی کی زنجیر جیسے کلپ (Clip) لگاؤ۔ تختہ مذکور کو دیوار یا کسی استوار مضبوط سہارے پر اتصافاً (سیدھا) کھڑا کر دو۔ اگر چرخیاں اس طرح قائم کی گئی ہیں کہ ان کے سطوح اس تختہ کی سطح کے علی القواع میں تو تختہ مذکور ایک میز پر افقی ہیئت میں رکھا جاسکتا ہے۔ مگر اس صورت میں ڈوریوں کے سرے کناروں کے باہر بالکل صاف لگتے رہنے چاہئیں۔

یہ بھی ہو سکتا ہے کہ بعض دفعہ بجائے اس کے کہ سیاہ تختہ کے کناروں کے گرد چرخیاں لگائی جائیں ان کو ایسے گندوں پر قائم

کیا جائے جو کسی سپاہیہ استادہ پر چڑھے ہوں۔
یہاں ایک ہلکا چھٹا بطور چھوٹے جسم کے استعمال کیا جاتا
ہے اور یہ چھٹا کلپ کے ذریعہ سے ڈوریوں میں لگایا جاتا ہے۔
جب کسی تعداد کی قوتیں ان ڈوریوں کے ذریعہ سے اس
چھٹے پر لگائی جائیں تو وہ چھٹا فوراً تعادل کی جگہ پر سرک جائیگا اور
ڈوریاں خاص سمتیں اختیار کر لیں گی۔ ان ڈوریوں کی سمتیں نوکدار کھریا
سے تختہ پر کھینچی جاسکتی ہیں اور اگر تختہ مذکور پر کاغذ لگا ہو تو پسل سے
تختہ پر کھینچی ہوئی لکیریں قوتوں کی سمت عمل بتائیں گی۔
مذکورہ بالا ڈوریوں کے دوسرے سروں سے ٹکٹے ہوئے وزن
کے مناسب ایک مناسب پیمانہ کے مطابق ان لکیروں پر طول کاٹو
اس طرح ہلکے ایسی لکیریں دستیاب ہونگی جن سے قوتوں کی مقدار
اور سمت عمل دونوں کی تعبیر ہو جائیگی۔

قوتوں کو تعبیر کرنے والے ان خطوں کے ذریعہ سے تذکرہ بالا
مختلف اصولوں کی عملی تصدیق بخوبی ہوسکتی ہے خواہ قوتیں زیر
بحث دو ہوں یا تین یا متعدد۔

یہ امر ملحوظ رہے کہ رگڑ کی وجہ سے قوتوں کے زیر عمل
چھٹے کا محل تعادل کی حالت میں ایک ہی مقام پر قائم نہیں رہیگا
بلکہ رگڑ کی مقدار کے مطابق ایک چھوٹے رقبہ کے اندر بدلتا رہیگا۔
تعادل کا صحیح مقام حسب ذیل دریافت ہو سکتا ہے :-

جب قوتوں کے زیر عمل چھٹا ساکن ہو جائے تو اس کے
مقام سکون کا نشان تختہ سیاہ پر لگا دو۔ اس کے بعد چھٹے کو
اپنی جگہ سے ہٹا دو۔ چھٹا پھر ایک نیا مقام سکون اختیار کر لیگا۔
اس نئے مقام کا نشان بھی تختہ پر لگا دو۔ اس طرح چند بار
چھٹے کو ہٹا دیا کر اس کے مختلف مقامات سکون کے نشانات
ڈالو۔ یہ مختلف نشانات ایک چھوٹے رقبہ کے اندر واقع ہونگے

اگر اس رقبہ کے وسط کا نشان لیا جائے تو وہ نشان چپٹے کے متبادل کا صحیح مقام بتائیگا۔

نیز اگر چرخیاں اس طرح سے قائم کی گئی ہیں کہ ان کے سطوح تختہ سیاہ کی سطح کے علی القوائم ہیں تو اس صورت میں ان کی حرکت میں ایسی آزادی ہونی چاہئے کہ وہ چرخیاں ڈوریوں کی سمیتیں باسانی اختیار کر سکیں۔ مگر اس حالت میں محور کی رگڑ کے سوا دوسری رگڑ بھی عمل میں آجاتی ہے لہذا انتصابی تختہ پر تجربہ کرنا قابلِ ترجیح ہے۔

تجربہ ۲۸ — دو قوتوں کے زیرِ عمل متبادل کے شرائط دریافت کرنا۔ چپٹے سے دو ڈوریاں لگاؤ اور ان ڈوریوں کے دوسرے سروں سے مختلف وزن لٹکائو۔ ڈوریاں کچھ کر ایک خط مستقیم میں ہو جائیں گی۔ چپٹہ صرف اس حالت میں ساکن رہیگا جب ڈوریوں سے لٹکے ہوئے وزن آپس میں برابر ہوں گے۔

تجربہ ۲۹ — قوتوں کے متوازی الاضلاع و مثلث کے اصول کی تصدیق — چپٹے سے تین ڈوریاں لگاؤ اور ان ڈوریوں کے دوسرے سروں سے وزن لٹکائو جب چپٹا متبادل کے مقام پر آجائے تو عمل کرنے والی قوتوں کو لکیریوں سے تعبیر کرو جیسا کہ قبل بتایا جا چکا ہے۔

ان تین لکیریوں میں سے کسی دو کو متصل اضلاع مان کر ایک شکل متوازی الاضلاع کھینچو اور یہ دکھاؤ کہ شکل مذکور کا وتر طول میں تیسری لکیر کے برابر ہے اور یہ لکیر اور وتر دونوں ایک ہی سیدھے میں ہیں۔

تختہ سیاہ کے بازو پر مثلث کے دو ضلع اس طرح کھینچو کہ وہ مندرجہ بالا تین قوتوں میں سے دو قوتوں کے متوازی اور طول میں بالترتیب ان کے متناسب ہول اور سمت بتانے والے پیکان

کیلے بعد دیگرے ایک ہی رخ میں ہوں۔ مثلث مذکور کو مکمل کر کے دکھلاؤ کہ تیسرا ضلع تیسری قوت کے متوازی ہے اور یہ ضلع تیسری قوت کی مقدار کو اسی پیمانہ سے تعبیر کرتا ہے جس پیمانہ سے بقیہ دو قوتوں کی تعبیر بقیہ دو ضلعوں سے ہوئی ہے۔

تجربہ ۳۰ — قوتوں کے متوازی الاضلاع کے ذریعہ سے کسی جسم کا وزن دریافت کرنا۔

دو معلوم اور ایک غیر معلوم وزن لے کر تجربہ ۲۷ کو دہراؤ۔ معلوم وزن کو متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعوں سے تعبیر کرو۔ متوازی الاضلاع کے وتر کے طول سے غیر معلوم وزن دریافت ہو جائیگا۔ معمولی ترازو کے ذریعہ سے امر مذکور بالا کی تصدیق کرو۔

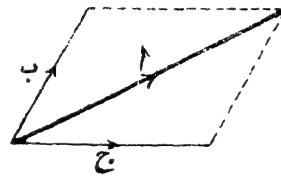
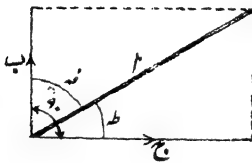
تجربہ ۳۱ — قوتوں کے کثیر الاضلاع کے اصول کی تصدیق۔ چار یا پانچ وزن لے کر تجربہ ۲۷ کی طرح

عمل کرو مگر تختہ کے ایک حصہ پر ایک ایسی شکل کھینچو کہ اس کے ضلع قوتوں (وزن کے خط عمل) کے متوازی و متناسب ہوں اور سمت بتلانے والے پیکان کیلے بعد دیگرے شکل کے گرد ایک ہی رخ میں ہوں جب کُل قوتوں کی تعبیر سوائے ایک قوت کے اس طرح ہو جائے تو شکل کثیر الاضلاع کو مکمل کر کے دکھلاؤ کہ شکل کو مکمل کرنے والا خط دونوں مقدار اور سمت میں بقیہ قوت کی تعبیر کرتا ہے بشرطیکہ اس خط پر کا پیکان دوسرے پیکان کی طرح ایک ہی رخ میں ہو۔ اس تجربہ کو دو یا تین بار دہراؤ مگر ہر دفعہ وزن کی ترتیب جداگانہ ہو تاکہ مختلف شکل کے کثیر الاضلاع کھینچے جاسکیں۔ یہ دکھلاؤ کہ ہر حالت میں شکل کو مکمل کرنے والا خط بقیہ قوت کو تعبیر کرتا ہے خواہ کثیر الاضلاع کے بقیہ ضلعوں کی ترتیب کچھ بھی ہو۔

۲۔ سمتیوں کی تحلیل

ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی جسم پر عمل کرنے والی دو سمتیوں کی ترکیب ایک واحد مثل سمتی سے ہو سکتی ہے۔ اب ہمیں ایک واحد سمتی کو دو مختلف سمتیوں میں تحلیل کرنے کے مسئلہ پر غور کرنا ہے۔ ایک واحد سمتی دو مختلف سمتیوں میں اس طرح تحلیل کی جاسکتی ہے کہ موخر الذکر دو سمتیاں مل کر اول الذکر سمتی کے مماثل ہوں۔

شکل ۳۳ پر غور کرو۔ ب اور ج متذکرہ بالا دو سمتیوں کو تعبیر کرتے ہیں۔ اگر ان کو متصل اضلاع مان کر شکل متوازی الاضلاع مکمل کی جائے تو یہ ظاہر ہے کہ ب اور ج شکل مذکور کے وتر ا کے مماثل ہیں۔



شکل ۳۳۔ سمتی کے تحلیلی اجزاء

شکل ۳۴۔ سمتیوں کی تحلیل

اگر ب اور ج آپس میں علی القوائم ہیں تو نہ ب کا اثر ج کے خط عمل میں اور نہ ج کا اثر ب کے خط عمل میں ہوگا۔ لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ب اور ج اپنی اپنی سمتوں میں ا کے پورے اثر کو تعبیر

کرتے ہیں۔

اس صورت میں ب اور ج اپنی اپنی سمتوں میں ا کے تحلیل شدہ اجزاء ہیں یا یوں کہیے کہ ب اور ج مذکورہ بالا سمتوں میں ا کے اجزائے ترکیبی ہیں۔ شکل ۲۴ پر غور کرو۔

ب = ا جم ذ

ج = ا جم ط

پس ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی قوت معلومہ کا تحلیل شدہ جزو کسی خاص سمت میں قوت معلومہ اور سمت مذکورہ کے درمیانی زاویہ کے جیب التمام اور قوت مذکورہ کی مقدار کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔

اس اصول کی تصدیق سکونی سطح مائل کے تجربہ کے تحت میں براہ راست کی جائیگی (شکل ۲۵ صفحہ ۱۱۱ دیکھو)۔

اس تجربہ میں ایک جسم و وزن کا افق سے زاویہ ط بنانے والی ایک سطح مائل پر ایک ایسی قوت ق کے ذریعہ سے ساکن رکھا جاتا ہے جو سطح مذکورہ کے متوازی عمل کرتی ہے۔

یہ ظاہر ہے کہ و کے اثر سے جسم سطح پر نیچے اترے گا اور یہ اثر قوت ق کے برابر ہوگا کیونکہ ق کی وجہ سے جسم مذکور نیچے اترنے سے باز رہتا ہے۔ یا یوں کہو کہ ق، وزن و کے اس جزو تحلیلی کے برابر ہے جو سطح مذکور کے متوازی عمل کرتا ہے۔

مگر یہ دکھلایا گیا ہے کہ ق برابر ہے وجب ط کے۔ اس لئے سطح کے متوازی وزن و کا جزو تحلیلی برابر ہے وجب ط کے،

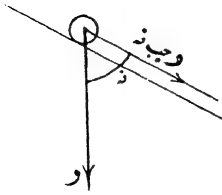
شکل ۲۵ میں سطح اور انصافی سمت کا درمیانی زاویہ فہ ہے۔

فہ = 90° - طہ

اور جم فہ = جب طہ

∴ وجب طہ = وجم فہ

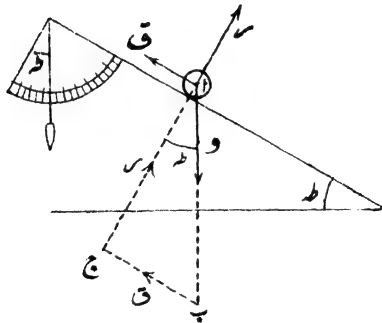
پس و کا وہ تحلیلی جزو جو
و کے خط عمل سے زاویہ فہ
بنانے والی سطح کے متوازی
عمل کرتا ہے برابر ہے وجم فہ
کے۔



شکل ۳۵ - سطح مائل

سکونی سطح مائل

اگر کوئی بوجھ و کسی سطح مائل پر رکھا جائے تو سطح مذکورہ کے



شکل ۳۶ - سکونی سطح مائل

متوازی عمل کرنے والی قوت Q کے ذریعہ سے اس بوجھ کو سطح پر بحالت تعادل قائم رکھ سکتے ہیں یا اس کو سطح کے اوپر کی طرف بغیر اسراع کھینچ سکتے ہیں۔ قوت Q کی مقدار W سے بہت کم ہے۔ اگر سطح کا زاویہ میلان گھٹایا جائے تو Q کی مقدار بھی کم ہو جاتی ہے یا یوں کہو کہ Q کی مقدار سطح کے زاویہ میلان کے ساتھ ساتھ گھٹتی جاتی ہے۔

فرض کرو کہ افق سے زاویہ θ بنانے والی ایک سطح مائل پر ایک جسم W وزن کا سطح مذکورہ کے متوازی عمل کرنے والی ایک قوت Q کے ذریعہ سے عین تعادل کی حالت میں ہے اور جسم مذکورہ بالا پر عمل کرنے والی مختلف قوتوں پر غور کرو۔ شکل ۱۱۲ سے ظاہر ہے کہ

(۱) W انصباً نیچے کی طرف عمل کر رہا ہے۔

(ب) Q سطح کے متوازی عمل کر رہی ہے۔

اور ان کے ہوا ایک اور قوت S عمل کر رہی ہے جس کو سطح کا رد عمل کہتے ہیں۔ اگر سطح چکنی ہو تو آخر الذکر قوت کی سمت عمل سطح مذکورہ پر عمود وار ہوگی۔ یہ تینوں قوتیں مل کر جسم کو ساکن رکھتی ہیں۔ اور ان کی سمتیں معلوم ہیں۔ لہذا اگر ان میں سے کسی ایک کی مقدار معلوم ہو تو بقیہ دو قوتوں کی مقداریں بھی قوتوں کے مثلث کے اصول سے معلوم ہو سکتی ہیں۔

فرض کرو کہ خط AB قوت W کی تعبیر کرتا ہے۔ خط AC ج

سطح پر عمود وار یعنی SD عمل S کے متوازی اور خط BC ج سطح مذکورہ کے متوازی یعنی قوت Q کے متوازی کھینچو۔

یہ دونوں آخر الذکر خطوط نقطہ C پر تقاطع کرتے ہیں۔ اس لئے

یہ خطوط بالترتیب m اور Q کو تعبیر کرتے ہیں۔
زاویہ J 1 b زاویہ θ کے برابر ہے کیونکہ 1 J سطح پر
اور 1 b قاعدہ پر عمود ہے اور سطح اور قاعدہ کا درمیانی زاویہ
 θ ہے۔

$$\text{لہذا } \frac{b}{1} = \frac{J}{b} \text{ جب } \theta$$

لیکن b J اور 1 b بالترتیب Q اور W کو تعبیر
کرتے ہیں۔

$$\text{اس لئے } \frac{Q}{W} = \text{جب } \theta$$

یا $\frac{Q}{W} = \text{جب } \theta$
اس مسئلہ کو اگر ایک دوسرے پہلو سے دیکھا جائے تو
ثبوت کچھ آسان ہو جائیگا۔ یہ معلوم ہے کہ جب وزن اوپر کھینچا
جاتا ہے تو جسم میں توانائی کا اضافہ پیدا ہوتا ہے اور
کھینچنے والی قوت Q کام کرتی ہے۔ اس توانائی اور کام پر
غور کرو۔

فرض کرو کہ سطح مائل کا ارتفاع یعنی اس کے قاعدہ سے
سرے کی بلندی h ہے۔ اس لئے جب وزن بالکل سرے
تک کھینچا جائے تو جسم میں توانائی بالقوہ کا اضافہ ہوگا اور اس
کی مقدار Wh کے برابر ہوگی۔

قوت Q وزن کو اوپر کھینچنے میں اپنی سمت عمل میں
فصل l طے کرتی ہے۔ فرض کرو کہ سطح کا طول l ہے اس
لئے اس قوت کے کام کی مقدار Ql ہوگی۔
بقائے توانائی کے اصول سے

$$\text{کسب توانائی} = \text{کام کردہ شدہ}$$

$$\text{یعنی } Wh = Ql$$

یا ق = $\frac{W}{g}$ وجب ط

اس تجربہ کے لئے جو آر استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے مستوی تختہ پر مشتمل ہے جس کا سچلا سہرا قبضہ کے ذریعہ سے جکڑا ہوا ہوتا ہے اور اس میں ایک ایسا انتظام رہتا ہے کہ تختہ کے میلان میں تبدیلی حسب ضرورت پیدا کی جاسکے۔ بالعموم تختہ کے اوپر کے کنارے میں ایک چرنی لگی رہتی ہے اور اس چرنی پر سے ایک ڈوری گزرتی ہے۔ اس ڈوری کے ایک سرے سے سطح پر حرکت کرنے والا بوجھ بندھا رہتا ہے اور دوسرے سرے سے مختلف وزن لٹکائے جاتے ہیں۔ لٹکے ہوئے وزن سے ڈوری پر قوت ق کی قیمت معلوم ہوتی ہے۔ عموماً بوجھ ۹ ایک چھوٹے اسطوانہ کی شکل کا ہوتا ہے۔ یہ اسطوانہ ڈھانچے سے لگے ہوئے ایک مناسب محور کے گرد لڑھک سکتا ہے اور ڈوری اس ڈھانچے سے بندھی ہوتی ہے۔ اس آلہ کی بعض شکلیں ایسی بھی ہوتی ہیں جن میں چرنی اور لٹکنے والے وزن کے بجائے کمائیدار ترازو استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ کمائیدار ترازو خود بخود میلان کے لحاظ سے حسب ضرورت قوت رقی پیدا کر دیتا ہے اور اس طرح ق کی قیمت براہ راست معلوم ہو سکتی ہے۔

زاویہ ط کی پیمائش ایک ایسے گونیہ (زاویہ پیم) سے ہو سکتی ہے جس کا کنارہ افقی قاعدہ میں ہو اور جس کا مرکز قبضہ مذکورہ بالا کے مرکز پر ہو مگر پیمانہ دار ربعہ کا استعمال بہتر ہے جیسا کہ شکل ۱۱۴ میں دکھایا گیا ہے۔ یہ ربعہ سطح مائل کے اوپر کے سرے پر لگا رہتا ہے اور اس کے مرکز سے ایک شاقول لٹکا رہتا ہے۔ اگر ربعہ مذکور کا صفری نشان سطح کے علی القوائم ہو تو زاویہ ط وہ زاویہ ہے جو صفری نشان اور خط شاقولی کے درمیان واقع ہے۔ یہ طریقہ اول الذکر طریقہ سے قابل ترجیح ہے کیونکہ پہلے طریقہ میں افق قائم کرنے کا قاعدہ کی سطح درست کرنا پڑتی ہے۔ ماسوا اس کے زاویہ ط کی پیمائش

وزن و کے مساوی ہونا چاہئے۔ اس امر کی تصدیق بیلن کو تول کر کرو۔

اگر زاویہ طہ کی پیمائش کے لئے آار کے ساتھ کوئی مُربعہ لگا نہ ہو تو سطح کے کنارے پر کوئی ایک نقطہ قائم کرلو اور ہر دفعہ قاعدہ سے نقطہ مذکور کی بلندی اور قبضہ کے مرکز سے اُس کا فاصلہ ناپ لو یعنی گ اور ل کی قیمتیں برابر راست دریافت کرلو۔ اس صورت میں مشاہدات کی جدول حسب ذیل ہوگی:—

ق	گ	ل	گ	ق
	ل (جب طہ)			

اوسط قیمت گ/ق =

ق/ل کی اوسط قیمت کو براہ راست دریافت شدہ قیمت و کے برابر ہونا چاہئے۔

اگر وزن جن کے ذریعہ سے قوت ق عمل پذیر ہوتی ہے ڈوری سے لٹکے ہوئے پلٹ پر رکھے جائیں تو قوت ق کی قیمت میں پلٹے کے ذاتی وزن کو بھی شامل کرنا چاہئے۔

۳۔ کسی قسم کی قوتوں کے زیرِ عمل جسم کے تعادل کے عام شرائط۔

قوت کا معیار اثر

کسی محور کے گرد کسی قوت کے گردشِ اثر کو محور مذکور کے گرد اُس قوت کا معیارِ اثر کہتے ہیں اور معیارِ اثر کا اندازہ قوتِ مذکورہ کی مقدار اور محور سے خطِ عمل کے عمودی فاصلہ کے حاصل ضرب سے ہوتا ہے۔

سمتِ گردش ”معیارِ اثر کی جہت“ کہلاتی ہے۔ گردشِ خواہ ”موافق سمت ساعت“ ہو یا ”مخالف سمت ساعت“۔ یہ ضروری نہیں کہ کوئی خاص سمتِ گردش مثبت جہت کہلائے یا منفی یہ محض اختیاری بات ہے کہ کوئی خاص جہت سہولت کے لحاظ سے مثبت یا منفی قرار دے دی جائے۔

اگر کوئی جسم قوتوں کے کسی نظام کے زیرِ عمل ہو تو جسم مذکورہ صرف اُس حالت میں ساکن رہیگا جب کہ مندرجہ ذیل دو شرائط الگ الگ پورے ہوں:

- (۱) چل قوت کو کسی سمت میں صفر ہونا چاہیے۔
- (۲) کل قوتوں کے چل معیارِ اثر کو کسی محور کے گرد صفر ہونا چاہیے۔

شرط (۱) شرط (۲) میں تعیناً شامل ہے مگر اس کو الگ سے تصریحاً بیان کرنا خاص اہمیت رکھتا ہے۔

بیرم کا اصول

مذکورہ بالا شرائط میں سے شرط (۱) کا عملی ثبوت ترکیب قوائے کے بیان میں دیا جا چکا ہے۔ اب ہم کو تجربہٴ دوسری شرط کی صحت کی تصدیق کرنی ہے۔ اس امر کے لئے سب سے زیادہ آسان طریقہ یہ ہے کہ جسم جس پر قوتیں عمل کرنے والی ہیں ایک مناسب چول پر رکھا جائے تاکہ جسم مذکور اُس چول کے گرد حرکت کر سکے۔ یہ چول محور کا کام دیگی۔ اس محور کو اصطلاحی زبان میں "نصاب" کہتے ہیں۔ اس صورت میں جسم مذکور کو کلاً متحرک ہونے سے باز رکھنے والی قوتیں نصاب پر عمل کرتی ہیں اور شرط (۱) بغیر کسی زحمت کے پوری ہو جاتی ہے۔ اگر کوئی جسم مذکورہ بالا طریقہ سے کسی چول پر قائم ہو تو اُس جسم کو بیرم کہتے ہیں۔

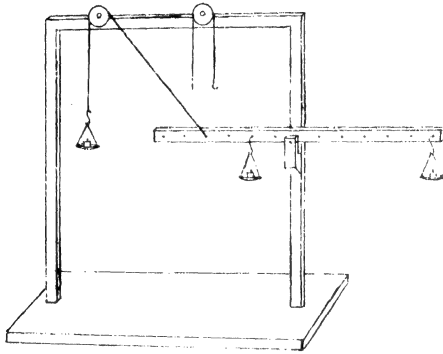
چونکہ نصاب پر عمل میں آنے والی قوت اب آسانی دریافت نہیں ہو سکتی لہذا ہم نصاب کے گرد صرت قوت مذکورہ کا معیار اثر معلوم کر سکتے ہیں کسی قوت کا معیار اثر اُس کے نقطہٴ عمل کے گرد صفر ہے۔ اس لئے نصاب پر عمل کرنے والی قوت کا معیار اثر نصاب مذکور کے گرد صفر ہوگا۔ لہذا بیرم کے تعادل کی حالت میں نصاب کے گرد مختلف قوتوں کے معیار اثر پر غور کرتے وقت ان قوتوں کا لحاظ رکھنا ضروری نہیں جو نصاب پر عمل کر رہی ہوں۔

اب ہم بیرم کے تعادل کی شرط حسب ذیل بیان کر سکتے ہیں:—
اگر بیرم پر عمل کرنے والی کُل قوتوں کا حامل معیار اثر کسی نصفاً معین کے گرد صفر ہو تو بیرم مذکور تعادل میں ہوگا۔

بیرم

بیرم کے اصول کی تشریح و نیز کلیہٴ معیار اثر کی تصدیق کرنے کے لئے

ایک آسان آلہ حسب ذیل تیار کیا جاسکتا ہے:-
 شکل ۳ء کو دیکھو۔ لکڑی کے ایک مضبوط استوار جو کھٹے کے انتصابی بازوؤں میں سے ایک کے قریب قریب وسط میں پتیل کی ایک گول سلاخ (کیل) اُفٹالگی ہوئی ہے۔ اس سلاخ پر ایک میٹری پیمانہ چڑھا ہے۔



شکل ۳ء - بیرم پر تجربہ

اس پیمانہ کے ہر دو دوسرے پر آر پار سوراخ بنے ہیں اور سلاخ مذکور اس پیمانہ کے وسطی سوراخ سے گزرتی ہے۔ اس طریقہ سے پیمانہ کا مرکز ثقل انصاف پر رہتا ہے جس کی وجہ سے پیمانہ کے ذاتی وزن کا اثر دور ہو جاتا ہے (مرکز جاذب کا بیان صفحہ ۱۲۵ میں دیکھو)۔
 جو کھٹے کے اوپر والے ڈبے پر چڑخیاں چڑھی ہیں اور ان پر سے ڈوریاں گزرتی ہیں۔ یہ ڈوریاں اپنے سروں پر بندھے ہوئے پتیل کے کانٹوں کے ذریعہ سے میٹری پیمانہ کے کسی سوراخ سے لگائی جاسکتی ہیں۔ ڈوریوں کے دوسرے سروں سے ترازو کے پلڑے لگاتے ہیں جن پر وزن ڈال کر بیرم پر مختلف قوتیں لگائی جاسکتی ہیں۔ مذکورہ بالا پلڑوں کے سوا دوسرے پلڑے پیمانہ کے سوراخ سے براہ راست لٹکائے جاسکتے ہیں تاکہ بیرم پر مختلف قوتیں اوپر نیچے دونوں سمتوں میں عمل

کر سکیں یا قوتوں کی سمتیں اُفق سے مختلف زاویے بنا سکیں۔ چونکہ چرخوں اور نصاب پر کی رگڑ دُور نہیں کی جاسکتی اس لئے ضروری ہے کہ جب آلہ (بیرم) قریب قریب ٹھیک محل پر آجائے تو اُس میں ایک خفیف رفتار پیدا کی جائے اور اُس کے بعد پلڑوں پر کے وزن کو اِس طرح درست کیا جائے کہ بیرم یکساں آزادی کے ساتھ حرکت کر سکے خواہ اوپر کی طرف ہو یا نیچے کی طرف۔ اگر اِن قوتوں میں سے کوئی قوت ترجیحی سمت میں عمل کر رہی ہو تو بیرم میں متذکرۂ بالا خفیف رفتار پیدا کرتے وقت اِس بات کا لحاظ رہے کہ بیرم اپنے اُفقی محل سے زیادہ ہلکنے نہ پائے ورنہ عمل کرنے والی قوت کا زاویہ بدل جائے گا اور اُس کی وجہ سے نصاب کے گرد اُس کے معیار اثر میں بھی تبدیلی پیدا ہو جائیگی۔

جب بیرم دونوں سمتوں میں یکساں آزادی کے ساتھ ہلنے لگے تو نصاب کے گرد مختلف قوتوں کے معیار اثر بلحاظ مقدار و جہت محسوب کر لینا چاہئے۔

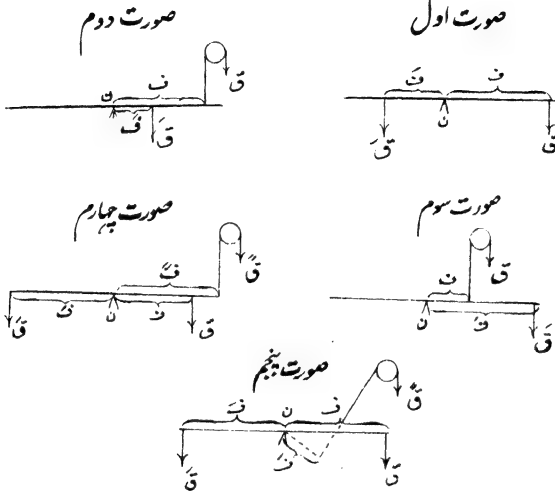
معیار اثر دریافت کرنے کے لئے ہر قوت کی مقدار کو نصاب سے خط عمل کے عمودی فاصلہ سے ضرب دے کر حاصل ضرب کے آگے مثبت یا منفی کی علامت لگا دینا چاہئے بلحاظ اِس کے کہ معیار اثر کی جہت موافق سمت یا مخالف سمت ہے۔ کل قوتوں کے معیار اثر کے جبری مجموعہ کو ہر حالت میں صفر کے برابر ہونا چاہئے۔

انتباہ۔ پلڑوں کے ذاتی وزن تو اُسے زیرِ مباحثہ میں شریک رہیں۔

تجربہ ۳۳۔ بیرم — مختلف قوتیں لگا کر جیسا کہ شکل ۳۳ میں دکھایا گیا ہے ذیل کی صورتوں میں سے ہر ایک کے لئے تجربہ کرو:۔

صورت اول۔ بیرم اکثر پہلی ترتیب کے بیرم سے منسوب

کیا جاتا ہے۔
 قوت قی "موافق سمت ساعت" گردش پیدا کرتی ہے۔ فرض کرو
 کہ اس قوت کا معیار اثر قی ف نصاب ن کے گرد مثبت ہے۔



شکل ۳۸ - بیرم

قوت قی "مخالف سمت ساعت" گردش پیدا کرتی ہے اس لئے اس کا
 معیار اثر قی ف نصاب کے گرد منفی ہے۔
 ثابت کرو کہ متذکرہ بالا دونوں معیار اثر کا جبری مجموعہ صفر ہے یعنی
 $ق + قی = ۰$

مثال — فرض کرو کہ تجربہ میں

$$ق = ۳۵۰ \text{ گرام وزن}$$

$$ن = ۴۸ \text{ سہ}$$

$$ق + قی = ۱۶۸۰۰$$

$$ق = ۵۱ \text{ گرام وزن}$$

ف = ۲۲ سمر

۱۶۵۰۰ = ف + ق

۱۶۸۰۰ = ۱۶۵۰۰ + ق = ۳۰۰

مگر مجموعہ کو صفر ہونا چاہئے۔ اس لئے تجربہ میں ۲ فیصد کی غلطی ہے۔

صورت دوم۔ عموماً یہ دوسری ترتیب کے بریم سے منسوب کیا جاتا ہے۔

قوت ق مخالف سمت ساعت گردش پیدا کرتی ہے یعنی اس کا معیار اثر ق ت نصاب کے گرد منفی ہے۔

ق موافق سمت ساعت گردش پیدا کرتی ہے یعنی اس کا معیار اثر ق ت نصاب کے گرد مثبت ہے۔

تجربہ سے دکھاؤ کہ ق ت + ق ت = ۰

صورت سوم تیسری ترتیب کا بریم۔

یہاں بھی ق ت منفی ہے اور ق ت مثبت

پھر ثابت کرو کہ ق ت + ق ت = ۰

بریم کے عام اصول کا اطلاق کل قوتوں پر ہو سکتا ہے خواہ اُن کی تعداد کچھ بھی ہو اور اُن کے خطوط عمل بریم کے ساتھ کچھ بھی زاویہ بنائیں جیسا کہ ذیل کی دو صورتوں میں دکھایا گیا ہے۔ مندرجہ بالا قوتوں کے سوا اور دوسری قوتیں بھی عمل میں لائی جاسکتی ہیں۔ ہر حالت میں نصاب کے گرد مجموعی معیار اثر کی قیمت صفر حاصل ہوگی۔

صورت چہارم۔ ق ت مثبت ہے

ق ت منفی ہے

ق ت منفی ہے۔

تجربہ دکھاؤ کہ ق ت + ق ت + ق ت = ۰

صورت پنجم۔ ق ت مثبت ہے۔

ق ت اور ق ت دونوں منفی ہیں۔

یہاں جی دکھاؤ کہ $ق + ق + ق = ق$ ۔
 جیسا کہ صورت اول کے تحت میں مثال دی جا چکی ہے مندرجہ بالا
 پانچوں صورتوں کے کل نتیجے درج کرو اور دوستوں میں سے
 کسی ایک سمت کے مجموعی معیار اثر کے لحاظ سے مشہودہ غلطی کا حساب
 فیصد لگاؤ۔ تجربہ میں بڑی قوتوں کا استعمال مناسب ہے یعنی بیرم کے
 سرے پر ۲۰۰ سے ۳۰۰ گرام اور اس کے وسط کے قریب ایک کلو گرام
 تک وزن استعمال کرنا چاہئے۔ ایسا کرنے سے نصاب پر کی رگڑ کا اثر
 متقابلہ معیار اثر زیر تجربہ کے بہت کم ہو جائیگا اور نتیجہ زیادہ صحت کے ساتھ
 حاصل ہوگا۔

تجربہ ۳۳۔ بیرم کے اصول سے میٹری پیمانہ کا
 وزن دریافت کرنا۔ میٹری پیمانہ کو اس کے اس نقطہ پر قائم
 کرو جو ایک سرے سے قریب دس سمر کے فاصلے پر واقع ہو۔ پیمانہ مذکور
 کے چھوٹے بازو کے آخری سوراخ سے تراڑو کا ایک پلاٹکٹ اور اس میں
 وزن بالتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ پیمانہ عین افق میں آجائے۔
 پیمانہ کا ذاتی وزن اس کے مرکز جاذبہ پر نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔
 مرکز جاذبہ مذکورہ پیمانہ کے وسط میں واقع ہے۔ فرض کرو کہ میٹری پیمانہ کا
 وزن و گرام ہے اور پلاٹے پر کا وزن W پلاٹے کے ذاتی وزن
 کے و گرام ہے۔ نصاب کا فصل پیمانہ کے مرکز سے F اور پلاٹے
 سے (نقطہ اتالیق سے) F ہے۔

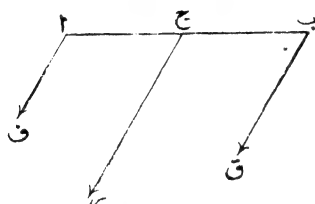
اس لئے $WF = W$

F اور W کو پائش سے اور W کو مشاہدہ سے دریافت کرو
 اور مندرجہ بالا مساوات سے W کی قیمت محسوب کرو۔

اس تجربہ کو دو تین بار نصاب کے مقام کو بدل بدل کر دہراؤ اس کے
 بعد پیمانہ کو تراڑو پر براہ راست تول کر اس کے وزن کو مندرجہ بالا
 تجربہ کے حامل شدہ نتیجہ سے مقابلہ کرو۔

۴۔ مراکز جاذبہ (ثقل)

جب کسی اُستوار جسم پر دو متوازی قوتیں عمل کریں تو اُن کے عوض بالعموم ایک واحد حاصل قوت لگائی جاسکتی ہے۔ شکل ۳۹ پر غور کرو۔ دو متوازی قوتیں **ف** اور **ق** نقاط **ا** اور **ب** پر بالترتیب عمل کر رہی ہیں اور وہ ایک واحد قوت **سر** کے مماثل ہیں یعنی

$$سر = ف + ق$$


شکل ۳۹۔ متوازی قوتوں کا حاصل

اس قوت **سر** کا خط عمل خط **ا ب** کو نقطہ **ج** پر اس طرح قطع کرتا ہے کہ

$$ف \times ا ج = ق \times ج ب$$

نقطہ **ج** کا مقام متذکرہ بالا قوتوں کی سمتوں پر موقوف نہیں۔ یہ نقطہ **ج** مذکورہ متوازی قوتوں کا مرکز کہلاتا ہے۔ اسی طرح جب متوازی قوتیں خواہ اُن کی تعداد کچھ بھی ہو کسی اُستوار جسم پر عمل کرتی ہیں تو اُن کا حاصل کسی خاص نقطہ سے گزرتا ہے اور نقطہ مذکور کا مقام مذکورہ بالا قوتوں کی سمتوں پر موقوف نہیں۔ لہذا اگر قوتوں کے صرف نقاط عمل اور مقادیر معلوم ہوں تو اُن کے مرکز کا مقام مقرر ہو جاتا ہے۔

اُ زمین اپنی قوت جاذبہ کی وجہ سے کُل اجسام کو اپنے مرکز کی طرف

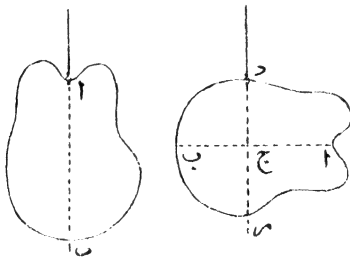
کھینچتی ہے۔ یہ تصور کیا جاسکتا ہے کہ استوار جسم چھوٹے چھوٹے ذرات کے اجتماع کا نتیجہ ہے اور زمین جسم مذکور کے ہر ذرہ کو اپنے مرکز کی طرف کھینچتی ہے۔ پس ہم کو جسم پر عمل کرنے والی تقریباً متوازی قوتوں کا ایک نظام حاصل ہوتا ہے۔ ان متوازی قوتوں کے مرکز کو جسم مذکور کا مرکز جاذبہ یا مرکز ثقل کہتے ہیں۔

بناوہیں کسی جسم کے مرکز جاذبہ سے وہ نقطہ مقررہ مراد ہے

جس سے جسم مذکور کے کل ذروں پر عمل کرنے والی جاذبہ زمین کا حاصل گزرتا ہے خواہ جسم کی ہیئت کچھ بھی ہو۔

جب کوئی بجاری جسم ایک نقطہ واحد پر سہارا جائے تو اس پر عمل کرنے والی صرف دو قوتیں ہیں۔ ایک تو اس کا وزن ہے اور دوسری قوت ٹیکن کا ردِ عمل۔ اگر جسم مذکور ساکن رہے تو یہ قوتیں تعادل میں ہونگی اور اس صورت میں ان کے خطوطِ عمل ایک ہی خط میں ہونگے۔ لہذا ضرور ہے کہ ٹیکن کا نقطہ اُسی انتصابی خط میں رہیگا جس میں مرکز جاذبہ واقع ہے۔

تجربہ ۳۲۔ مرکز جاذبہ کی عملی تعین — کسی جسم کا مرکز جاذبہ دریافت کرنے کے لئے اُس جسم کو اُس کے کسی نقطہ ۱ سے لگی ہوئی ڈوری سے لٹکاؤ اور شاقول کے ذریعہ سے انتصابی خط ۱ ب



شکل ۳۲۔ مرکز جاذبہ کی تعین

(مشکل ۱۱) کا نشان کرلو۔ بعد اُس کے جسم مذکور کو اُس کے کسی دوسرے نقطہ د سے لٹکاؤ اور پھر اُسی طرح انتصابی خط دس کا نشان کرلو۔ مرکز جاذبہ ضرور اُب میں ہوگا اور دس میں بھی۔ اس لئے وہ دونوں خطوط کے نقطہ تقاطع ج پر واقع ہوگا۔ اگر جسم مذکور کسی تیسرے نقطہ سے لٹکایا جائے تو انتصابی خط کو نقطہ ج سے گزرنا چاہئے۔ اس امر کی عملی تصدیق کرو۔

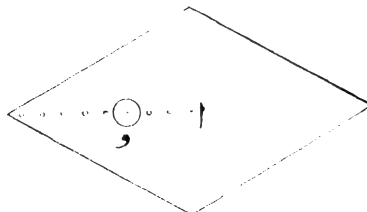
کسی جسم کے مرکز جاذبہ کا محل جسم مذکور کے اندر مادہ کی تقسیم پر منحصر ہے۔ اس امر کا ثبوت حسب ذیل دیا جاسکتا ہے:۔

اس تجربہ کے لئے جو جسم لیا جاتا ہے وہ یحیٰں وہوار مبین کی شکل کی لکڑی کی ایک ایسی تیلی تختی پر مشتمل ہے جس کے کسی مقام پر ڈبھری کی شکل کا پتیل کا وزن و کسی بیچ کے ذریعہ سے لٹکادیا جاسکے۔ اس انتظام سے تختی کے اندر مادہ کی تقسیم میں تبدیلی پیدا کی جاسکتی ہے۔

سب سے پہلے صرف تختی کا مرکز جاذبہ دریافت کرو۔ فرض کرو کہ ۱ مرکز جاذبہ ہے۔ بعد اس کے تختی کے کسی خاص مقام پر وزن لگا کر مشترک مرکز جاذبہ دریافت کرو۔

تختی کے وتر کے مختلف مقامات پر وزن لگا لگا کر مختلف مرکز جاذبہ دریافت کرو۔

بعد اس کے ۱ و ۱ کو یعنی تختی کے مرکز سے وزن و کے فصل کو فصلہ اور تختی کے مرکز سے مشترک مرکز جاذبہ کے فصل کو مبین مان کر ایک منحنی تیار کرو۔



شکل ۱۱۔ بوجھ کی ہرٹی تختی

مُختنی پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ تختی کے ذاتی مرکز جاذبہ ۱ سے مرکب تختی کے مرکز جاذبہ کا فصل تختی کے ذاتی مرکز جاذبہ سے لگائے ہوئے وزن ۱ کے فصل کے تناسب ہے اور پتلی وزن اور چوبی تختی کے وزن کی باہمی نسبت مرکب تختی کے مرکز جاذبہ سے ان کے مرکزوں (پتلی وزن اور چوبی تختی کے) کے فصل کے ساتھ تناسب معکوس رکھتی ہے۔ عملاً اس کی تصدیق کرو۔

۵۔ تجیب کے تریبی طریقہ

کمیتوں کی ایک کثیر تعداد عددی طریقہ سے بالکل متوازن مض تریبی طریقہ سے بھی دریافت کی جاسکتی ہے۔ موخر الذکر طریقوں سے یہ بھی ممکن ہے کہ کسی جسم کے تعادل کے شرائط یا جسم مذکور کو تعادل میں رکھنے والی قوتیں دریافت ہو جائیں۔ یہ طریقہ تریبی سکونیات کے نام سے موسوم کئے جاتے ہیں۔

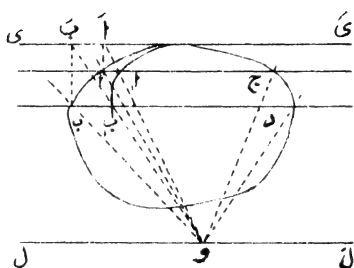
ہموار چپے اجسام کے دو خواص جو تریبی عمل سے آسانی دریافت ہو جاتے ہیں حسب ذیل ہیں:-

ایک تو ہموار تختی کے مرکز جاذبہ کا محل اور دوسری خاصیت کسی محور کے گرد تختی مذکور کے جمود کے معیار اثر کی قیمت۔ ان طریقوں سے نہ صرف کسی شہتیر کی تراش عمودی کے جمود کا معیار اثر دریافت کیا جاسکتا ہے بلکہ ان کی مدد سے سطح چپا کے استعمال میں بکار آمد مشق حاصل ہوتی ہے۔

ہموار تختی کا مرکز جاذبہ دریافت کرنے کا تریبی طریقہ

کسی شکل کی تختی کے خا. کہ پر غور کرو جیسا کہ شکل ۲۲ میں دکھایا گیا ہے۔

اس کی ایک طرف خط ل ل کھینچو اور دوسری طرف تختی کے منحنی کنارے کے بالکل سرے پر ایک ماسی خط ی ی خط ل ل کے متوازی کھینچو۔ خط ل ل کے کسی نقطہ سے مختلف سمتوں میں متعدد خطوط کھینچو۔ ان



شکل ۴۲۔ مرکز جاذبہ کا ترسیمی طریقہ

خطوط کو اس طرح ترتیب دینا مناسب ہوگا کہ ان کے جوڑے مثلاً ۱ و ۲ اور ۳ و ۴ تختی کے گھیرے کو ابتدائی خطوں سے مساوی فاصلوں پر قطع کریں۔

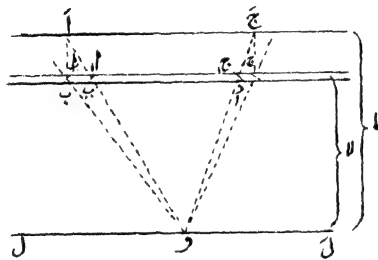
قطع کریں۔
نقاط تقاطع 'ا' 'ب' 'ج' وغیرہ ہو کر خط لول کے متوازی خطوط کھینچیں
اور ہر نقطہ 'ا' 'ب' 'ج' وغیرہ سے خط مذکور کے عمود وار دوسرے خطوط
اس طرح کھینچیں کہ وہ خطی 'ی' سے بالترتیب نقاط 'ا' 'ب' 'ج' وغیرہ
پر ملیں۔

نقطہ و کو نقاط 'ا' 'ب' 'ج' وغیرہ سے ملاؤ۔ خطوط و 'ا' 'و' 'ب' 'و ج' میں سے ہر ایک خط اپنے اپنے جوائی متذکرہ بالا متوازی خطوں کو بالترتیب نقاط 'ا' 'ب' 'ج' میں قطع کرتا ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ ان نقاط 'ا' 'ب' 'ج' وغیرہ کو ایک منحنی کہیںچہ اور اس منحنی سے جو شکل حاصل ہو اس کا رقبہ اور تختی کا

بھی رقبہ دریافت کرو۔ یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ رتختی کا مرکز جاذبہ خط $ول$ سے ایک ایسے فاصلے $ن$ پر واقع ہے کہ

$$ن = \frac{\text{شکل } ا ب ج \text{ وغیرہ کا رقبہ}}{(\text{ل} \text{ اور } ی \text{ کا درمیانی فاصلہ})}$$

ثبوت۔ ابتدائی شکل یعنی رتختی کے ایک ایسے چھوٹے حصے پر غور کرو جو متوازیات $ا ج$ اور $ب د$ کے درمیان واقع ہے اور یہ بھی تصور کر لو کہ متوازیات مذکورہ آپس میں بہت قریب ہیں۔ یعنی رقبہ $ا ب ج د$ پر غور کرو۔ شکل $ا ب ج$ وغیرہ میں رقبہ $ا ب ج د$ کے جوابی رقبہ $ا ب ج د$ کا انتسابی بعد (یعنی عرض) $دوہی$ ہے جو رقبہ $ا ب ج د$ کا۔



شکل ۴۴۔ مرکز جاذبہ کے تجربی طریقہ کا ثبوت

مگر ایسے کا طول (افقی بعد) رقبہ $ا ب ج د$ کے طول سے $\frac{1}{2}$ کی نسبت میں کم ہے۔

$$\text{یعنی } \frac{\text{رقبہ } ا ب ج د}{\text{رقبہ } ا ب ج د} = \frac{1}{2}$$

ابتدائی شکل $ا ب ج د$ کی کیتہ کا میار اثر محور $ول$ کے گرد

= رقبہ ا ب ج \times لا

مگر رقبہ اب ج د \times لا = رقبہ اب ج د \times م ا اس لئے

لہذا ابتدائی شکل یعنی تختی کے کسی تیلے ٹکڑے ۲ ب ج د کا معیار اثر محور ول کے گرد ساختہ شکل میں ٹکڑے ۲ ب ج د کے جو ابی ٹکڑے کے رقبہ کو ل ول اور سی سی کے درمیانی فاصلہ سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

فرض کر دو کہ تختی کا مرکز جاذبہ محور $ل$ سے فصل $ف$ پر واقع ہے۔ اس صورت میں پوری تختی کا رقبہ اور عمودی فصل $ف$ کا حاصل ضرب کھڑا $ا ب ج د$ کی طرح چھوٹے چھوٹے رقبہ جات اور مذکورہ بالا خط $ل$ سے ان کے فاصلوں (لا) کے حاصل ضرب کے مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اس امر کو ریاضی کی زبان میں حسب ذیل ادا کر سکتے ہیں:—

تحتی کا رتبہ x ف $= z$ (۱ ب ج د x ۱۱)

$$Z = (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z)$$

$$= 6 \times 3 (1 \text{ ب } 3 \text{ ج } 4 \text{ د})$$

$\times 1 =$ ساختہ شکل کا رقبہ

$$\text{یعنی ف} = \frac{\text{ساختم شکل کا رقبہ}}{\text{ابتدائی شکل کا رقبہ}} \times (\text{ل ل اور ی ی کا درمیانی فاصلہ})$$

اگر مذکورہ بالا بنیادی خط اول کے عوض ایک دوسرا علی القوائم خط لے کر مندرجہ بالا طریقہ سے شکل کھینچی جائے تو موخر الذکر بنیادی خط سے مرکز جاذبہ کا فصل f حسب عمل بالا دریافت ہو سکتا ہے۔ لہذا f اور f کی قیمتوں سے مرکز جاذبہ کا ٹھیک محل دریافت ہو جائیگا۔ اگر تختہ کسی خط کے دونوں طرف متساقل ہو تو ضرور ہے کہ مرکز جاذبہ

محور تشاکل میں واقع ہوگا۔ اس صورت میں مرکز جاذبہ کا محل دریافت کرنے کے لئے صرف ایک ہی عمل کی ضرورت ہوگی۔ یعنی اگر صرف قس کی قیمت معلوم ہو جائے تو مرکز جاذبہ کا محل دریافت ہو جائیگا۔

تھریسہ ۱۱۱ — مرکز جاذبہ کی ترسیمی تعین۔
ایک مثلث متساوی الساقین کھینچو اور اس کے قاعدہ کو محور ل و ل کے عملاً ثابت کرو کہ مثلث مذکور کے مرکز جاذبہ کا فصل قاعدہ سے اس کے فاصلے کے ۱/۲ کے برابر ہے۔ مذکورہ بالا امر ثابت کرنے میں جن رقبوں کی ضرورت پڑے ان کی پیمائش سطح پیمائش کے ذریعہ سے کرو۔

نصف دائرہ کے مرکز جاذبہ کا بھی محل دریافت کرو۔
کسی یکساں ہموار پیرے کے جمود کے معیار اثر کی ترسیمی تعین

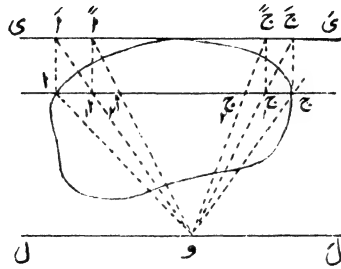
(جمود کے معیار اثر کی تعریف صغفہ ۱۱۱ میں کی گئی ہے)

پیرے کے جمود کا معیار اثر دریافت کرنے کے لئے ویسا ہی عمل کیا جاتا ہے جیسا کہ اس کے مرکز جاذبہ کے محل دریافت کرنے میں۔

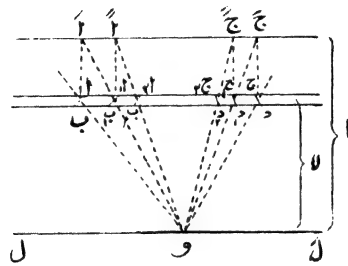
جب نقطہ 'ا' ب' ج' وغیرہ دریافت ہو جائیں تو ان نقطوں خط ل و ل کے علی التواء خطوط کھینچو اور فرض کرو کہ یہ خطوط خط 'ی' سے ساق 'ا' ب' ج' وغیرہ پر ملتے ہیں۔ و 'ا' و 'ب' وغیرہ کو ملاؤ۔

یہ خطوط اپنی نظیری متوازیات کو بالترتیب نقاط 'ا' ب' ج' وغیرہ پر قطع کرتے ہیں (شکل ۱۱۲ دیکھو) یعنی 'ا' ب' ج' وغیرہ کھینچو اور اس حاصل شدہ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔
تحتی (پیرے) کے جمود کا معیار اثر محور ل و ل کے گرد مذکورہ بالا شکل (یعنی 'ا' ب' ج' وغیرہ) کے رقبہ اور خطوط ل و ل اور

ی ی کے درمیانی فاصلہ کے مربع کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔



شکل ۴۴۔ جوہ کے معیار اثر کی تریسی طریقہ



شکل ۴۵۔ جوہ کے معیار اثر کی تریسی طریقہ کا ثبوت

ثبوت۔ ابتدائی شکل یعنی تختی کے ایک ایسے پتلے ٹکڑے پر غور کرو جو دو قریب ترین متوازیات کے درمیان واقع ہے۔

$$\begin{aligned} \text{۱ اور ج کے درمیان ٹکڑے کا طول} &= \text{ج} \times \frac{۱}{۱} \\ \text{۱ اور ج کے درمیان ٹکڑے کا طول} &= \text{ج} \times \frac{۱}{۱} \\ \text{اس لئے } \text{ج} \times \frac{۱}{۱} &= \text{ج} \times \frac{۱}{۱} \end{aligned}$$

$$\text{یعنی } \frac{r_1}{r_2} = \frac{a_j}{a_i}$$

ٹکڑے کے مختلف حصوں کا انتصابی بُعد (یعنی عرض) ایک ہی ہے
اس لئے تختی کے ٹکڑے کا رقبہ
ساختم شکل میں نظیری ٹکڑے کا رقبہ

رقبہ ا ب ج د

رقبہ ا ب ج د

محور ول کے گرد پورے پترے کے جمود کا معیار اثر ہر ٹکڑے
کی کیت مادہ اور محور مذکور سے اُس کے فصل کے مربع کے حاصل ضرب
کے مجموعہ کے برابر ہے۔ یعنی

پورے پترے کے جمود کا معیار اثر = م

$$= \sum (a_j b_j d_j \times \frac{1}{2})$$

مگر ا ب ج د $\times \frac{1}{2} =$ ا ب ج د $\times \frac{1}{2}$

اس لئے م = ا ب ج د $\times \frac{1}{2}$

$$= \sum (a_j b_j d_j \times \frac{1}{2})$$

= ساختم شکل کا رقبہ $\times \frac{1}{2}$

تجربہ ۳ — گول پترے کے جمود کے معیار اثر

کی ترتیبی تعیین۔ ایک نصف دائرہ کھینچو اور اس کے قطر کو محور ول قرار دے کر قطر کے گرد نصف دائرہ مذکور کے جمود کا معیار اثر دریافت کرو۔ قطر کے گرد پورے مدور پترے کے جمود کا معیار اثر نصف دائرہ کے جمود کے معیار اثر کا دوہندہ ہوگا۔ عملاً ثابت کرو کہ مدور پترے کا معیار اثر = $\frac{1}{2}$ جہاں ن دائرے کا نصف قطر ہے۔ (اس تجربہ

۱۰۔ اسہ نصف قطر کا تیرا لینا مناسب ہے۔

تجربہ ۳۸۔ — مستطیلی تیرے کے معیار اثر کی تیسری تعین۔ ایک مستطیل کھینچو جس کا طول ط ہے اور عرض ع (اس تجربہ میں ط کا طول ۵ اسہ اور ع کا طول ۱۰ اسہ لینا مناسب ہے)۔ مستطیل کو دو برابر حصوں میں ایک ایسے خط سے تقسیم کرو جو اس کے طول کے متوازی ہو۔ اس تقسیم کرنے والے خط کو محور ل و ل قرار دیکر نصف مستطیل کے جمود کا معیار اثر دریافت کرو۔ ظاہر ہے کہ پورے مستطیل کے جمود کا معیار اثر نصف مستطیل کے جمود کے معیار اثر سے دو چند ہوگا۔ عملاً یہ بھی دکھاؤ کہ معیار اثر مذکور کی قیمت ط ع کے برابر ہے۔

تقسیم کرنے والے خط کو مستطیل مذکور کے عرض کے متوازی لے کر اس تجربہ کو دہراؤ۔

یہ معلوم ہوا ہوگا کہ متذکرہ بالا بیان میں تیرے کی کمیت مادہ کا مطلق ذکر نہیں کیا گیا ہے۔ تیرے کے صرف کنارے کا نشان کاغذ پر کر لیا جاتا ہے اور عمل کو تیرے کے صرف رقبہ سے تعلق ہے۔ جو نتیجہ حاصل ہوتا ہے اس کو بالعموم کسی محور کے گرد رقبہ کے جمود کا معیار اثر کہتے ہیں۔ فن انجینیئری میں اسی معیار اثر کی عموماً ضرورت پڑتی ہے۔ بہر حال اگر مادے کے حقیقی تیرے کے جمود کے معیار اثر کی ضرورت ہو تو اس کی قیمت اس کے رقبہ کے جمود کے معیار اثر کی قیمت کے ذریعہ سے حسب ذیل دریافت ہو سکتی ہے:۔

کسی تیرے کے رقبہ کے جمود کا معیار اثر عدد ۱ اس ہمشکل تیرے کے جمود کے معیار اثر کے برابر ہے جس کے مادہ کی سطحی کثافت ایک ہے۔ لہذا اگر رقبہ کے جمود کا معیار اثر مذکورہ بالا تیسری طریقہ سے معلوم ہو تو ایک ہمشکل تیرے کے جمود کا معیار اثر کسی ایک تشابہ محور کے گرد رقبہ مذکورہ کے جمود کے معیار اثر کو تیرے کے مادہ کی سطحی کثافت سے ضرب

دینے سے حاصل ہو جائیگا۔ یاد رہے کہ سطحی کثافت = $\frac{\text{کمیت مادہ}}{\text{رقبہ}}$

۶۔ ترسیمی سکونیات

قوتوں کے کسی دئے ہوئے نظام کے زیر عمل کوئی جسم تعادل میں ہوگا یا نہیں اس کی جانچ بالکل ترسیمی عمل سے ہو سکتی ہے۔ تئیں دو قسم کی حرکتیں پیدا کر سکتی ہیں: (۱) انتقالی حرکت (ب) محوری حرکت۔ اول الذکر حرکت صفر کے برابر ہوگی اگر کسی سمت میں حاصل قوت صفر ہو۔ موخر الذکر حرکت صفر کے برابر ہوگی اگر قوتوں کا حاصل معیار اثر کسی محور کے گرد صفر ہو۔

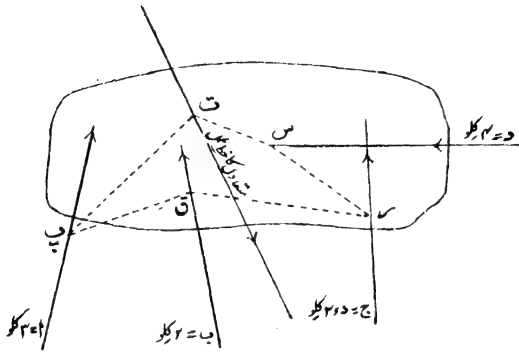
اس امر کا ترسیماً جانچنا کہ انتقالی حرکت صفر ہے فی الحقیقت قوتوں کے کثیر الاضلاع کا کھینچنا ہے۔ اگر کثیر الاضلاع مکمل ہے تو حاصل قوت کسی سمت میں صفر ہے یعنی جسم میں کوئی انتقالی حرکت نہیں۔

اگر ہمیں ترسیمی عمل کی کوئی ایسی ترکیب مل جائے جس سے یہ بھی معلوم ہو جائے کہ قوتوں کا حاصل معیار اثر کسی محور کے گرد صفر ہے تو قوتوں کے کسی نظام کے زیر عمل جسم تعادل میں ہے یا نہیں اس کے جانچنے کا ایک مکمل ترسیمی طریقہ حاصل ہو جائے گا۔

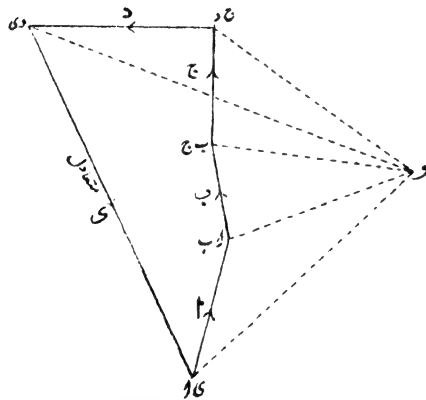
معیار اثر کی قیمت صفر ہے یا نہیں اس کو جانچنے کے لئے جو ترسیمی طریقہ اختیار کیا جاتا ہے اس کو ربطی کثیر الاضلاع یا رسیمانی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

فرض کرو کہ شکل ۴۷ میں 'ا'، 'ب'، 'ج'، 'د' اور 'ی' قوتوں کے کسی ایک نظام کی تعبیر کرتے ہیں اور جسم میں ان قوتوں کے زیر عمل انتقالی حرکت ہے اور نہ محوری۔ تو انی کثیر الاضلاع اس شکل کا ہوگا جیسا کہ شکل ۴۸ میں پورے کھینچے ہوئے خطوط سے دکھایا گیا ہے اور یہ کثیر الاضلاع مکمل ہوگا۔

کوئی نقطہ و مقرر کر لو اور نقطہ مذکور سے قوائی کثیر الاضلاع کے کونوں 'ا ب' 'ب ج' 'ج د' وغیرہ تک خطوط کھینچو جیسا کہ شکل ۳۵ میں نقطہ دال خطوں سے دکھایا گیا ہے۔



شکل ۳۵ - ربطی کثیر الاضلاع



شکل ۳۶ - قوائی کثیر الاضلاع

قوت ۱ کے خط عمل (شکل ۳۷) پر کے کسی نقطہ 'پ' سے خط وارب کے

متوازی پ ق کھینچو۔

خط پ ق اور قوت ب کے خط عمل کے نقطہ تقاطع ق سے قوتوں ب اور ج کے درمیان خط و ب ج کے متوازی خط ق سے کھینچو۔ قوت ج سے قوت د تک و ج د کے متوازی خط سہا میں کھینچو اور علیٰ ہذا۔ اس عمل سے ایک شکل حاصل ہوگی جیسا کہ 'ا' ب 'ج' د اور ی قوتوں کے خطوط عمل کے درمیان نقطہ دار خطوں سے شکل میں دکھایا گیا ہے۔

اس شکل کو ربطی کثیر الاضلاع یا رسیانی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔ اگر شکل مکمل ہو تو عمل کرنے والی قوتیں جسم پر گردشی معیار اثر نہیں پیدا کریں گی۔ لہذا جسم کے تعادل کے شرائط حسب ذیل بیان کئے جاسکتے ہیں:- کسی جسم کے تعادل کے لئے قوائی کثیر الاضلاع کو مکمل ہونا چاہیے اور ربطی یا رسیانی کثیر الاضلاع کو بھی مکمل ہونا چاہیے۔

اگر مذکورہ بالا دونوں کثیر الاضلاع کے کھینچے جانے پر یہ معلوم ہو کہ وہ مکمل نہیں ہیں تو قوائی کثیر الاضلاع کو مکمل کرنے والے خط کا کھینچنا ضرور ہے۔ یہ خط متبادل قوت کی مقدار اور سمت عمل بتلائیگا۔ رسیانی کثیر الاضلاع کے کھینچے سروں کو یہاں تک بڑھاؤ کہ وہ آپس میں مل جائیں۔ نقطہ تقاطع قوت زیر بحث کے خط عمل پر واقع ہوگا۔ قوت مذکور کی مقدار اور سمت عمل قوائی کثیر الاضلاع سے معلوم ہو چکی ہیں لہذا جسم کو تعادل میں رکھنے والی قوت مکمل طور سے دریافت ہو جائے گی۔

قوتیں 'ا' ب 'ج اور د معلوم فرض کر کے شکل ۴۶ میں قوت سی کی مقدار اور سمت عمل انہیں طریقوں سے دریافت کی گئی ہیں۔

رسیانی کثیر الاضلاع کے متعلق جو کچھ اوپر بیان کیا گیا ہے اس کے ثبوت یا اس کے متعلق مزید معلومات حاصل کرنے کے لئے عملی ریاضیات کی کتابیں دیکھو۔

تجربہ ۳۹۔ قوائی کثیر الاضلاع اور

ریلجی کثیر الاصلع کا کھینچنا —

ہلکے پٹھے کا ایک ٹکڑا یا دھات کا ایک پترا لو اور اُس کے کسی چار نقطوں سے ڈوریاں لگاؤ اور ان ڈوریوں کے دوسرے سروں پر مختلف وزن باندھو۔ بعد اس کے قوتوں کے کثیر الاصلع کی تصدیق کے لئے جو آلہ استعمال کیا گیا تھا اُس کی چرخوں پر مذکورہ بالا ڈوریوں کو گزار کر پترے کو لٹکاؤ۔ چرخوں کو اس طرح مرتب کرو کہ پترے پر قوتیں مختلف سمتوں میں عمل کر سکیں۔ نقشہ کشی کے تحتہ کے کاغذ پر مذکورہ بالا پترے کا خاکہ کھینچو اور پترے پر عمل کرنے والی چار قوتوں میں سے کسی تین قوتوں کی مقداروں اور سمتوں کی تعبیر کرینوالے خطوط کھینچو۔

مذکورہ بالا تین قوتوں سے قوائی کثیر الاصلع اور ریلجی کثیر الاصلع تیار کرو۔ ان قوتوں کے زیر عمل پترے کو ساکن رکھنے کے لئے جس چوتھی قوت کی ضرورت ہوگی اُس کی مقدار و خط عمل دریافت کرو۔ اس امر کی تصدیق کرو کہ وہ چوتھی قوت جو پترے پر فی تحقیقت عمل کر رہی ہے مقدار میں اول الذکر قوت کے برابر ہے اور اس کا خط عمل وہی ہے جو ترسیمی طریقہ سے حاصل ہوا ہے۔

تجربہ نمبر ۵۸۔ کسی پترے کے وزن کی ترسیمی تعیین — ترسیمی سکونیات میں مزید مشق حاصل کرنے کے لئے ایک بھاری پترا استعمال کیا جاسکتا ہے۔ پترے کو چرخوں پر گزرنے والی تین ڈوریوں سے اس طرح لٹکاؤ کہ تین قوتیں مختلف سمتوں میں اور ایک ہی سطح پر کے مختلف نقطوں پر عمل کریں۔ جسم مذکور کو قوائے مذکورہ کے زیر عمل تعادل میں رکھنے کے لئے جس قوت کی ضرورت ہوگی اُس کو دریافت کرو۔ یہ حاصل شدہ قوت پترے کے وزن کے برابر ہوگی۔ یہ ضرور ہے

کہ تریبی طریقہ سے جو خطِ عمل حاصل ہوگا وہ پترے کے مرکز
جاذبہ سے انتقاباً گزرے گا۔

حسب بیان مندرجہ صفحہ ۱۱۱ پترے کا مرکز جاذبہ دریافت
کرو اور پترے کو براہِ راست تول کر اُس کا وزن بھی دریافت
کرو۔ ان معلومات سے متذکرہ بالا نتیجوں کی تصدیق کرو۔

۷۔ رگڑ

جب کبھی دوسرے کرنے والے اجسام کو ایک دوسرے کی
اضافت سے متحرک کرنے کی کوشش کی جاتی ہے تو اُس وقت
ایسی قوتیں پیدا ہو جاتی ہیں جو حرکت کی مخالف سمت میں عمل
کرنے لگتی ہیں اگرچہ ایسی قوتیں خاصیت کے لحاظ سے آپس میں
بالکل جداگانہ قسم کی ہوتی ہیں مگر وہ بالعموم فرکی قوتوں یا رگڑ کی
قوتوں کے نام سے موسوم کی جاتی ہیں۔ سیالی رگڑ کی تحقیقات
عموماً لزوجت کے تجربوں کے تحت میں ہوتی ہے اور اس کتاب
میں اُس کے بیان کرنے کی گنجائش نہیں۔

ٹھوس اجسام کے درمیان رگڑ

جب دو ٹھوس اجسام آپس میں مس کرتے ہیں تو اُن کے دریا
عمل کرنے والی قوتیں بالعموم دو اجزائے ترکیبی میں تحلیل ہو سکتی ہیں۔
دونوں اجسام کے باہمی عمود کی سمت والے جزو کو اجسام مذکورہ کے
درمیان کا دباؤ کہہ سکتے ہیں اور دوسرے جزو کو جو عمود مذکور کے
علی القوائم سمت میں عمل کرتا ہے رگڑ کی قوت سے موسوم کر سکتے
ہیں۔ جب کوئی خارجی قوت متذکرہ بالا اجسام میں سے کسی ایک پر
اس طرح لگائی جائے کہ اُس کا تقاضا یہ ہو کہ وہ جسم عمود کے علی القوائم

سمت میں حرکت کرے تو اس صورت میں ایسی رگڑ کی قوت ظہور پذیر ہوتی ہے جو پھسلنے والی حرکت کو روکنے کا تقاضا کرتی ہے۔ اس وقت تک کہ اضافی حرکت واقع نہ ہو رگڑ کی قوت اور لگائی ہوئی خارجی قوت آپس میں متوازن رہتی ہیں۔ اگر خارجی قوت بتدریج بڑھائی جائے تو ایک حد ایسی آئیگی کہ پھسلنے والی حرکت عین شروع ہونے کے موقع پر ہوگی اس حالت میں جو رگڑ کی قوت ظہور پذیر ہوتی ہے اس کو انتہائی رگڑ کہتے ہیں۔

آپس میں مس کر نیوالی دو سطحوں کے درمیان انتہائی رگڑ کی مقدار مس کر نیوالی سطحوں کے رقبہ پر موقوف نہیں بشرطیکہ سطحوں کو آپس میں دبانے والی قوت بہت بڑی نہ ہو اور رقبہ جس پر قوت عمل کرے اس قدر چھوٹا نہ ہو کہ دبانے والی قوت کے زیر عمل سطحوں کی شکل صریحاً بگاڑ جائے۔

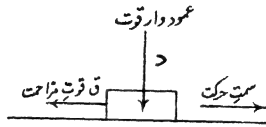
حرکت کی حالت میں دو سطحوں اجسام کی سطحوں کے درمیان رگڑ کی مقدار ان دو سطحوں کی اضافی رفتار پر ابھی موقوف نہیں۔

انتہائی رگڑ مس کرنے والی سطحوں کی نوعیت اور حالت پر اور سطوح مذکورہ کو آپس میں دبانے والی قوت پر مبنی ہے۔ یہ انتہائی رگڑ دو سطحوں کو آپس میں دبانے والی قوت کے متناسب ہے اور اس نسبت سے ہم کو دونوں سطحوں کے درمیان رگڑ کا مکڑ ملتا ہے۔

رگڑ کے مکڑ

دو سطحوں کے درمیان رگڑ کے مکڑ سے وہ نسبت مراد ہے جو رگڑ کی قوت کو سطوح مذکورہ کو آپس میں دبانے والی قوت کے ساتھ۔ مثلاً شکل ۱۱ پر غور کرو دونوں سطحوں پر عموداً عمل کرنے والی قوت (دباؤ کی قوت) \propto ہے اور ان کی اضافی حرکت روکنے والی قوت Q ہے

تو سطوح مذکورہ بالا کے درمیان رگڑ کا کمزور = $\frac{Q}{C}$ - اس کمزور کو عموماً



شکل ۴۸ - رگڑ کی قوت

مہ کے نشان سے ظاہر کرتے ہیں۔

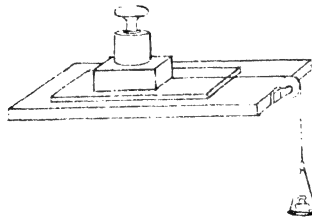
یعنی مہ = $\frac{Q}{C}$

سکونی اور حرکی رگڑ

ایک دی ہوئی قوت سے دباؤی ہوئی دو سطحوں میں سے ایک کو دوسری پر عین پھسلانے کے لئے جس قوت کی ضرورت پڑتی ہے وہ اس قوت سے زیادہ ہے جو حرکت شروع ہو جانے کی حالت میں حرکت کو جاری رکھنے کے لئے درکار ہے۔ لہذا سطحوں پر کسی ایک عمودی قوت (دبانے والی قوت) کے لحاظ سے رگڑ کی دو قوتیں عمل میں آتی ہیں۔ ایک تو سکونی رگڑ کی قوت کے نام سے موسوم ہے اور دوسری حرکی رگڑ کی قوت کے نام سے۔ اول الذکر قوت اس قوت کے برابر ہے جو حرکت شروع کرنے کے لئے لگائی پڑتی ہے یعنی وہ باہمی قوت ہے جو ساکن سطحوں پر عمل کرتی ہے۔ مؤخر الذکر قوت یعنی حرکی رگڑ کی قوت اس قوت کے برابر ہے جو حرکت شروع ہو جانے کے بعد مس کرنے والی سطحوں میں سے ایک سطح کو دوسری سطح پر مستقل حرکت میں قائم رکھنے کے لئے درکار ہے۔ ان دو قوتوں کے لحاظ سے رگڑ کے دو کمزور ہونگے۔ سکونی رگڑ کا کمزور بلا استثناء ہمیشہ حرکی رگڑ کے کمزور سے بڑا ہوگا۔

تجربہ ۱۱۔ افقی میز پر ایک گندے کو حرکت دیکر رگر کے مکز کی تعین — میز کی سطح افقی میں درست کرلو۔ لکڑی یا دھات کا ایک مستطیلی گندے کر اس کے پہلو میں ایک چھوٹا سا گندے یا ہک گاڑ دو۔ گندے کو ٹول کر اس کو میز کی سطح پر رکھو۔ گندے سے ایک ڈوری لگاؤ اور ڈوری کو ایک ایسی چرخی پر سے گزارو کہ ڈوری کا وہ حصہ جو گندے اور چرخی کے درمیان واقع ہے افقی کے متوازی ہو۔ ڈوری کے آزاد سرے سے ترازو کا ایک ایسا چھوٹا پڑا لٹکاؤ جس پر مختلف وزن رکھے جاسکیں۔

(۱) سکونی رگر کے مکز کی تعین — گندے پر ایک معلوم ہٹ رکھو۔ یہ ہٹ دبانے والی قوت کا کام دیگا۔ بعد اس کے پڑے پر وزن رکھکر اسکو بالتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ گندے عین حرکت کرنے لگے۔ گندے کو متحرک کرنے والی قوت اور سطحوں کو دبانے والی قوت کے درمیان جو نسبت ہے اس کو دریافت کرو۔ یہ نسبت ماس کرنے والی دو سطحوں کے درمیان



شکل ۱۱۔ رگر کے مکز کی تعین

سکونی رگر کا مکز ہے۔ گندے پر مختلف ہٹ رکھ کر تجربہ کو دہراؤ اور کھلاؤ کہ نسبت مذکورہ بالا تقریباً مستقل ہے۔

پڑے پر جو قوت قی عمل کرتی ہے اس میں پڑے کا ذاتی وزن بھی شامل ہے اور قوت ۵ میں گندے کا اپنا وزن بھی شریک ہے۔

مشاہدات کو حسب ذیل جدول کی صورت میں قلمبند کرو۔

شمار تجربہ	د	ق	رگڑ کا مکز مہ

اوسط قیمت مہ =

۴) حرکی رگڑ کے مکز کی تعیین — سکونی رگڑ کے تجربہ کی طرح کُندے پر باٹ رکھ کر پلڑے پر وزن بتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ خفیف سا دھکا دینے پر کُندا مستقل رفتار سے (یعنی بغیر اسماع) میز پر متحرک ہونے لگے۔ کُندے کو حرکت میں قائم رکھنے والی قوت اور سطحوں کو دبانے والی قوت کے درمیان جو نسبت ہے اُس کو دریافت کرو۔ اس نسبت کو مس کرنیوالی وسطوں کے درمیان حرکی رگڑ کا مکز کہتے ہیں۔ اس تجربہ کو کُندے پر مختلف باٹ رکھ کر دہراؤ اور ثابت کرو کہ مذکورہ بالا نسبت تقریباً مستقل ہے مگر اس کی قیمت سکونی رگڑ کے مکز سے کم ہے۔ مشاہدات کو مندرجہ بالا جدول کی صورت میں درج کرو اور حرکی رگڑ کے مکز کی اوسط قیمت دریافت کرو۔

اگر تجربات مندرجہ بالا میں میز کی سطح پر پٹیل یا جست کا چٹا پترا لگا دیا جائے اور مختلف اشیاء کے بنے ہوئے کُندے لئے جائیں تو مس کرنیوالی سطحوں کے چند مختلف اقسام کے چوڑوں کے درمیان رگڑ کے مکز دریافت کئے جاسکتے ہیں۔ مکز کی مختلف قیمتیں حاصل کرنے کے لئے اشیاء کا ایک مناسب انتخاب

حسب ذیل ہے:-

- (۱) کلڈی پر کلڈی (ریٹے متوازی ہوں)
- (۲) کلڈی پر کلڈی (ریٹے علی القوائم ہوں)

(۳) جست پر جست۔

(۴) پتیل پر پتیل۔

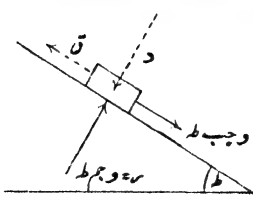
(۵) پتیل پر کلڈی۔

(۶) جست پر کلڈی۔

مختلف نتیجوں میں مطابقت قائم رکھنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ پتھر کی تمام سطح یکساں اور ایک ہی طرح مجلّٰہ ہو۔ اگر یہ صورت نصیب نہ ہو تو نجلی سطح (مینز) کا ہمیشہ ایک ہی حصہ تجربہ میں استعمال کرنا چاہئے۔ اس امر کے لئے ثابت سطح (یعنی مینز کی سطح) پر ایک نشان لگا دیا جاتا ہے اور ہر تجربہ میں کُنڈا اسی نشان سے متحرک کیا جاتا ہے۔

یہ بھی ضروری ہے کہ سطحوں کے کسی مقرر جڑے کے ساتھ جتنے تجربے کئے جائیں ان میں ہمیشہ سس کر نیوالی سطحوں کی حالت یکساں رہے۔ کھینچنے والی قوت لگانے کے قبل اگر سطحیں آپس میں دباؤ جانیں تو رگڑ کے کمر میں ایک مد تک تبدیلی واقع ہوگی مگر سطحوں پر رطوبت جم جانے کی حالت میں کمرز بالکل بدل جائیگا۔

سطح مائل پر انتہائی تعادل



شکل نمبر ۵۔ سطح مائل پر رگڑ

جب کوئی جسم سطح مائل پر ساکن رکھا جائے اور سطح مذکورہ اور آفتاب کے درمیان کا زاویہ طہ بتدریج بڑھایا جائے یہاں تک کہ جسم سطح کے نیچے کی طرف عین پھسلنے کے موقع پر آجائے تو

اس صورت میں رگڑ کی قوت اپنی انتہائی قیمت اختیار کر لیتی ہے۔ جیسا کہ سکونی سطح مائل کے بیان کے تحت میں (صفحہ ۱۱۱) دکھلایا گیا ہے جسم کو سطح کے نیچے کھینچنے والی قوت اس قوت قی کے برابر ہے جو جسم مذکور کو رگڑ کی عدم موجودگی میں سطح پر ساکن رکھنے کے لئے درکار ہے۔ دو سطحوں کی آپس میں دباؤ والی قوت سطح مائل کے ردِ عمل سے برابر ہے۔

رگڑ کا کمزور مہ = $\frac{ق}{س}$
اب شکل ۱۱ پر غور کرو۔

قی = وجب ط

اور سی = وجم ط

اس لئے مہ = $\frac{ق}{س} = \frac{وجب ط}{وجم ط} = مس ط$

یہاں وکندے کا دزن ہے

تجربہ ۱۱۱ - سطح مائل کے ذریعہ سے رگڑ کے کمزور کنی تقسیم کسی شے کا بنا ہوا ایک مستطیلی کُندا سطح مائل پر رکھو اور سطح مذکور کا میلان بتدریج بڑھائو۔ میلان کی ایک خاص قیمت پر کُندا پھسلنے لگیگا۔ جب کُندا عین پھسلنے کے موقع پر ہو تو زاویہ میلان قلعند کرلو۔

اب کُندے پر باٹ رکھ کر تجربہ کو دہرائو۔ پوچھ کُندا پھر تقریباً اُسی زاویہ میلان پر پھسلنے لگیگا جیسا کہ پہلے تجربہ میں خالی کُندا۔ فرض کرو کہ یہ زاویہ میلان ط ہے۔

تجربہ مندرجہ بالا کو پھر دہرائو مگر اس دفعہ وہ زاویہ میلان دواینت کرد جبکہ کُندے کو ذرا سا دھکا دینے پر سطح کے نیچے اس کی حرکت جاری رہے یہ دکھلاؤ کہ کُندے پر خواہ باٹ رکھے جائیں یا نہ رکھے جائیں ہر حالت میں سطح مائل کا زاویہ میلان ایک ہی رہتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ زاویہ میلان ط ہے۔

صورت ہذا میں میلان کی قیمت اتنی بڑی نہیں ہے جیسا کہ اس حالت میں بب لگاؤ بخود بغیر دھکا دئے ہوئے متحرک ہو جاتا ہے۔
لہذا اس کو فی رگڑ کا کمز مس طہ ہے اور حرکی رگڑ کا کمز مس طہ ہے۔

سطح اہل مذکور پر مختلف اشیاء کی چادریں چڑھا کر اور مختلف اقسام کے گندے لے کر حسبِ بالا تجربے کئے جاسکتے ہیں اور اس طرح مختلف سطحوں کے درمیان رگڑ کے کمز دریافت ہو سکتے ہیں۔

ثابت چرخہ پر رسی کی رگڑ

جب کوئی جسم یا رسی کسی ثابت استوانہ پر سے کھینچی جائے تو رسی کے دونوں طرف غیر مساوی تناؤ رہنے پر بھی تعادل قائم ہو سکتا ہے کیونکہ یہاں تناؤ کے سوا ایک دوسری قوت یعنی دوسرے کرنیوالی سطحوں کے درمیان رگڑ عمل میں آجاتی ہے۔

فرض کرو کہ شکل ۱ میں رسی نقطہ ب سے ۱ کی طرف عین پھسلنے کے موقع پر ہے اور تناؤات تناؤات سے بڑا ہے۔ تو نظری طریقہ سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ ت = ت و یہ طہ جہاں مہ رگڑ کا کمز ہے۔ طہ زاویہ ۱ ج ب سے (شکل ۱) اور یہ رسی اور استوانہ کے درمیان زاویہ تماس ہے اور مو نیپیری یا طبعی لوکارنگر کا اساس ہے یعنی

$$\mu = 2.61828$$

شکل ۱ - چرخہ پر رسی

اور نو کی تعبیر حسب ذیل سلسلہ سے ہوتی ہے :-

$$نو = ۱ + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۱۰} + \dots$$

مساوات ت = ت + م مٹھ کے طریق کے لوکارتم اساس نو پر لینے سے

لوک ت = لوک ت + لوک (نو مٹھ)

یعنی لوک ت - لوک ت = م مٹھ

بغض تحسب لوکارتم ہذا کو اساس ۱۰ پر کے لوکارتموں میں تبدیل کر دو

$$\text{لہذا (لوک ت - لوک ت) لوک نو} = ۱۰ \text{ م مٹھ}$$

$$\text{لوک نو} = ۱۰ \text{ م مٹھ}$$

موجودہ ضرورت کے لحاظ سے اگر اس کی قیمت صرف ۲۶۳ لی جائے تو کافی صحت حاصل ہوگی۔

$$\text{اس لئے رگڑ کا مکڑ مٹھ} = \frac{\text{لوک ت - لوک ت}}{۲۶۳}$$

یہاں زاویہ مٹھ کی پیمائش نیم قطریوں میں ہونی چاہیے۔

یاد رہے کہ ۱۸۰ درجے

تجربہ ۵۳ - چرخ اور رسی کے درمیان رگڑ کے

مکڑ کی تعین - مندرجہ بالا نتائج کی تشریح کے لئے جو

آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے دھاتی ستون پر مشتمل ہے

جس کی سطح پر سے تسمہ یا رسی کھینچی رہتی ہے اور اس رسی کے

دونوں سروں سے وزن لٹکا کر مختلف تناؤ پیدا کئے جاتے ہیں۔

یہ زیادہ مناسب ہے کہ رسی کے ایک سرے پر ایک مستقل وزن

مثلاً ۱۰ گرام کا وزن لگا رہے اور دوسرے سرے سے ترازو کا ایک پلڑا بندھا

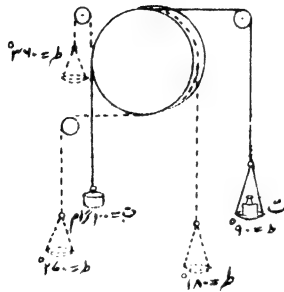
رہے تاکہ پلڑے پر وزن بتدریج گھٹایا یا بڑھایا جاسکے۔ مگر اس صورت میں

ضروری ہے کہ پلڑے کا ذاتی وزن حساب میں شریک رہے۔ بعض

اوقات جب تجربہ میں نزاکت تو نظر رہتی ہے تو پلڑے کو لٹکانے والی

دوری کا وزن بھی محسوب کر لیا جاتا ہے۔

رسی اور استوانہ کے درمیان مختلف ”زوا یا تماس“ پیدا کرنے کے لئے رسی ایک ایسی چھوٹی چربی پر ڈالی جاتی ہے جس کا مقام حسب ضرورت بدلا جاسکے جیسا کہ شکل ۵۲ میں دکھایا گیا ہے۔ یہ چھوٹی چربی پر کی رگڑ یہاں نظر انداز کی جاسکتی ہے۔



شکل ۵۲۔ رسی اور چربی کے درمیان رگڑ

زوا یا ۹۰، ۱۸۰، ۲۷۰، ۳۶۰، ۴۵۰، ۵۴۰ وغیرہ کے لحاظ سے استوانہ کے محیط پر برابر برابر فاصلوں پر نشانات لگائے جاسکتے ہیں۔ اور اس کے بعد استوانہ پر رسی اس طرح لپیٹی جاسکتی ہے کہ مس کرنے والے قوس کا زاویہ مندرجہ بالا زاویوں میں سے کوئی ایک ہو۔ کسی خاص زاویہ تماس کے لحاظ سے یہ دریافت کرو کہ رسی کو اتار پھیلانے کے موقع پر لانے کے لئے پڑے پر کتنے وزن کی ضرورت ہے، حسب جدول مندرجہ ذیل نتائج درج کرو:-

زاویہ تماس ط	تناؤ ت	لوکب ت	تناؤ ت	لوکب ت	لوکب ت - لوکب ت ط
۹۰					
۱۸۰					
۲۷۰					
وغیرہ					

اوسط قیمت نہ =

یہاں ط کی پیمائش نیم طریقوں میں ہونی چاہئے۔

مفصلہ ذیل دو منحنیوں کے ذریعہ ان نتیجوں کی تعبیر کرو:-
(۱) (ت-ت) کی قیمتوں کو معین اور زاویہ تماس کی قیمتوں کو فصلے مان کر ایک منحنی تیار کرو۔ یہ منحنی اس امر کی تشریح کرے گا کہ تیناؤ زاویہ تماس کے ساتھ ساتھ اسی طرح بڑھتا ہے جس طرح روپیہ کی رقم مرکب سود کے حساب سے بڑھتی ہے۔

دونوں علمی اور نظری طبیعیات میں اس منحنی کی اہمیت بہت زیادہ ہے۔ مثلاً قصری ارتعاش اور نیوٹن کے ٹیلیو تبرید کے مسئلوں میں حاصل شدہ نتائج سے جو منحنی تیار ہوتا ہے اس کی شکل بجنہ ایسی ہی ہوتی ہے۔

(۲) (لوک ت-لوک ت) کی قیمتوں کو معین اور زاویہ کی قیمتوں کو فصلے مان کر ایک دوسرا منحنی تیار کرو۔ مختلف حاصل شدہ نقطے ایک ہی خط مستقیم پر واقع ہونگے۔



فصل ششم

مشتمل

استعداد بقوای نسبت

291

رفتاری نسبت

مشین اُس آلہ کو کہتے ہیں جس کے ذریعہ داخل کی ہوئی توانائی کے باعث کام حاصل ہوتا ہے۔ جیلی توانائی کے سوا کسی دوسری توانائی کی رسم۔ سے جب کام حاصل ہوتا ہے تو اس صورت میں مشین کے بجائے ’انجن‘ کا لفظ عموماً استعمال کیا جاتا ہے۔ لیکن یہاں پر ہم صرف مشینوں ہی سے بحث کریں گے۔

استعداد

کسی شکل کی مشینیں میں داخل کی ہوئی توانائی کا صرف ایک حصہ فی الحقیقت مفید کام کے کرنے میں لگایا جاتا ہے۔ اور توانائی کا بقیہ حصہ مشین کے اندر رگڑ کے مقابلے میں ضائع ہو جاتا ہے جتنی زیادہ "استعداد" والی مشین ہوتی ہے، داخل کی ہوئی توانائی کا

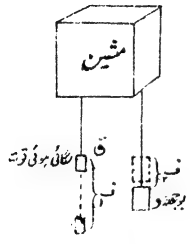
اتنا ہی زیادہ حصہ کار آمد کام میں صرف ہوتا ہے۔ پس ہم کہتے ہیں کہ مشین کی استعداد سے وہ نسبت مراد ہے جو حاصل شدہ مفید کام کو مجموعی داخل شدہ توانائی کے ساتھ ہے۔ یعنی

$$\text{استعداد} = \frac{\text{حاصل شدہ مفید کام}}{\text{داخل شدہ توانائی}}$$

کامل مشین وہ مشین ہوگی جو داخل شدہ توانائی سے پورا فائدہ اٹھائیگی۔ یعنی کامل مشین سے وہ مشین مراد ہے جس میں حاصل شدہ مفید کام داخل شدہ توانائی کے برابر ہوتا ہے۔ بناء بریں کامل مشین کی استعداد عدد ایک سے ظاہر کی جاتی ہے۔

ہر ایک قسم کی مشین میں (جیسا کہ شکل ۵۳ سے واضح ہے) فصل ف تک عمل کرنیوالی کوئی قوت ق لگا کر توانائی داخل کی جاتی ہے اور مشین مذکور میں فصل فم تک کسی قوت و کے مقابلہ میں کام حاصل ہوتا ہے۔

جب لگائی ہوئی قوت ق کا نقطہ عمل فصل ف طے کرتا ہے تو مشین میں ق فم توانائی داخل ہو جاتی ہے۔ اور اتنے ہی وقت میں اگر قوت و کا نقطہ عمل فصل فم طے کرے تو حاصل شدہ مفید کام کی مقدار و فم ہوگی۔



شکل ۵۳ - مشین کا اصول

پس مشین کی استعداد حسب ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی۔

$$\text{استعداد} = \frac{\text{و فم}}{\text{ق فم}}$$

مقادِ جلی یا قوائی نسبت

عموماً مشینیں اس ساخت کی بنائی جاتی ہے کہ اُس میں ایک چھوٹی سی قوت قی لگا کر کہیں زیادہ مقدار کا بوجھ و مغلوب کر لیا جاسکے۔

نسبت $\frac{\text{مشین سے مغلوب بوجھ}}{\text{مشین میں لگائی ہوئی قوت}}$ کو مقادِ جلی کہتے ہیں۔

کیونکہ بالعموم اس نسبت سے ”نفع قوت“ کی تعبیر ہوتی ہے۔
مگر یہ صورت ہمیشہ حاصل نہیں ہوتی۔ کیونکہ ایک بہت بڑی قوت قی کو ایک چھوٹے فاصلے تک عمل میں لا کر ایک چھوٹے بوجھ کو ہم کہیں بڑے فاصلہ تک اٹھا سکتے ہیں۔ حالتِ مذکور میں نسبت $\frac{Q}{W}$ ایک سے کم ہوگی۔ یعنی یہاں اس نسبت سے ”نفع قوت“ کے بجائے ”انقصان قوت“ کی تعبیر ہوتی ہے۔ لہذا مقادِ جلی کے نام کے غلط استعمال سے سمجھنے کے لئے بعض اوقات یہ نسبت قوائی نسبت کے نام سے موسوم کی جاتی ہے۔
مؤخر الذکر نام کل صورتوں پر حاوی ہے اور بعض اوقات نسبت $\frac{Q}{W}$ کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔
مذکورہ بالا امر کو ہم ریاضی کی زبان میں حسبِ ذیل بیان کر سکتے ہیں:-

$$\text{قوائی نسبت یا مقادِ جلی} = \frac{\text{مغلوب سبب بوجھ}}{\text{مشین میں لگائی ہوئی قوت}}$$

رفتاری نسبت

عموماً یہ دیکھا جاتا ہے کہ لگائی ہوئی قوت اور بوجھ کے

نقاط عمل کے طے کئے ہوئے فاصلے آپس میں برابر نہیں ہوتے۔ مثیلین کے کامل ہونے کی صورت میں W کو Q ف کے مساوی ہونا چاہئے۔ یعنی

کامل مثیلین میں $\frac{W}{Q} = \frac{F}{Q}$
بہر حال ایسی مکمل صورت کبھی نصیب نہیں ہوتی اور ہمیشہ $W > Q$ ف

یعنی $\frac{W}{Q} > \frac{F}{Q}$

عموماً فاصلے W اور Q مثیلین کے پُرزوں کی ساخت کے لحاظ سے یا مثیلین کے مختلف حصوں کی پیمائش سے دریافت ہو سکتے ہیں۔ اگر مثیلین کے پُرزے بند بھی ہوں تو کسی فاصلہ F کے جواب میں فاصلہ W کی پیمائش بہ آسانی ہو سکتی ہے۔ لہذا یہ ہمیشہ ممکن ہے کہ نسبت $\frac{W}{Q}$ - خواہ پُرزوں کے محض معائنہ سے یا براہ راست پیمائش سے دریافت ہو سکے۔

نسبت $\frac{W}{Q}$ سے وہ نسبت مراد ہے جو لگائی ہوئی قوت کے نقطہ عمل کے طے کردہ فاصلے کو اتنے ہی وقت میں بوجھ کے نقطہ عمل کے طے کردہ فاصلے کے ساتھ ہے۔ چونکہ دونوں قوتوں کے اوقات عمل ایک ہی ہیں اس لئے

نسبت $\frac{W}{Q} = \frac{\text{لگائی ہوئی قوت کے نقطہ عمل کی رفتار}}{\text{بوجھ کے نقطہ عمل کی رفتار}}$

فن انجینیری کے نقطہ نظر سے کام کرنے کی شرح، مقدار کام کے مقابلہ میں زیادہ اہمیت رکھتی ہے اور اس بناء پر طے شدہ فاصلے کے مقابلے میں حرکت کی شرح کو انجینیری خیالات کے ساتھ زیادہ موزونیت ہے۔ اس لئے ان طے شدہ فاصلوں کی باہمی نسبت کو عموماً رفتاری نسبت کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔

کیونکہ رفتاریں ان فاصلوں کے متناسب ہیں۔ یعنی
رفتاری نسبت = لگائی ہوئی قوت کا طے کردہ فاصلہ
 بوجھ کی مزاحمت کا فاصلہ

اگر کسی خاص غرض کے لئے مشین کا انتخاب منظور ہو تو سب سے پہلے مطلوبہ مفادِ جیلی یا قوائی نسبت کا اندازہ لگانا چاہئے۔ اور منتخب مشین ایسی ہونی چاہئے کہ اُس کی رفتاری نسبت مذکورہ بالا مفادِ جیلی سے اس قدر بڑی ہو کہ مشین کے اندر رگڑ کی وجہ سے جو نقصان ہوتا ہے اُس کی تلافی کافی طور پر ہو جائے۔ (ذیل کا نوٹ دیکھو)۔

رفتاری نسبت، مفادِ جیلی (یا قوائی نسبت)

اور استعداد کے درمیان باہمی رشتہ

ہم دیکھ چکے ہیں کہ استعداد حسبِ ذیل طریقہ سے ظاہر کی جاسکتی ہے:۔

$$\text{اس نسبت کو ہم ایک مناسب شکل میں یوں بھی لکھ سکتے ہیں:۔}$$

$$E = \frac{W}{Q} = \frac{W}{\frac{F \cdot D}{W}}$$

یعنی استعداد = رفتاری نسبت

پس اگر مشین کا مفادِ جیلی تجربہٴ دریافت ہو جائے اور اس کی رفتاری نسبت کی قیمت پیمائش یا ملاحظہ سے معلوم ہو جائے تو ان دونوں کی خارج قسمت سے استعداد کی قیمت قابلِ حصول ہے۔ نوٹ۔ کچھ تجربہ کے بعد مختلف اقسام کی مشینوں کی استعداد ممکنہ

کا اندازہ کافی صحت کے ساتھ لگایا جاسکتا ہے۔ اگر کسی مشین کی رفتاری نسبت حسب متذکرہ بالا دریافت ہو جائے تو اس کی ممکنہ توانائی نسبت (مفادِ جیلی) ذیل کے رشتہ سے سہ سہری طور پر معلوم ہو سکتی ہے:-

مفادِ جیلی = رفتاری نسبت \times استعداد
اور اس طرح سے کسی خاص ضرورت کے لحاظ سے مشین مذکور کی موزونیت کا اندازہ لگایا جاسکتا ہے۔

۲۔ مختلف اقسام کی مشینوں کی استعداد

وغیرہ کی تقسیم

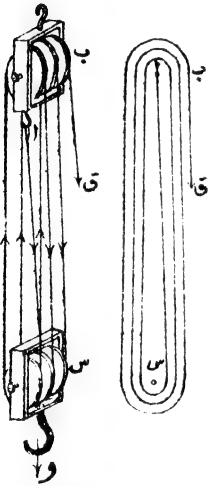
اب چند مختلف اقسام کی مروجہ مشینوں کی ساخت پر بحث کی جائیگی اور اس کے ساتھ ساتھ یہ بھی بتلایا جائیگا کہ ان کی رفتاری نسبتیں ملاحظہ سے کس طرح دریافت ہو سکتی ہیں۔ کل قسموں کی مشینوں کے مفادِ جیلی دریافت کرنے کا طریقہ تقریباً ایک ہی جیسا ہے۔

چرخہ کے ہلاق

چرخوں کے ہلاق کا وہ نظام جس پر یہاں بحث کی جائیگی تین تین چرخوں کے دو ہلاقوں پر مشتمل ہے (شکل ۵۴)۔ اوپر والا ہلاق ایک شہتیر میں ثابت رہتا ہے اور نیچے والا ہلاق اول الذکر ہلاق سے ایک ایسی مسلسل ڈوری کے ذریعہ لٹکایا جاتا ہے جو ہر چرخہ پر سے گزرتی ہے۔ اس ڈوری کا ایک سرا اوپر والے ہلاق کے ڈھانچے سے بندھا رہتا ہے۔ اور اس کا دوسرا سرا نیچے کی طرف ہلکتا ہے جس کو لگائی ہوئی قوت قی کھینچتی ہے۔

بوجھ و نیچے والے بلاق کے ڈھانچے سے لٹکایا جاتا ہے۔
تجربہ ۴۴۔ چرنی کے بلاق کے ایک جوڑے
کی استعداد — استعداد کی دریافت کے لئے دو تجربے
درکار ہیں۔

(۱) معائنہ سے رفتاری نسبت کی تعین۔ اگر ڈوری کا سراب
فصل ۴ تک نیچے کی طرف کھینچا جائے تو چرخوں پر چڑھی ہوئی
ڈوری کا مجموعہ طول، فصل ۴
کے مساوی کم ہو جائیگا۔ طول کی یہ
کمی ب اور ۴ کے درمیان ڈوری
کے کل انتظامی حصوں پر برابر برابر
تقسیم ہو جائیگی کیونکہ نیچے والی
کل چرخوں اور ۴ کی طرف ایک ساتھ
اٹھتی ہیں۔ لہذا چونکہ ڈوری کے
انتظامی حصے تعداد میں چھ ہیں اس
لئے نیچے اور اوپر والے بلاق کے
درمیان ڈوری کے ہر حصہ میں طول
۴ کی کمی واقع ہوگی۔



شکل ۴۴۔ چرنی کے بلاق

اگر نیچے والے بلاق کا مرکز
ہو تو ۴ فصل ۴ تک اوپر
کی طرف اٹھ جائیگا۔ اور یہ وہ فصل ہے جہاں تک بوجھ و اوپر اٹھیں یعنی
۴ = ۴

اس لئے رفتاری نسبت = ۴ = ۴
اسی طریقہ سے چرخوں کے کسی اور نظام کی "رفتاری نسبت" برآسانی
دریافت کی جاسکتی ہے۔

(۲) مفادِ جیلی کی عملی تعین — تجربہ خانہ کے استعمال کے لئے

جو آلات بنائے جاتے ہیں اُن میں اکثر اقسام کے آلات میں نیچے والے بلاق کا وزن "بوجھ" کی مناسبت سے بہت زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن فن انجینیری میں جو بلاق استعمال ہوتے ہیں اُن کا وزن اُٹھنے والے "بوجھ" کے مقابلے میں کہیں کم رہتا ہے۔

اس لئے نیچے والے بلاق کا وزن اگر بوجھ میں نہ محسوب کر لیا جائے یا لگائی ہوئی قوت کا وہ حصہ جو صرف بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے قوت ق سے نہ گھٹایا جائے تو ایسے نظام کی عملی استعداد کے متعلق غلط معلومات حاصل ہونگی اور استعداد کی حاصل شدہ قیمت عملی استعداد کی قیمت سے کم ہوگی۔

اس لئے معادِ جلی محسوب کرنے کے وقت آیا وہ قوت ق بوجھ نیچے والے بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے ق سے گھٹالی جاتی ہے یا بوجھ و میں بلاق کا ذاتی وزن شریک کر لیا جاتا ہے مگر یاد رہے کہ بلاق کے اُٹھانے میں جو کام صرف ہوتا ہے وہ کارآمد نہیں۔

اگر حرجی کے بلاق کا وزن معلوم ہو تو ظاہر ہے کہ نسبت $\frac{Q}{W}$ کے دریافت کرنے کا طریقہ یہ ہوگا کہ بلاق کا ذاتی وزن بوجھ و میں شریک کر لیا جائے۔ اس صورت میں بلاق کا وزن بوجھ کا ایک حصہ تصور کیا جائیگا۔

اگر حرجی کے بلاق کا وزن معلوم نہ ہو تو وہ قوت ق دریافت کرو جو صرف بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے اب بلاق سے و وزن کا ایک بوجھ لٹکاؤ تو بلاق اور بوجھ کو اُٹھانے کے لئے ایک دوسری قوت ق درکار ہوگی۔ اس لئے قوت ق جو صرف بوجھ و کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے ق - ق کے مساوی ہوگی۔

تو ق - ق اور ق اس طرح درست کہہ کہ اگر مشین کو خفیف سی بھی حرکت دی جائے تو وہ عمل کرنے لگے۔

اس طرح پانچ یا چھ مختلف بوجھ لے کر مندرجہ بالا چیزوں کے بملاقاتوں کے جوڑے کا مفادِ جلی دریافت کرو۔ اور مشاہدات کو مندرجہ ذیل جدولوں کی شکل میں ترتیب دو۔

(۱) اگر بملاق کا وزن معلوم ہو (مثلاً ۷۰ گرام)

شمار تجربہ	بلاق سے لٹکا ہوا بوجھ و گرام	لٹائی ہوئی قوت ق	مجموعہ بوجھ و بلات ق	و ق
۱	۲۰۰	۱۱۰	۲۷۰	۲۶۴۵
۲	۴۰۰	۱۹۰	۴۷۰	۲۶۴۷
۳	۶۰۰	۲۷۰	۶۷۰	۲۶۴۸
۴	۸۰۰	۳۷۰	۸۷۰	۲۶۳۵
۵	۱۰۰۰	۴۵۰	۱۰۷۰	۲۶۳۸

آخر خانے کی رقموں کا اوسط = اوسط مفادِ جلی = ۲۶۴۴

(ب) اگر بملاق کا وزن معلوم نہ ہو۔ صرف بملاق کو اٹھانے کے لئے جو قوت درکار ہے = ق = ہر گرام (مثلاً)

شمار تجربہ	بلاق سے لٹکا ہوا بوجھ و گرام	لٹائی ہوئی مجموعہ قوت ق	بوجھ و کے لئے جو قوت درکار ہے ق = ق - ق	و ق
۱	۲۰۰	۱۱۰	۸۰	۲۶۵۰
۲	۴۰۰	۱۹۰	۱۹۰	۲۶۵۰
۳	۶۰۰	۲۷۰	۲۴۰	۲۶۵۰
۴	۸۰۰	۳۷۰	۲۴۰	۲۶۴۵
۵	۱۰۰۰	۴۵۰	۲۴۰	۲۶۳۸

آخر خانے کی رقموں کا اوسط = اوسط مفادِ جلی = ۲۶۴۴

نوٹ۔ اگر بوجھ و یا قوت ق لگانے کے لئے ترازو کا پلڑا درکار ہو تو اس پلڑے کا وزن بھی شریک حساب رہے۔
توازن کے جوڑے کے مفاد جیلی اور رفتاری نسبت دریافت کر لینے کے بعد استعداد کو مندرجہ ذیل مساوات سے ظاہر کرو:-

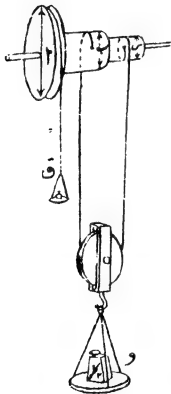
$$ع = \frac{\text{مفاد جیلی}}{\text{رفتاری نسبت}}$$

$$= \frac{۲۵۳۵}{۴} = ۰.۶۳۱ = ۶۱ \text{ فیصد}$$

تفریقی جرخ اور محور

چونکہ اس آلہ سے تجربہ خانوں میں اکثر کام پڑتا ہے اور اس کے "تفریقی" اصول کا اطلاق عموماً بندش (Gearing) نامی تمام عملی شکلوں پر ہوتا ہے اس لئے ہم اس آلہ کو ایک مناسب اور بکار آمد قسم

کی مشین تصور کر کے اس پر بالتفصیل بحث کریں گے۔ شکل ۵۵ پر غور کرو۔ لگائی ہوئی قوت ق ایک ایسی ڈوری پر عمل کرتی ہے جو بڑے قطر کے جرخ پر لپٹی ہوئی ہوتی ہے۔ یہ جرخ ایک ایسے محور سے جڑا ہوا ہوتا ہے جس کے دو حصوں کے قطر مختلف ہیں اور محور مذکور کے ان دو حصوں پر ایک دوسری ڈوری کے دونوں سرے متضاد سمتوں میں پیٹھے جاتے ہیں۔ اس ڈوری کے نکتے ہوئے حلقے پر ایک ایسی



شکل ۵۵۔ مرکب جرخ اور محور

چرخنی چڑھی رہتی ہے جس کے ڈھانچے سے بوجھ و لٹکایا جاتا ہے۔
تمام آلہ کو ایک دھاتی نلکے پر چڑھا کر دو مناسب براکٹوں (Brackets)
پر اس طرح سہارا دیا جاتا ہے کہ وہ آزادی سے گھوم سکے۔
تجربہ ۴۵ - مرکب چرخ اور محور یا تفریقی چرخ
اور محور —

تجربہ دو حصوں پر منقسم ہے۔
(۱) رفتار کی نسبت کی تعیین — جب چرخ پر لیٹی ہوئی ڈوری
نیچے کی طرف یوں کھینچی جاتی ہے کہ ڈوری چرخ سے کھلتی جائے
تو آلہ اس طرح گردش کرتا ہے کہ دوسری ڈوری بڑے قطر کے محور
پر لیٹی جاتی ہے اور چھوٹے قطر کے محور پر سے کھلتی جاتی ہے۔
آلے کی ایک پوری گردش پر غور کرو۔ فرض کرو کہ چرخ کا
قطر ۱ ہے اور محور کے موٹے اور پتلے حصوں کے قطر بالترتیب
ب اور س ہیں۔

جب آلہ ایک مکمل گردش کر چلتا ہے تو لگائی ہوئی قوت
چرخ کے محیط کے برابر فضل تک عمل کرتی ہے یعنی

$$۱ \times \pi = ۳.۱۴$$

اتنے ہی وقت میں دوسری ڈوری کے اس حصہ کی
لمبائی میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے جو محور سے باہر لٹکتا ہے۔
 π ب طول کی ڈوری محور کے موٹے حصہ پر لیٹ جاتی ہے مگر
 π س طول کی ڈوری محور کے پتلے حصہ پر سے کھل جاتی ہے
اس لئے ڈوری کے آزاد حصے کے طول میں فی الحقیقت
 π ب - π س یا π (ب - س) کی کمی واقع ہوتی ہے۔
یہ کمی حلقہ کے دونوں طرف برابر برابر تقسیم ہو جاتی ہے۔ اس لئے
چھوٹی چرخنی مذکورہ بالا حلقہ کی کمی کے صرف نصف فاصلہ تک اوپر
اٹھتی ہے۔ یعنی بوجھ فاصلہ $\frac{1}{2} \pi$ (ب - س) تک اوپر

اٹھتا ہے۔ یا

$$\text{فہم} = \frac{\pi}{\pi} (\text{پ۔س})$$

$$\begin{aligned} \text{اس لئے رفتاری نسبت} &= \frac{\frac{\pi}{\pi} (\text{پ۔س})}{\frac{\pi}{\pi} (\text{پ۔س})} \\ &= \frac{1}{1} \end{aligned}$$

چرخ کا قطر اور محور کے دو حصوں کے قطر سرل چاپ کی مدد سے ناپو یا محیطوں کی پیمائش براہ راست خواہ ڈوری اور پیمانے کی مدد سے یا کسی لچکدار پیمائشی فیتہ کے ذریعہ کرو۔ اور ان معلومات سے رفتاری نسبت دریافت کرو۔

(۲) مفادِ جیلی کی تعیین۔ جیسا کہ چرخوں کے بلاق کے بیان کے تحت میں (تجربہ ۴۴) بتایا جا چکا ہے مفادِ جیلی دریافت کرو۔ اس امر کا لحاظ رہے کہ چرخ اور ترازو کے پلڑوں کے وزن بھی شریکِ حساب ہوں۔

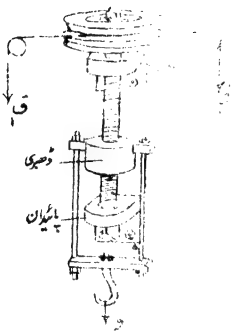
بعد ازاں آلہ کی استعداد دریافت کرو۔ اس کی قیمت غالباً ۸۵ یا ۹۰ فی صد تک ملیگی۔

پیچ

مختلف اقسام کی مشینوں میں پیچوں کی ترکیب کا استعمال بہت ہی عام ہوتا ہے بالخصوص جبکہ بہت بڑا مفادِ جیلی مطلوب ہو۔ عملیات میں پیچ اکثر اوقات پیچیدہ کل کا ایک جزو ہوتا ہے۔ اگرچہ بعض اوقات یہ بذاتِ خود بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کل کی عام مثال شہ پیچ ہے جو ٹائیر (Tyre) چڑھانے کے وقت موٹر گاڑی کے دھڑے کو یا کسی اور بھاری وزن کو اٹھانے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ خصوصاً چیل صرف دستی مزدوری (Hand Labour)

میتھر ہوتی ہے۔

تجربہ میں جو بیج استعمال ہوتا ہے اس میں عموماً بڑے قطر کی ایک چرخہ لگی رہتی ہے جس کے گرد ڈوری لپیٹی جاتی ہے۔ اس ڈوری کے دونوں سرے آلہ کے بازوؤں میں دو چھوٹی ثابت چرخوں پر سے گزرتے ہیں اور اس کا شکل ۱۵ سے واضح ہے) اور ان سروں پر بندھے ہوئے پلڑوں میں رکھے ہوئے وزن کی وجہ سے ڈوری کھینچتی ہے۔ اکثر اوقات عملیات میں متذکرہ بالا بڑے قطر والی چرخہ اور ڈوری کے عوض T شکل کا ایک دستہ استعمال کیا جاتا ہے۔



شکل ۱۵۔ بیج

بیج پر ایک بڑی ڈھیری چڑھی رہتی ہے اور اس ڈھیری میں ایک جوا لگا رہتا ہے جو بوجھ و کو اٹھاتا ہے۔ بیج کا نیچے والا سرا ایک ثابت پائیدار پر اس طرح قائم ہے کہ وہ آزادی سے گھوم سکے اور اس کا سرا (جس پر بڑی چرخہ لگی ہے) ایک ثابت جلتے ہیں سے آزادانہ گزرتا ہے۔ آلہ کے ایک مروج نمونہ کی

تصویر شکل ۱۶ سے واضح ہے۔ مگر اس شکل میں وہ ڈھانچہ جس پر چھوٹی چرخیاں قائم ہیں نہیں دکھایا گیا ہے۔ اس کے سوا دوسری قسم کے اور نمونے بھی اکثر اوقات تجربہ خانوں میں مستعمل ہوتے ہیں۔ بعض اوقات بڑی چرخہ صرف ایک وزن سے کھینچی جاتی ہے۔ اور کبھی کبھی دو دوریاں لگائی جاتی ہیں اور ان سے دو وزن لٹکائے جاتے ہیں۔ جیسا کہ شکل ۱۷ سے ظاہر ہے۔

موخر الذکر نمونہ قابل ترجیح ہے۔ کیونکہ اگر قی اور قی مساوی ہوں تو پیچ دائیں یا بائیں کو کھینچنے سے باز رہتا ہے۔ لیکن صرف ایک غیر متوازن قوت کے استعمال کرنے میں پیچ حلقے کے ایک طرف کھینچ جاتا ہے جس کی وجہ سے رگڑ اور گھساؤ میں اضافہ ہو جاتا ہے۔

اگر کوئی مناسب ذریعہ گردش حرکت کو روکنے کے لئے استعمال نہ کیا جائے تو پیچ کو گھمانے کے وقت ڈھبری بھی گھومنے کا تقاضا کرے گی۔ اس حرکت کو روکنے کے لئے جو عام بندش استعمال کی جاتی ہے وہ ایک یا دو سلاخوں پر مشتمل ہے۔ یہ سلاخیں آلہ کے ڈھانچے میں جکڑی رہتی ہیں اور سلاخ کا ایک سر مذکورہ بالا حلقہ میں ثابت ہوتا ہے اور دوسرا سر پائیدان میں ڈھبری میں نالیاں بنی رہتی ہیں جن میں سے مذکورہ بالا سلاخیں ٹھیک پش کر گزرتی ہیں۔ ایسے انتظام سے پیچ کے گھومنے کے وقت ڈھبری گھومنے سے باز رہتی ہے۔ اور اس میں جو کچھ حرکت پیدا ہوتی ہے وہ صرف پیچ کی گھائی کے متوازی ہوتی ہے۔ پیچ کی گردش کی سمت کے لحاظ سے ”بوجھ“ چھتا یا اُترتا ہے۔ یہ سلاخیں شکل میں دکھائی نہیں گئی ہیں۔

تجربہ ۴۱۔ پیچ کی استعداد کی تعین۔ اگر پیچ سے کارگر کام لینا ہو تو یہ لازمی ہے کہ مذکورہ بالا حلقہ اور پائیدان، سلاخ اور ڈھبری وغیرہ میں اچھی طرح تیل دیا جائے خاص کر پیچ کی چوڑیوں میں تیل دینا نہایت ضروری ہے کیونکہ رگڑ کا زیادہ تر حصہ پیچ اور ڈھبری ہی کے درمیان عمل کرتا ہے۔

(۱) رفتاری نسبت کی تعین۔ فرض کرو کہ

پیچ کے اوپر والے سرے کی چغنی کا قطر ۱ ہے۔ تب پیچ کی

ایک کامل گردش میں لگائی ہوئی قوت (یا قوتیں) چرخہ کے محیط کے برابر فاصلہ نیچے کی طرف طے کرتی ہے۔ یعنی پیچ کی ایک گردش کا لحاظ کرتے ہوئے۔

$$f = \frac{1}{T}$$

اتنے ہی وقت میں پیچ ڈھبڑی کے اندر ایک گردش کر کے آگے بڑھتا ہے یعنی ڈھبڑی اتنے فاصلے تک اٹھ جاتی ہے جو پیچ کی گھائی کے مساوی ہوتا ہے اگر پیچ کی گھائی = گھہ تو ظاہر ہے کہ $f = \frac{1}{T}$ گھہ

$$\frac{1}{T} = \text{اور رفتاری نسبت}$$

چرخہ کا قطر ایک بڑے سہل چاپ کی مدد سے ناپو لیکن اس بات کی احتیاط رکھنی جائے کہ پیمائش شدہ قطر اس مقام کا قطر ہو جہاں ڈوریوں کی نیچے والی سطحیں مس کرتی ہوں۔ اگر سہل چاپ میسر نہ ہو تو ڈوری اور پیمانے کی مدد سے چرخہ کا محیط براہِ راست دریافت کرو۔ پیچ کی گھائی ناپنے کے لئے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کرو:-

صاف کاغذ کا ایک ٹکڑا لے کر اس کو پیچ کی کچھ لمبائی تک اس طرح دباؤ کہ کاغذ پر چوڑیوں کے نشان پڑ جائیں۔ اب اس کاغذ پر تقریباً ۲۰ چوڑیوں کا درمیانی فاصلہ ناپ لو۔ اس پیمائش سے گھائی دریافت ہو جائیگی۔ یاد رہے کہ پیچ کی گھائی سے وہ دو متشابہ نقطوں کا عمودی فاصلہ مراد ہے جو ایک ہی چوڑی کے دو متواتر گھاؤ (Turns) پر واقع ہیں۔ اس امر کی توضیح (شکل ۷) کے ملاحظہ سے بخوبی ہو جائیگی۔

مذکورہ بالا معلومات سے رفتاری نسبت محسوب کرو۔

(۲) مفادِ جلی کی تعیین — حسبِ تجربہ ۲۴ مفادِ جلی

دریافت کرو۔ یہاں پر ڈھبڑی اور جوے کا وزن معلوم نہیں ہو سکتا

کیونکہ یہ پیچ سے ملحق ہیں۔ لہذا یہاں پہلے قی کی قیمت دریافت کرنا ہوگی۔ یہ وہ قوت ہے جو صرف ڈھبڑی اور جوے کے اٹھانے کو درکار ہے۔ اس کے بعد مجموعی قوت قی دریافت کرنا ہوگی جو ”بوجھ“، ڈھبڑی، اور جوے کو اٹھاتی ہے۔ اس لئے قی۔ قی۔ وہ قوت قی ہے جو صرف ”بوجھ“ و کے لئے درکار ہوگی۔

اگر مذکورہ بالا بڑے قطر کی چرنی پر دو ڈوریاں لگی ہوں تو لگائی ہوئی قوت دونوں ڈوریوں سے لگے ہوئے وزن کے مجموعہ کے مساوی ہوگی۔

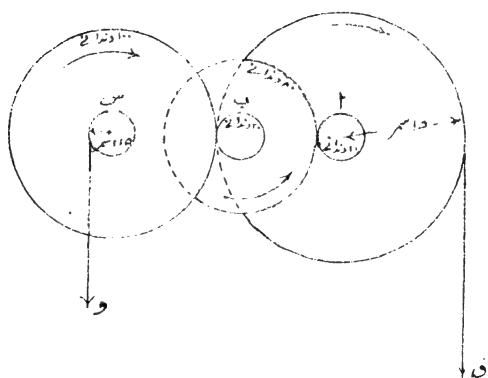
اب پیچ کی استعداد دریافت کرو۔ نتیجہ سے یہ معلوم ہوگا کہ کافی تیل دینے پر بھی پیچ کی استعداد بمشکل تمام ۲۰ فی صدی تک پہنچتی ہے۔ اور یہ بھی معلوم ہو جائیگا کہ اگر آلہ بد احتیاطی کی وجہ سے زنگ آلود ہو گیا ہو تو استعداد کی قیمت صرف ۸ یا ۹ فی صدی رہ جاتی ہے۔

بیچ بندی

مشینوں کا بیان اُس وقت تک تکمیل کو نہیں پہنچ سکتا جب تک کہ عام ترین بندشوں کا مثلاً دندانہ دار چرخوں کی بندش (Gearing) کا کچھ ذکر نہ کیا جائے۔ اس بندش کی مختلف شکلوں کا استعمال قریب قریب تمام اقسام کی کلوں مثلاً گھڑیوں، موٹر گاڑیوں، خرا دوں، متحرک حمالوں، وغیرہ میں ہوتا ہے۔ مگر ہم یہاں صرف چرخ بندی کے ایک آسان سلسلہ پر بحث کریں گے اور پیمپیگی سے بچنے کے لئے صرف عددی مثال دی جائیگی۔

شکل ۵ پر غور کرو۔ ٹیکلے ۱۵ پر ۱۵ سمر نصف قطر کا ایک بڑا ڈھول چڑھا ہوا ہے۔ اور اُسی ٹیکلے پر ۲۰ دندانوں کا ایک دندانہ دار چرخ ڈھول سے جکڑا ہوا لگا ہے۔

موازا ل ذکر دندانہ وار چرخ ۱ تکلے ب پر چڑھے ہوئے ۸۰ دندانوں والے چرخ سے اس طرح لگا ہوا ہے کہ اگر ۱ چار گردشیں پوری کرے تو ب پر کا بڑا چرخ صرف ایک بار گھومتا ہے۔ ب پر کے بڑے چرخ میں ۲۰ دندانوں کا ایک چھوٹا چرخ بکڑا ہوا ہے۔ اور یہ چرخ تکلے س پر کے بڑے چرخ کے دندانوں سے لگا ہوا ہے جس کے محیط میں ۱۰۰ دندانے ہیں۔ اس لئے جب ۱ ۲۰ گردشیں پوری کرتا ہے تو ب ۵ اور س صرف ۱۔ تیسرے تکلے س پر ۵۲ سم کا ایک چھوٹا ڈھول چڑھا ہوا ہے جس پر سے ”بوجھ“ و کو سنبھالنے والی ڈوری گذرتی ہے۔ اس ڈھول پر ڈوری اس طرح لپیٹی جاتی ہے کہ



شکل ۷۔ چرخ بندی

جب ق نیچے اُترتا ہے تو و اوپر چڑھتا ہے۔
موجودہ مسئلہ میں آسانی کی غرض سے تکلے س کی

صرف ایک گردش پر غور کرو۔
 س کی ایک گردش میں "بوجھ" و "اُتے" فصل تک چلتا ہے جو چھوٹے فصل کے محیط کے برابر ہے۔

یعنی $2\pi \times 10^8$ مٹر۔

س کی ہر گردش کے جواب میں ۲۰:۱ مرتبہ گھومتا ہے اور اس لئے قیاسی طور پر فصل کے محیط کے میں گئے فاصلے تک عمل کرتا ہے۔ یعنی

ن = $15 \times 10^8 \times 20$ مٹر
 اس لئے رفتاری نسبت

$$\frac{15 \times 10^8 \times 20}{25 \times 10^8} =$$

۱۲۰ =

تجربہ ۱۲۰۔ چرخ بندی کے ایک نظام کی استعداد کی تقیین۔۔۔ چرخ بندی کے کسی نظام کی رفتاری نسبت دریافت کرو جیساکہ مذکورہ بالا مثال میں بیان کیا جا چکا ہے۔ اور تجربہ عام کی طرح تمام اس کا مقدار جیسی بھی دریافت کرو۔ اور ان معلومات سے اس کی استعداد کی قیمت اخذ کرو۔

چرخ بندی کے سلسلے کی استعداد کا انحصار زیادہ تر اس امر پر ہے کہ دماغ نے حس کے ساتھ کاٹے جائیں۔ متذکرہ بالا سلسلہ کی طرح چرخ بندی کے ایک سادے سلسلے کی جس میں دماغ نے عمدہ طور پر کٹے ہوں استعداد کی قیمت ۵۰ فی صدی تک پہنچ سکتی ہے۔

نوٹ۔۔۔ فصل ہذا میں بحث کردہ کمیتیں و اور قی بالترتیب "بوجھ" اور "لگائی ہوئی قوت" کے نام سے موصوم کی گئی ہیں نیلین اکثر اوقات ان کے لئے وزن اور طاقت کے نام بھی استعمال

ہوتے ہیں۔ وزن ایک عام کمیت ہے اس لئے اس کو ایک خاص کمیت کی طرح استعمال کرنا اعتراض سے خالی نہیں۔ ”بوجھ“ سائنس کی زبان میں کوئی خاص معنی نہیں رکھتا اس لئے اس نام کو یہاں وزن کے نام کے بجائے استعمال کرنا قابل ترجیح ہے۔ لفظ ”طاقت“ سائنس کی اصطلاح میں ایک خاص اور محدود معنی رکھتا ہے یعنی طاقت سے کام کرنے کی شرح مبرا ا دھے اس لئے طاقت کو قوت کے معنوں میں ہرگز استعمال نہیں کرنا چاہیئے۔ بعض اوقات قی کی تعبیر کے لئے زور کا لفظ بھی استعمال کیا جاتا ہے لیکن کسی صورت میں اس کا استعمال عام نہیں۔



فصل مہتمم

لچک

۱۔ عام نظریہ۔

جب کوئی سی قوت کسی جسم پر عمل کرتی ہے تو جسم مذکور کی شکل میں کم و بیش بگاڑ پیدا ہو جاتا ہے۔ اور یہ بگاڑ انہوم قوت کے ہٹا لینے پر غائب ہو جاتا ہے۔ جسم کا اپنی اصلی شکل میں واپس آ جانا جسم مذکور کی اپنی اُس خاصیت کا نتیجہ ہے جس کو لچک کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔

گلیہ ہوک

اس مضمون کی بنیاد رابرٹ بائیل اور اُس کے مددگار لھوک نے ڈالی تھی اور وہ نہایت ہی ضروری اور اہم گلیہ جو قوتِ عالمہ اور اس سے پیدا شدہ بگاڑ کا باہمی تعلق بتاتا ہے گلیہ ہوک کے نام سے مشہور ہے۔ اس گلیہ کو ہم یوں بیان کر سکتے ہیں کہ تیناؤ، بڑھاؤ کے مناسب ہے۔

یا ٹھیک علمی زبان میں مذکورہ بالا امر کو حسب ذیل بھی بیان کر سکتے ہیں:-
 زور، فساد کے متناسب ہے۔ (یہاں زور سے بگاڑ پیدا کرنے والی عام قوت
 مراد ہے۔ اور فساد سے جسم کی شکل میں عام تغیر) کلیئہ ہو کہ کی صحت
 ایک خاص حد تک درست ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر جسم پر عمل کرنے والا زور ایک خاص
 حد سے تجاوز کر جائے تو زور ہٹا لینے پر جسم مذکور اپنے ابتدائی ابعاد میں واپس نہیں
 آئیگا۔ وہ بڑے سے بڑا بگاڑ جو کسی شے میں دوامی بدشکلی پیدا نہیں کرتا
 شے مذکور کی لچک کی انتہا کہلاتا ہے۔ ہو کہ کا کلیئہ لچک کی
 انتہا تک غایت درجہ کی قربت کے ساتھ درست پایا جاتا ہے۔

لچک کے مقیاس کی تعریف

زور اور فساد

متفرق اقسام کی اشیاء کی لچک والی خاصیتوں کے
 مقابلہ کرنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ مختلف نوعیت کی قوتوں
 کے زیرِ عمل جو ”بگاڑ“ پیدا ہوتے ہیں ان کے متعلق کئی علم
 حاصل کیا جائے۔

زور — جہاں تک پیدا شدہ بگاڑ کی مقدار سے بحث ہے
 قوت کا اثر، مقدارِ قوت پر اور اس کے رقبہٴ عمل پر بھی مبنی
 پایا جاتا ہے اور اثرِ مذکور، قوت فی اکائی سہ قید کے متناسب
 ہوتا ہے۔ اس لئے زور کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ

زور سے وہ قوت مراد ہے جو اکائی رقبہ پر عمل کرے۔
 فساد — ایک دئے ہوئے زور کے زیرِ عمل کسی

جسم میں پیدا شدہ بگاڑ جسم مذکور کی جسامت پر منحصر ہے۔
 مساوی مقدار کے تناؤ والے زور اگر ایک ہی قسم کے
 مختلف طول والے تاروں پر عمل کریں تو تاروں کے طولوں میں

جو درازیاں واقع ہونگی وہ اُن طولوں کے تناسب ہونگی۔ لہذا زور کا اثر گویا بگڑی ہوئی شکل کے جسم میں بگاڑ فی اکائی بُعد کا پیدا کرنا ہے۔

فساد کی تعریف عموماً شکل کے بگاڑ فی اکائی بُعد سے ہوتی ہے یا یوں کہو کہ فساد کسری بگاڑ ہے۔

لچک کے کسی مقیاس کی تعریف عمل کرنے والے زور اور پیدا شدہ فساد کے حاصل قسمت سے ہوتی ہے۔ ریاضی کی زبان میں اس کو یوں لکھتے ہیں کہ

$$\text{لچک کا مقیاس} = \frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$$

مختلف مقیاسوں کی تعریفیں، —

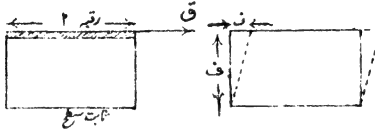
(۱) ینگ کا مقیاس یا تناؤ والی لچک کی قدر —

یہاں جو زور مد نظر ہے وہ طولی تناؤ کا زور ہے۔ اور اس سے جو فساد پیدا ہوتا ہے وہ طول کی درازی فی اکائی طول ہے۔ (یا طول کا بڑھاؤ فی اکائی طول ہے)۔

اگر تناؤ کی قوت Q تراش عمودی A والے تار پر عمل کرے تو تار مذکور پر عمل کنندہ تناؤ والا زور $\frac{Q}{A}$ کے مساوی ہوگا۔ اگر اس تار کا طول L ہو اور زور مذکور کے زیر عمل اس کے طول میں ΔL کا اضافہ پیدا ہو جائے تو فساد $\frac{\Delta L}{L}$ کے مساوی ہوگا۔ اس لئے ینگ کا مقیاس

$$Y = \frac{Q/A}{\Delta L/L} = \frac{QL}{A \Delta L}$$

(۲) استواری کا مقیاس، یا جزیی لچک کا مقیاس۔
 کسی شے (مثلاً ربڑ) کے مستطیلی متوازی السطوح کی شکل کے
 ایک ایسے کُندے کا تصور کرو جس کا ایک پہلو تو کسی ثابت
 افقی سطح سے چسپاں ہو اور دوسرا مقابل کا افقی پہلو ایک
 پترے سے مضبوطی کے ساتھ جڑا ہوا ہو۔
 اب اگر یہ پترا ایک افقی قوت Q سے کھینچا جائے
 تو تمام کُندا بگڑ کر ایک ایسی شکل اختیار کر گیا جیسا کہ نقطہ دار



شکل ۵۔ جزی زور اور جزی فساد

خطوں سے شکل مدہ میں دکھایا گیا ہے۔ قوت Q سارے پترے
 پر اس طرح پھیلی ہوئی ہے کہ وہ تمام اوپر والے رقبہ ۱ پر ہموارانہ
 عمل کرے۔ اس صورت میں زور Q کے برابر ہوگا۔ یہ زور
 جزی زور کہلاتا ہے۔ ذروں کی اوپر والی تہ اپنے ابتدائی محل سے
 نیچے والی تہ کے ذروں کی اضافت سے فصل f تک افقاً
 ہٹ گئی ہے۔ ایسی دو سطحوں کا اضافی بظلی ہٹاؤ جن کا
 باہمی درمیانی فاصلہ $اکائی$ ہو، جزی فساد کہلاتا ہے۔ پس

$$\text{جزی فساد} = \frac{f}{2} \div \frac{Q}{f} = \frac{Q}{2f}$$

اس لیے جزی لچک کا مقیاس = $\frac{Q}{2f}$

نوٹ۔ صرف ٹھوس اجسام ہی میں تناؤ والی اور جڑی لچکیں ہوتی ہیں۔
 (۳) حجمی مقیاس یا حجمی لچک کی قدر — اگر ح
 حجم والے کسی جسم پر دباؤ د ڈالا جائے اور اس کی وجہ سے
 اگر اجسام مذکور کے حجم میں ح کا تغیر واقع ہو تو لگائی ہوئی
 قوت فی اکائی رقبہ د ہوگی چونکہ دباؤ سے قوت فی اکائی
 رقبہ مراد ہے پس زور = د
 فساد = ح چونکہ پیدا شدہ بگاڑ ح ہے۔ اور بگڑے ہوئے
 بعد کی قیمت ح ہے۔

اس لئے حجمی مقیاس

$$\text{حجم} = \frac{د}{\frac{د}{ح}} = \frac{د}{د/ح}$$

چونکہ یہ ہمیشہ ممکن نہیں کہ جسم زیر تجربہ پر کچھ نہ کچھ ابتدائی
 زور موجود نہ ہو اس لئے اس کی ضرورت ہے کہ لچک کے
 مقیاس کی مذکورہ بالا تعریف میں کچھ ترمیم کی جائے۔
 اگر کلیئہ ہوک درست ہے تو لچک کا مقیاس مقررہ
 حالتوں کے تحت میں شے زیر تجربہ کی ایک مستقل خاصیت
 ہوگا۔ بناء بریں یہ کہنا صحیح ہوگا کہ اگر زور میں اضافہ کیا جائے تو

$$\frac{\text{اضافہ زور}}{\text{فساد}} = \frac{\text{زور}}{\text{لچک کا مقیاس}}$$

کسور مندرجہ بالا میں سے پہلی کسر لچک کے مقیاس
 کی پیمائش کرنے میں اکثر اوقات استعمال کی جاتی ہے۔
 گیسوں میں جہاں کلیئہ ہوک درست نہیں ہم کسی معتین
 حالت کے تحت والی گیس کے حجمی مقیاس کے لئے
 خارج قسمت $\frac{\text{اضافہ دباؤ}}{\text{اُس کا پو ابی حجمی فساد}}$ استعمال کرتے ہیں۔

چونکہ گیسوں کے حجمی مقیاس براہ راست محض نظری نقطہ نظر سے محسوب کئے جاسکتے ہیں اس لئے ان کا مذکورہ بالا اصول سے عملاً دریافت کرنا لاسود ہے۔ چونکہ ٹھوس اور مائع اجسام کے حجمی مقیاس دریافت کرنے میں بڑی دقیقیت پیش آتی ہیں اس لئے ہم یہاں پر صرف ینگ کے مقیاس اور استواری کے مقیاس ہی دریافت کرنے کے عملی طریقوں پر اکتفا کریں گے۔

نوٹ۔ چونکہ زور ہمیشہ قوت فی اکائی رقبہ ہوتا ہے اس لئے اس کو ڈائین (Dyne) فی مربع سمر یا انی طرح کے الیادگی کسی دوسری اکائیوں میں ظاہر کرنا چاہیئے۔ فساد صرف ایک نسبت ہے اس لئے اس کے الیاد نہیں اور لچک کا

مقیاس = $\frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$ اس لئے اس مقیاس کو بھی زور کی اکائیوں میں ظاہر کرتے ہیں یعنی ڈائین فی مربع سمر میں (اگر س-گ-ٹ اکائیاں مستعمل ہوں)۔

۲۔ ینگ کا مقیاس

تار کی شکل کی شے کے لئے ینگ کا مقیاس

جو آلہ اس تجربہ میں استعمال کیا جاتا ہے وہ ایسے دو انتہائی تاروں پر مشتمل ہے جن کے اوپر والے سرے آپس میں بہت قریب ایک ہی سہارے سے مضبوطی کے ساتھ جکڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ ان میں سے ایک تار ایک ایسے مستقل بوجھ سے تنا رہتا ہے جس کے جاننے کی ضرورت نہیں۔ اور دوسرے تار سے تراڑ کا پلڑا بندھا رہتا ہے جس پر حسب خواہش مختلف اوزان رکھے جاسکتے ہیں۔ اول الذکر تار پر ایک چھوٹا پیمانہ

س قائم ہے اور دوسرے تار پر ایک کسر پیماب اس طرح لگا رہتا ہے کہ وہ پیمانہ س پر آزادانہ پھسل سکے۔ ان دونوں تاروں کو ایک ہی شے اور ایک ہی موٹائی کا ہونا چاہیے۔ اس طرح ایک ہی قسم کے دو تاروں کے استعمال سے مندرجہ ذیل غلطیوں کے اہم ذرائع رفع ہو جاتے ہیں:-

(۱) بوجھ کی وجہ سے نقطہ تعلیق نیچے اتر جائیگا مگر نقطہ تعلیق کی اس حرکت سے پیمانہ س بھی اتنا ہی نیچے اتر آئیگا جتنا کہ کسر پیماب۔ لہذا تجربہ میں اس کا کچھ اثر نہ ہوگا۔
(۲) تپش کے تغیر سے طول میں تبدیلی واقع ہوگی۔ اس کا اثر دونوں تاروں میں یکساں پڑیگا۔ لہذا نتیجہ پر تپش کے تغیر کا بھی کوئی اثر نہیں ہوگا۔

اگر ایک تار پر مستقل قوت قائم رکھی جائے اور دوسرے پر مختلف قوتیں لگائی جائیں تو ان قوتوں کی وجہ سے موخر الذکر تار کے طول میں جو اضافہ واقع ہوگا اس کی قیمت پیمانہ س پر کسر پیماب کی حرکت سے معلوم ہو جائیگی۔

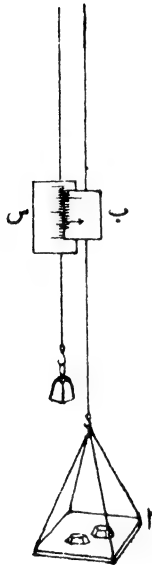
تار کا طول اور اس کا نصف قطر کسی مروجہ طریقوں سے دریافت ہو سکتے ہیں۔ لہذا معلوم زور کے زیر عمل طولی فساد کی قیمت چل ہو سکتی ہے۔ اور اس کے ذریعہ ینگ کا مقیاس زیر تجربہ شے کے لئے محسوب کیا جاسکتا ہے۔

تجربہ ۴۴۔ تار کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعین — زیر تجربہ تار کے بل دور کرنے کے لئے

اس سے بندھے ہوئے پلڑے میں دو کلو گرام کا وزن رکھو۔ اور پیمانہ س اور کسر پیماب پر کے درجے پڑھ لو۔

اس کے بعد پلڑے پر تبدیلیج ۱۱ دو کلو گرام رکھ کر

بوجھ کو ۱۲ کلو گرام تک بڑھاؤ اور ہر وزن کے جواب میں



پیمانہ اور کسر پیمائے پر کے درجے پڑھتے جاؤ۔ اب پلٹے پر کے وزن کو بتدریج دو دو کلو گرام گھٹا کر بوجھ کو ابتدائی دو کلو گرام تک لاؤ اور پہلے کی طرح ہر وزن کے جواب میں پیمانہ اور کسر پیمائے پر کے درجے پڑھتے جاؤ۔ اس طریقہ سے ہر وزن کے جواب میں پیمانے پر دو درجہ خوانیاں حاصل ہونگی جن کی اوسط قیمت وزن مذکور کے لئے پیمانے پر اصلی قیمت ہوگی۔

اگر تجربہ کے اختتام پر درجہ خوانی ابتدائی درجہ خوانی (یعنی جب تار پر صحت دو کلو گرام کا وزن ہو) سے جدا گانہ ہو تو یہ ممکن ہے کہ زیر تجربہ تار بچک کی انتہا سے

شکل ۹۵۔ تار کے لئے تنگ کا مقیاس

زیادہ کھینچ گیا ہو۔ مگر جب درجہ خوانیوں میں یہ فرق تار کے محض میدھا ہونے کا نتیجہ بھی ہو سکتا ہے۔ اگر یہ صورت پیش آجائے تو مشاہدہ کو دہراؤ۔ اور اگر متذکرہ بالا فرق، وزن ہٹا لینے پر پھر مشاہدہ میں آئے تو تجربہ کو ایک دوسرا نیا تار لے کر دہرائنا لازمی ہے۔ مگر اس مرتبہ زیادہ سے زیادہ ۸ کلو گرام وزن استعمال کیا جائے۔

خود پیمائے کے ذریعہ تار کے چند مختلف نقطوں پر غایت احتیاط کے ساتھ اس کے قطر کی پیمائش کرو۔ اس پیمائش کی صحت کی اہمیت بہت زیادہ ہے۔ قطر کی پیمائش میں ۱۰، ۲۰، ۳۰

غلطی ایک فیصد کے درجہ کی غلطی ہے اور اس کے اثر سے آخری نتیجہ میں دو فیصد غلطی داخل ہو جائیگی کیونکہ مقیاس کے ضابطہ میں نصف قطر کی قوت ۲ ہے۔ تار کے طول کی پیمائش میں ۱ یا ۲ سمر کی غلطی اتنی زیادہ اہمیت نہیں رکھتی جتنی کہ نصف قطر کی پیمائش میں ۰.۱ سمر کی غلطی۔

تار کا طول نقطہ تیلیق سے لے کر کسر پیمائش کے صفربک ناپ لو اور مشاہدات کو حسب جدول درج کرو:-

بو جھ	درجہ خوانیاں		۶ کلو گرام کی وجہ سے طول کا اضافہ سمر میں
	بڑھتا بو جھ	گھٹتا بو جھ	
۲ کلو گرام	۱۵۱۳ سمر	۱۵۱۵ سمر	۱۵۱۳ سمر
" ۴	" ۱۵۲۳	" ۱۵۳۵	" ۱۵۳۳
" ۶	" ۱۵۵۰	" ۱۵۵۵	" ۱۵۵۳
" ۸	" ۱۵۶۶	" ۱۵۶۷	" ۱۵۶۷
" ۱۰	" ۱۵۸۳	" ۱۵۸۷	" ۱۵۸۵
" ۱۲	" ۲۵۱۰	" ۲۵۱۰	" ۲۵۱۰

۶ کلو گرام کی وجہ سے طول کا اوسط اضافہ = ۰.۵۳۷ سمر

= ۰.۵۳۷ سمر

تار کا نصف قطر (متعدو تینوں کا اوسط) = ۰.۶۶۷ سمر

= ۰.۶۰۵ سمر

نقطہ تیلیق سے کسر پیمائش تک تار کا طول = ۲۵۰ سمر

تار سے لٹکے ہوئے ۶ کلو گرام بو جھ سے پیدا شدہ زور

$$= \frac{\text{قوت}}{\text{تار کی تراش عمودی کا رقبہ}}$$

قوت = ۶ کلوگرام کا وزن ہے۔

یعنی قوت = ۶۰۰۰×۹۸۱ ڈائن (یہاں ۹۸۱ لندن میں اسراع
بوجھ جاذبہ زمین کی قیمت ہے)۔

تراش عمودی کا رقبہ = $\pi \times (۰.۶۷۵)^2$ مربع سمر

اس لئے ۶ کلوگرام کی وجہ سے زور = $\frac{۶۰۰۰ \times ۹۸۱}{\pi (۰.۶۷۵)^2}$

= ۴۰۴۰۰۰۰ ڈائن فی مربع سمر

یعنی زور = ۴۰۴۰۰۰۰ ڈائن فی مربع سمر۔

۶ کلوگرام بوجھ کے اضافہ کی وجہ سے پیدا شدہ فساد

$$= \frac{۶ \text{ کلوگرام کی وجہ سے طول کا اوسط اضافہ}}{\text{نقطہ تعلیق سے کسے یا تک تار کا طول}}$$

$$= \frac{۰.۵۳۷}{۲۵۰}$$

$$= ۰.۰۰۲۱۵$$

$$= ۲۱۵ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\therefore \text{نیگ کا مقیاس} = \frac{\text{زور}}{\text{زور کا جوابی فساد}}$$

$$= \frac{۴۰۴۰۰۰۰ \times ۱۰^۴}{۲۱۵ \times ۱۰^{-۴}}$$

یعنی کھینچ کر دیکھاؤ کہ دوری سے لٹکے ہوئے وزن کو دوری
کے بڑھاؤ کے ساتھ کیا تعلق ہے۔ تسیری نقطوں کو تقریباً ایک ہی

خطِ مستقیم پر واقع ہونا چاہیے۔

پہلے جدول کے آخری خانہ میں بڑھاؤ کے عصبوب کرنے کے طریقہ پر غور کرو۔

یہ عموماً کہا جاتا ہے کہ لپک کا مقیاس دریافت کرنے میں دو کلو گرام کی وجہ سے اوسط بڑھاؤ کی قیمت لینے چاہئے۔ اس اوسط قیمت کے حاصل کرنے کی ترکیب یہ ہے کہ چوتھے خانے کی ہر دو متواتر رقوم کا فرق لیا جاتا ہے اور اس طرح جو فرق حاصل ہوتے ہیں ان کی اوسط قیمت بڑھاؤ کی اوسط قیمت ہوتی ہے۔ اس طریقہ پر چھ مشاہدات لینے کی وجہ سے نتیجہ میں جس قدر زیادہ صحت کی توقع کی جا سکتی ہے وہ اس لئے بالکل معدوم ہو جاتی ہے کہ حاصل شدہ نتیجہ کا انحصار کلیتہً پہلے اور آخری مشاہدات ہی پر رہ جاتا ہے۔ درمیانی مشاہدات میں سے ہر ایک مشاہدہ دو دو مرتبہ حساب میں آتا ہے۔ ایک دفعہ تو مثبت طور پر اور دوسری دفعہ منفی۔ جس کی وجہ سے نتیجہ پر ان کا اثر کچھ نہیں پڑتا۔ اگر متذکرہ بالا چھ مشاہدات کی تعبیر حروف 'ا'، 'ب'، 'س'، 'د'، 'ی' اور 'ف' سے کی جائے تو 'ا'، 'ب'، 'س'، 'د'، 'ی' وغیرہ وغیرہ متواتر فرق ہونگے اور ان کا اوسط

$$(1-b) + (b-s) + \dots + (y-f)$$

ما ۱-ف کے مساوی ہوگا۔

لیکن جدول پر غور کرنے سے معلوم ہو گا کہ اوسط نکالنے کا طریقہ
مذکورہ بالا طریقہ سے بالکل جدا گانہ اختیار کیا گیا ہے اور ان دونوں
طریقوں سے جو نتیجے حاصل ہوتے ہیں ان میں مشابہ فرق ہے۔
مثلاً الف کے حساب سے ۱ کلو گرام کا بڑھ صاف ۵۶.۵۰

ہوتا ہے مگر جدول میں جو طریقہ اختیار کیا گیا ہے اس سے اس کی قیمت ۵۴.۵۰ ہوتی ہے۔

جدول کے طریقہ میں ہر مشاہدہ صرف ایک مرتبہ حساب میں آتا ہے اس لئے نتیجہ کل درجہ خوانیوں (مشاہدات) پر مبنی ہوتا ہے اور اس کی وجہ سے نتیجہ میں زیادہ صحت حاصل ہوتی ہے۔ دوسری بات جو قابل توجہ ہے وہ تار کے طول کی پیمائش سے تعلق رکھتی ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ پلڑے ۱ پر کے وزن سے پورا تار کھینچا ہے مگر پیمائش شدہ بڑھاؤ تار کے صرف اس حصہ کا بڑھاؤ ہے جو نقطہ ثقلیت اور کمر پیمائش کے درمیان واقع ہے۔ لہذا فساد کے حساب لگانے کے وقت نسب نما میں تار کے اسی حصہ کا طول استعمال کرنا چاہئے۔

ینگ کا مقیاس شہتیری شکل کی شے کے لئے

اس تجربہ میں جس آلہ کی ضرورت پڑتی ہے وہ مندرجہ ذیل سامان پر مشتمل ہے:—

(۱) دو دھار دار کنارے۔

جن پر شہتیر زیر تجربہ رکھا جاسکے۔

(۲) ترازو کا ایک پلڑا یا

کاٹنا جو شہتیر کے وسط سے لگایا جاسکے۔



شکل نمبر ۱۔ دو دھار دار کناروں ۱ اور ۲ پر

سہارے ہوئے شہتیر کے لئے ینگ کا تپاس۔

(۲) شہتیر کے مرکز کے جھکاؤ

کی پیمائش کرنے کا کوئی مناسب

طریقہ۔ جب سلاح (شہتیر) نہایت ہی پتلی ہوتی ہے تو وزن (مثلاً

ایک کلو) کی وجہ جھکاؤ بہت ہی زیادہ ہوتا ہے۔ ایسی صورت

میں مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش کے لئے سلاح کے پیچھے ایک

میٹری پیمانہ کو انتصاباً رکھ کر استعمال کر سکتے ہیں۔ سہولت کے لحاظ سے سلاخ کی خواہ اوپر والی سطح یا نیچے والی سطح کے مقابل کے درجے پیمانہ پر پڑھے جاتے ہیں۔ سلاخ کے سخت ہونے کی صورت میں ایک ایسا جھکاؤ پیدا کرنے کے لئے جس کی پیمائش مندرجہ بالا طریقہ سے کافی صحت کے ساتھ ہو سکے ایک بہت بڑی قوت درکار ہوگی لیکن بڑی قوتوں کے بجائے معتدل قوتوں اور ان سے پیدا شدہ جھکاؤ کی پیمائش کے لئے کسی زیادہ نازک طریقہ کا استعمال قابل ترجیح ہے۔ اس مقصد کے لئے ایک ایسا انتصابی نازک پیمانہ سلاخ کے مرکز پر لگا دیا جاسکتا ہے جس کی درجہ خوانی چھوٹی قوت کی ایک ثابت خوردبین کے ذریعہ کی جاسکتی ہے۔ جب سلاخ کا مرکز جھکیگا تو اس کے ساتھ ساتھ ثابت خوردبین کے لحاظ سے پیمانہ بھی نیچے کو اترے گا۔ مختلف بوجھ کی سخت میں پیمانہ کے درجوں کا مشاہدہ خوردبین کے چشمہ کے چلیبی تار پر کیا جاتا ہے اور اس طریقہ سے سلاخ کے مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش ہو جاتی ہے۔ بعض اوقات سلاخ سے لگا ہوا پیمانہ ایک ثابت کمرہ پیا پر متحرک ہو سکتا ہے اور اس طریقہ سے بھی جھکاؤ کی پیمائش کافی صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۴۵۔ شہتیر کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعین — بڑے یا کائٹ پر مختلف بوجھ رکھ کر ان کے جواب میں شہتیر کے مرکز کے مقامات دریافت کرو۔ بوجھ کو بتدریج مساوی مقداروں میں بڑھا کر چھ یا آٹھ مشاہدے کرو لیکن بڑے سے بڑا بوجھ جو استعمال کیا جائے وہ ایسا ہو جسے شہتیر حفاظت کے ساتھ سنبھال سکے۔ مگر کسی حالت میں بوجھ یہاں بوجھ سے زیادہ نہ ہونے پائے۔ اسی طرح بوجھ کو گھٹا گھٹا کر تجربہ کو دہراؤ۔

تار کے تجربہ کی طرح مشاہدات کو جدول کی شکل میں درج کرو۔ اور جیسا کہ تار کی جدول میں حساب لگایا گیا ہے یہاں بھی ۶ کلو گرام وزن و کی وجہ سے اوسط جھکاؤ کی قیمت دریافت کرو۔

دھاردار کناروں کے درمیان شہتیر کا طول ناپ لو اور ساتھ ساتھ اس کی چوڑائی اور موٹائی کی بھی پیمائش کرو۔

فرض کرو کہ طول = ل، چوڑائی = ج، موٹائی = م، تو یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ مستطیلی تراش عمودی والی سلخ کے لئے مرکز کے جھکاؤ Δ اور بوجھ و اور سلخ کے ابعاد کے درمیان حسب ذیل رشتہ ہے :-

$$\frac{\Delta}{l} = \frac{W}{4Jm^2}$$

جہاں W شہتیر کے مادہ کے لئے ینگ کا مقیاس ہے رشتہ بالا کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں کہ

$$Y = \frac{4Jm^2}{\Delta l}$$

اور اس مساوات سے ینگ کے مقیاس کی قیمت دریافت کرو۔ مشاہدوں سے نتیجہ نکلنے کا ایک اور طریقہ حسب ذیل ہے :-

بوجھ W_1, W_2, W_3, \dots وغیرہ کے جواب میں سلخ کے مرکز کا جھکاؤ $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots$ نام وغیرہ حاصل کرو اور خواج قیمت $\frac{W_1}{\Delta_1}, \frac{W_2}{\Delta_2}, \frac{W_3}{\Delta_3}, \dots$ وغیرہ کی اوسط قیمت \bar{W} کی اوسط قیمت ہوگی۔ اس اوسط قیمت کو ضابطہ $Y = \frac{4Jm^2}{\bar{W} l}$ (۴) میں Δ کے بجائے داخل کر کے Y کی قیمت محسوب کرو۔

و کو ڈائینٹون میں ظاہر کرنا چاہیئے اور مساوات کی بائیں طرف دالی بقیہ مقداروں کو سمروں میں

اس قسم کے تجربہ میں مزید مشق حاصل کرنے کے لئے ذیل کے تجربے تجویز کئے جاتے ہیں :-
تجربہ ۱۰۔ کسی معین بوجھ کے تحت میں

کسی شہتیر کے مرکز کا جھکاؤ اُس کے طول کے
مکعب کے تناسب سے — اس دعوے کی
تصدیق کے لئے دھاردار کناروں کے درمیانی فصل کو بدل بدل کر طول
ل، ل، ل، ل، وغیرہ کے جواب میں مرکز کا جھکاؤ ل، ل، ل، ل، وغیرہ
دریافت کرو۔

ل، ل، ل، وغیرہ کو آپس میں مساوی ہونا چاہیئے۔ اس
تجربہ میں اس بات کا لحاظ ضرور رہے کہ بوجھ ہر مرتبہ دھاردار
کناروں کے درمیان شہتیر کے وسطی نقطہ پر عمل کرے۔

تجربہ ۱۵۔ — مستطیلی شہتیر کی 'سختی' اُس کی چوڑائی

کے تناسب اور اُس کی موٹائی (عمق)

کے مکعب کے تناسب سے۔ دھاردار کناروں کے

درمیانی فصل کو مستقل رکھ کر شہتیر پر کسی سطح بوجھ کے تحت میں

ماکی قیمت دریافت کرو۔ مگر شہتیر پہلے 'چپٹے' بازو کے سہارے قائم

رہے اور اُس کے بعد اپنے کنارے کے سہارے پہلی صورت

میں 'چپٹا بازو' چوڑائی (ج) ہے اور کنارہ اُس کی موٹائی (م)

ہے۔ اور یہ مقداریں دوسری صورت میں آپس میں بدل جاتی ہیں۔

دیکھاؤ کہ دونوں صورتوں میں مقدار ج م م مستقل قیمت رکھتی

ہے۔

برآمدہ بیرم کے لئے نیگ کا مقیاس

برآمدہ بیرم ایک ایسے بوجھل (Loaded) بیرم کو

کہتے ہیں جس کا ایک سر اُفقاً ثابت رہتا ہے۔ اور دوسرا سر

آزاد۔

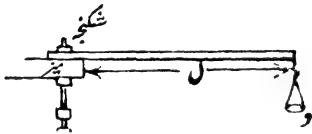
اگر برآمدہ بیرم کے آزاد سرے سے بوجھ و لٹک رہا ہو تو

اُس سرے کے جھکاؤ، ماکی قیمت مندرجہ ذیل مساوات سے

حاصل ہوتی ہے۔

$$M = \frac{m}{\rho}$$

بشرطیکہ شہتیر کی تراش اعمودی مستطیلی ہو۔
تجربہ سے۔ برآمدہ بیرم کے لئے ینگ کے
مقياس کی تعین — کسی میتری پیمانے کو میٹر پر لکھنے
کے ذریعہ اس طرح جکڑو کہ اس کا آزاد سہرامیز کے کنارے
سے ۹۰ سمر تک انفاً باہر نکلا رہے۔ پلانے کے آزاد سرے سے
مختلف بوجھ لٹکاؤ۔ اور ہر ایک



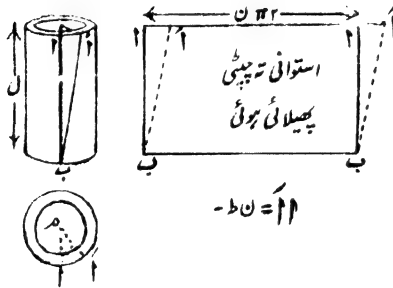
بوجھ کے جواب میں اس سرے
کے جھکاؤ کی پیمائش کرو۔
اس جھکاؤ کی پیمائش کے لئے
دو ٹیکنوں پر سہارے ہوئے
شہتیر کے لئے جو طریقے اوپر
بیان کئے گئے ہیں ان میں سے
کوئی ایک طریقہ یہاں اختیار کیا جاسکتا ہے
میٹر سے باہر نکلے ہوئے شہتیر کے حصہ کی لمبائی ناپو اور
بعد اس کے شہتیر کی چوڑائی اور موٹائی بھی دریافت کرو۔ اب
مندرجہ بالا مساوات کی مدد سے ینگ کے مقياس کی قیمت
اخذ کرو۔

۳۔ استواری کا مقياس

استوانی تار کی شکل کی شے کے لئے استواری کا مقياس۔
فصل ہذا کی ابتداء میں استواری کے مقياس کی تعریف

کی جاچکی ہے اور اُس میں ایک ایسے کُندے کی مثال لی گئی تھی جس کا نیچے والا حصہ تو ثابت تھا اور اوپر والی سطح پر یکساں پھیلی ہوئی ایک ماسی جزی قوت ق لگائی گئی تھی۔ ربڑ کے سوا کسی اور شے کی استواری کا مقیاس اس طرح دریافت کرنا ناممکن ہے کیونکہ تجربہ خانوں میں میسر آنے والی کوئی عملی قوت ق سے پیدا شدہ بگاڑ ب اس قدر کم ہوتا ہے کہ اُس کی پیمائش نہیں ہو سکتی۔

تار کا مروڑ۔ جب کبھی کسی تار کے ایک سرے پر جُفت لگایا جائے اور اُس کا دوسرا سر ثابت رکھا جائے تو تار مذکور میں ایک ایسا مروڑ پیدا ہوگا جس کا زاویہ لگائے ہوئے مروڑی جُفت کے متناسب ہے۔



شکل ۶۲۔ تار کا مروڑنا

تار ایسا تصور کیا جاسکتا ہے جو چند تیلی ہم مرکز استوانی تہوں سے بنا ہوا ہو جب کبھی تار مروڑا جاتا ہے تو ان تہوں میں سے ہر ایک تہ جزی حالت میں آجاتی ہے۔ پس جبکہ تار کا اوپر والا سر زاویہ ط تک مروڑا جاتا ہے تو ذروں کی وہ تہ جو ابتداءً ب پر واقع رہتی ہے نقطہ دار خط ب پر منتقل ہو جاتی ہے۔

(شکل ۶۲ ملاحظہ ہو)۔

اگر مذکورہ بالا اُستوائی تار کو پھیلا کر چپٹا کر دیا جائے تو تار میں مروڑ پیدا ہونے کے قبل وہ تہ ایک مستطیلی چادر کی شکل اختیار کر لے گی۔ اور مروڑ پیدا ہونے کے بعد اس کی شکل نقطہ دار شکل اب ب ا کی طرح ہو جائیگی۔ مروڑ کا زاویہ تار کے ابعاد اور مروڑ پیدا کرنے والے جفت کے درمیان جو باہمی تعلق ہے وہ ذیل کے رشتہ سے ظاہر کیا جاسکتا ہے:-

$$ج = \frac{\pi}{l} \times \frac{\pi}{n} \times ط$$

جہاں ج = مروڑ پیدا کرنے والا جفت

س = اُستواری کا مقیاس

ن = تار کا نصف قطر

ط = مروڑ کا زاویہ نیم قطریوں میں

ل = تار کا طول

عام طور پر مروڑ کے زاویہ کی پیمائش درجوں میں ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ ل طول کے تار میں مروڑ کا زاویہ θ° ہے۔

$$\text{تو } \theta^\circ \text{ نیم قطریاں} = \frac{\pi}{180} \times \theta^\circ$$

$$ج = \frac{\pi}{l} \times \frac{\pi}{n} \times \left(\frac{\pi}{180} \times \theta^\circ \right)$$

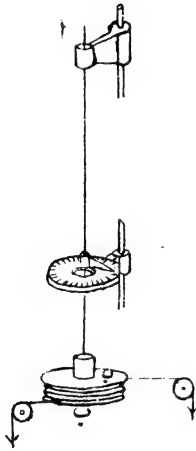
$$ج = \frac{\pi^3}{180} \times \frac{1}{l} \times \frac{1}{n} \times \theta^\circ$$

تار کو مروڑ کر اس کے اُستواری کے

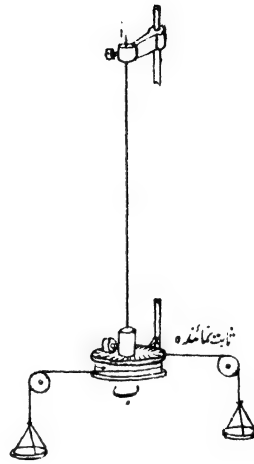
مقیاس دریافت کرنے کا آلہ۔

اس آلہ میں اشکال ۶۳ اور ۶۴ کی طرح تار انصافاً قائم کیا جاتا ہے یا شکل ۶۵ کی طرح انقباض کا ایک سہرا کسی

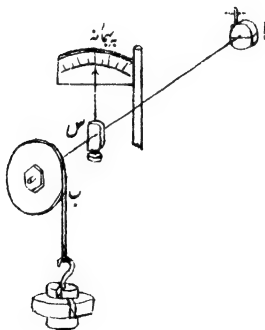
سہارنے والے ڈھانچے سے مضبوطی کے ساتھ جکڑا رہتا ہے۔ اور دوسرا



شکل نمبر (۶۳)



شکل نمبر (۶۴)



شکل نمبر (۶۵)

سہرا تار کو اپنی جگہ پر قائم رکھنے کے لئے ایک موزوں ثابت حلقہ سے گذارا جاتا ہے اور یہ سہرا حلقہ سے گذرنے کے بعد چرنی با کے وسط سے بانڈھ دیا جاتا ہے۔ چرنی سے بندھے ہوئے سرے کے قریب ایک ایسا پیمانہ لگا ہوا ہوتا ہے جس پر زاویوں کے درجوں کے نشانات بنے ہوتے ہیں اور جس پر تار سے چپاں ایک نمائندہ حرکت کر سکتا ہے۔ اور اس کے ذریعہ ثابت سرے اور نمائندہ کے درمیان کے تار میں چرنی پر لگائے ہوئے جُھت کی وجہ سے جو مروڑ فہ پیدا ہوتی ہے اُس کی پیمائش بہ آسانی ہوجاتی ہے۔ بعض اوقات درجوں کا پیمانہ چرنی پر چڑھا دیا جاتا ہے اور نمائندہ مذکور کو ثابت رکھتے ہیں (شکل ۱۵۷)۔

تار کو مروڑنے کے لئے جو جُھت لگایا جاتا ہے وہ چرنی پر پیلٹی ہوئی ڈوریوں کے سروں کے ذریعہ لٹکے ہوئے وزنون سے پیدا ہوتا ہے، جیسا کہ شکلوں سے ظاہر ہے۔ اس امر کے لئے متوازی اور متضاد سمتوں میں دوساوی توتوں کا استعمال قابلِ رَجج ہے کیونکہ اس صورت میں تار دائیں بائیں کو نہیں کھینچتا۔ اگرچہ اُس حالت میں جبکہ تار انفا کھینچا رہتا ہے صرف ایک ہی قوت استعمال کی جاتی ہے جیسا کہ شکل ۱۵۷ سے واضح ہے۔ اس بغلی (دائیں بائیں) کھینچاؤ کی وجہ سے سہارے اور تار کے درمیان رگڑ عمل میں آجاتی ہے اور اس وجہ سے تار کے آزادانہ مڑنے میں رکاوٹ پیدا ہو جاتی ہے

د قطر کی چرنی پر سے پیلٹی ہوئی ڈوری کے ذریعہ گ کمیتوں کے دواؤوں کے لٹکنے سے تار میں جو مروڑی جُھت پیدا ہوتا ہے اُس کی قیمت ذیل کے رشتہ سے معلوم ہوتی ہے:-

$$ج = ک ج د$$

(جہاں ج اسراع، لوجہ جاذبِ زمین ہے)

اگر صرف ایک ہی ڈوری استعمال کی جائے تو

$$\text{ج} = \frac{\text{ک ج د}}{\text{پہلے سے معلوم ہے کہ}}$$

$$\text{ج} = \frac{\text{۲۲ ان س ذہ}}{\text{۳۶۰}}$$

اس لئے اُس صورت کو غور کرتے ہوئے جب چرخہ پر دو ڈوریوں سے مساوی کمیتوں کے دو مادے لٹکے ہوئے ہوں

$$\text{ج} = \text{ک ج د} = \frac{\text{۲۲ ان س ذہ}}{\text{۳۶۰}}$$

$$\text{س} = \frac{\text{۲۶۰ ل ج د} - (\text{ک ج د})}{\text{۲۲ ان س ذہ}} \dots (۱)$$

اگر صرف ایک ہی ڈوری چرخہ سے لگی ہو اور ک کیت کا ایک مادہ لٹکاتا ہو تو

$$\text{ج} = \frac{\text{ک ج د}}{۲} = \frac{\text{۲۲ ان س ذہ}}{\text{۳۶۰}}$$

$$\text{یعنی س} = \frac{\text{۱۸۰ ل ج د} - (\text{ک ج د})}{\text{۲۲ ان س ذہ}} \dots (۲)$$

تجربہ ۳۳۔ تار کی استواری کے مقياس کی تعین — سب سے پہلے نائندہ س کا صفری مقام پڑھ لو یعنی نائندہ کا پیمانے پر وہ مقام جبکہ تار میں کوئی مردہ جُفت غل نہ کرے۔ ڈوریوں کے ذریعے مختلف بوجھ لٹکا لٹکا کر ان بوجھوں کے جواب میں تار کے مروڑ کے زاویے قلمبند کرو۔ بوجھ کو حسب دستور بتدیج مساوی مقداروں میں بڑھانا چاہئے۔ اگر مروڑ پیدا کرنے کے لئے دو ڈوریاں استعمال کی جائیں تو ایسی صورت میں ہر ایک ڈوری سے مساوی بوجھ

لٹکانا چاہیئے۔ جُفت کے بڑھتے اور گھٹتے وقت مروڑ کے زادیے قلمبند کرنے چاہئیں۔ جُفت کے بڑھنے اور گھٹنے کی دونوں صورتوں میں کسی جُفت کے زیرِ تحت مروڑ کے زادیہ کی قیمت ایک ہی ہونی چاہیئے اگر یہ صورت حال نہ ہو تو یہ سمجھنا چاہیئے کہ آیا تار لچک کی انتہا سے گذر چکا ہے یا اُس کے بہرے کافی طور پر جکڑے ہوئے نہیں ہیں۔ ان نتائج کو رد کر کے تجربہ کو پھر نئے سرے سے دہرانا چاہیئے۔ مگر اس مرتبہ استعمال شدہ بوجھ اس قدر کم ہو کہ بڑھتے اور گھٹتے جُفت کے سمت میں مروڑ کے زادیوں کی قیمت یکساں رہے۔ (تجربہ کی غلطی کے حدود کے اندر)۔

چرخہ ب کا قطر، تار کا نصف قطر اور فصل ۱ اس جو ثابت بہرا اور نمایندہ کے درمیان واقع ہے ناپو اور مشاہدات کو حسب ذیل جدول کی شکل میں ترتیب دو:-

ک فہ	اوسط زادیہ مروڑ فہ	زادیہ مروڑ فہ درجوں میں		(ہر) ڈوری پر بوجھ ک
		گھٹتا ک	بڑھتا ک	
<p>اوسط ک = سمر</p> <p>تار کا طول ۱ سے سس تک = ل = سمر</p> <p>تار کا نصف قطر (م تعینوں کا اوسط) = ن = سمر</p> <p>چرخہ ب کا قطر = د = سمر</p>				

اگر چاہو تو ٹلکنے والی کمیتوں میں ک اضافہ کے تحت میں ذہ درجہ کی اوسط قیمت اُس طریقہ سے دریافت کرو جیسا کہ ینگ کے مقیاس کی تعمیر کے بیان میں بتایا جا چکا ہے۔
مندرجہ بالا مساوات (۱) یا (۲) میں $\frac{1}{2}$ کی اوسط قیمت رکھ کر اس کی قیمت محسوب کرو۔
بعد ازاں ایک ایسا منحنی تیار کرو جس سے یہ معلوم ہو جائے کہ زاویہ مروڑ ذہ اور ک میں کیا تعلق ہے۔

کمائی کی تعمیر اور تعمیر شدہ کمائی کو ترازو کی طرح استعمال کرنے کا طریقہ۔

کلیڈ ھوک (یعنی تناؤ) بڑھاؤ کے تناسب ہے) کا اطلاق عام ہے۔ حتیٰ کہ اُس حالت میں بھی جب کہ جسم میں پیدا شدہ بگاڑ متذکرہ بالا صورتوں کے فساد کے مقابلہ میں اتنا آسان نہیں۔
مثال کے طور پر ایک خاص تجربہ جس میں فساد کی شکل آسان نہیں ایک ایسی مرغولہ دار کمائی کا تجربہ ہے جس کے محور پر تناؤ عمل کرتا ہے۔ اور محور کے متوازی رکھے ہوئے کسی پیمانے پر ایک نمائندہ کمائی کی درازی کا اظہار کرتا ہے۔ اور یہ درازی لگائی ہوئی قوت کے ٹھیک تناسب ہوتی ہے۔
موجودہ تجربہ کا مقصد ایک کمائی دار ترازو کی تعمیر کرنا ہے۔
یعنی یہ بات دریافت طلب ہے کہ کمائی کو کھینچ کر اُس میں لگے ہوئے نمائندہ کو مذکورہ بالا پیمانے کے کسی خاص نقطہ پر لانے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

تجربہ شدہ کمائی دار ترازو کی تعمیر۔ اس مقصد کے لئے جو آبد استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے

دھاتی یا چوبی ڈھانچے پر مشتمل ہے جس کے ایک کنارے سے مرغلہ کمانی کا ایک سرانندھا رہتا ہے۔ اور کمانی کے دوسرے سرے سے ایک ایسا نمائندہ لگا رہتا ہے جو ڈھانچہ مذکور سے جکڑے ہوئے پیانے پر آزادانہ حرکت کر سکے۔ کمانی کے نمائندہ والے سرے سے ترازو کا ایک پلڑا لٹکا یا جاتا ہے۔

ڈھانچہ کو اس طرح قائم کرو کہ کمانی اور پیانہ انتصاباً رہیں۔ اور نمایندہ پیانہ کو عین چھوٹا رہے۔ اب نمائندہ کا صفری مقام پڑھ لو یعنی پیانے پر نمایندہ کا وہ مقام جبکہ کمانی سے کوئی بوجھ نہ لگتا ہو۔ اُس کے بعد تدریج بڑھتے ہوئے بوجھ کے تحت میں نمائندہ کے مختلف مقامات کو پڑھ لو۔ اور ان نتائج کو جدول کی شکل میں مرتب کر دو۔ یہ یاد رہے کہ بوجھ لچک کی انتہا سے بڑھنے نہ پائے۔ اور اس بات کا بھی لحاظ رہے کہ نمایندہ پیانے کی جد سے باہر نہ نکل جائے کیونکہ عموماً پیانے کا طول اتنا رکھا جاتا ہے جو زیادہ سے زیادہ جائز (یعنی لچک کی انتہا تک) حرکت کی تعبیر کر سکے۔

بوجھ کو نقطے مان کر اور پیانے کی درجہ خوانیوں کو معین قرار دے کر مشاہدوں کے نتیجوں کی مربع دار کاغذ پر ترسیم کرو۔ اس بات کا خیال رہے کہ ترسیم بنتے بڑے پیانے پر کھینچی جائیگی اتنی ہی وہ بہتر ہوگی۔

اگر فساد بوجھ کے ٹھیک مناسب ہو تو ترسیبی نقطے ایک ہی خط مستقیم پر واقع ہونے چاہئیں۔

ایک ایسا خط مستقیم کھینچو جو مشہودہ نقطوں سے ہو کر گزرے۔ اب یہ ترسیم کسی غیر معلوم بوجھ کو دریافت کرنے کے لئے استعمال کی جاسکتی ہے۔ کمانی اسے لگے ہوئے غیر معلوم بوجھ کی وجہ سے جو کھینچاؤ واقع ہوتا ہے اُس کو دریافت کر دو اور ترسیم میں اس کھینچاؤ کا جوابی بوجھ پڑھ لو۔

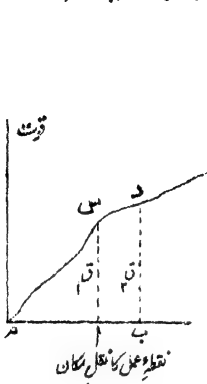
۴۔ ایسے جسم کی توانائی جس میں فساد پیدا ہو گیا ہو۔

جب کسی قوت سے جسم کی شکل بگڑ جاتی ہے تو بگاڑ پیدا کرنے والی قوت کسی خاص فصل تک عمل کر چکی ہے۔ اور اس لئے اس قوت نے جسم پر ایک خاص مقدار کا کام کیا ہے اور یہ کام بشکل فساد کی توانائی جسم میں جمع ہو جاتا ہے۔ س۔ گ۔ لٹ کے نظام میں کام کی اکائی ارگ ہے یعنی جب ایک ڈائین کی قوت کا نقطہ عمل ایک سمر فاصلہ طے کرے تو اس سے جو کام ہوتا ہے اس کو ۱ سارگ کہتے ہیں۔

جب کبھی کسی ایسی قوت قی ڈائین کے زیر عمل جو بہ آہستگی لگائی گئی ہو تار کے طول میں ل سمر کا کھنچاؤ پیدا ہو جائے تو ہم کو بظاہر یہ معلوم ہوگا کہ قوت قی نے پورے فصل ل تک عمل کیا ہے اور یہ بھی خیال ہوگا کہ فساد کی کیفیت کی وجہ سے کام کو بمقدار قی ل ارگ جسم میں جمع ہو جانا چاہیے۔ مگر حقیقت حال یہ ہے کہ پوری قوت قی اس وقت تک عمل میں نہیں آتی جب تک کہ طول میں پوری دراڑی ل واقع نہ ہو جائے۔ قوت کو آہستگی سے لگانے کا مفہوم یہ ہے کہ سب سے پہلے قوت کا بڑا حصہ مشاہدہ خود سنبھال لیتا ہے اور لگائی ہوئی قوت کی صرف ایک چھوٹی گسہ تار پر عمل کرتی ہے۔ جیسے جیسے تار کھینچتا جاتا ہے مشاہدہ کو آہستی ہی کم قوت سنبھالنی پڑتی ہے اور قوت کا وہ حصہ جسے تار خود سنبھالنا ہے برابر بڑھتا جاتا ہے یہاں تک کہ جب تار میں پورا کھنچاؤ پیدا ہو جاتا ہے تو اس پر ساری قوت قی عمل کرنے لگتی ہے۔

جس وقت قوت قی عمل کر رہی تھی تو بلاشبہ اس قوت نے قی ل ارگ کے مساوی کام کیا تھا۔ مگر اس کام کے حصہ کو تو مشاہدہ نے قوت کو بہ آہستگی عمل میں لانے کی وجہ سے صرف کیا اور پورے کام

قیل کا حصہ ایک حصہ تار میں داخل ہوا۔ دراصل دونوں میں سے ہر ایک نے توانائی قیل کا نصف حصہ جذب کر لیا ہے۔



شکل ۶۶

ایک ایسی متغیر قوت ق کے کام پر غور کرو جس کی مقدار اُس کے نقطہ عمل کے نقل مکان کے ساتھ ساتھ بدلتی جاتی ہے جیسا کہ شکل ۶۶ میں دکھایا گیا ہے شکل ۶۷ میں ایک غیر منتظم منحنی (جس سے قوت کی کسی خاص کیفیت کا ظہار نہیں ہوتا) اس وجہ سے کھینچا گیا ہے کہ اُس کے ملاحظہ سے حاصل شدہ نتائج عام طور پر صحیح سمجھے جائیں۔

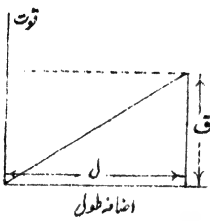
جب نقطہ عمل ۱ پر رہتا ہے تو قوت کی مقدار ق ہے جس کی تعمیر ۱س سے ہوتی ہے۔ نقطہ عمل کو ب تک لانے میں قوت کی مقدار بڑھ کر ایک ایسی قیمت ق_۲ اختیار کر لیتی ہے جس کی تعمیر ب د سے ہوتی ہے۔ اٹائے نقل مکان میں قوت کی اوسط قیمت

$$ق = \frac{ق + ق_2}{2}$$

یہ ظاہر ہے کہ اس نقل مکان کی وجہ سے جو کام ہوتا ہے اُس کی قیمت ق_۲ x ب کے برابر ہے اور اس کی تعمیر ایک ایسے رقبہ ۱ ب س د سے ہوتی ہے جو منحنی کے نیچے در زیر بحث معینوں کے درمیان واقع ہے۔

اسی طرح کسی دوسرے نقل مکان کی وجہ سے جو کام ہوگا اُس کی بھی تعمیر منحنی کے نیچے کے ایک متشابہ رقبہ سے ہو سکتی ہے۔

پس کسی نقل مکان کے لحاظ سے کل کام کی تعبیر اس رقبہ سے ہوگی جو منحنی کے نیچے مبدا سے لے کر نقطہ زیر غور پر کے معین تک واقع ہو۔ مندرجہ بالا قاعدہ، قوت اور نقل مکان کی کسی باہمی ترسیم کے لئے درست ہے خواہ قوت کسی طرح بدلتی ہو۔



شکل ۶۔ کسی تار میں مساوی توانائی

فسادوں کی بحث میں بڑھاؤ پیدا کرنے والی قوت، پیدا شدہ بڑھاؤ کے تناسب رہتی ہے اس لئے قوت اور نقل مکان کی باہمی ترسیم خط مستقیم سے ہوگی۔ اور اس صورت میں منحنی کے نیچے مبدا اور کسی خاص نقل مکان کے جوابی امین کے درمیان والا رقبہ مثلثی ہوگا۔ اور یہ رقبہ $\frac{1}{2} QL$ کے مساوی ہے (شکل ۶)۔

لہذا جب ایک قوت Q تار میں L سمر کا بڑھاؤ پیدا

کرتی ہے تو اس تار کی مساوی توانائی $\frac{1}{2} QL$ کے مساوی ہے۔ اگر مساوی توانائی کی تعبیر سے کی جائے تو

$$ت = \frac{1}{2} QL = \frac{1}{2} \times \text{کھینچنے والی قوت} \times \text{اضافہ طول}$$

محمولی سیدھے تار کے لئے کسی سارے تجربے سے یہ ثابت کرنا کہ $ت = \frac{1}{2} QL$ ناممکن ہے مگر مرغولہ دار کمائی کے ذریعہ اس دعوے کی صحت کی تشریح بہ آسانی ہو سکتی ہے۔

مرغولہ دار کمائی میں جمع شدہ توانائی، کمائی کی قوت اور

اُس کے اضافہ عمودی طول کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔

قوت کا یہ آہستگی لگانا۔ کمانیت کے ایک مادے کو تار کی کمانی پر اس طرح لٹکنے دو کہ اُس کا وزن تار پر بتدریج عمل میں آئے۔ اور فرض کرو کہ اس وزن کی وجہ سے کمانی میں L کا بڑھاؤ پیدا ہو گیا۔ اب کمانی کی عمل کردہ قوت Q ہے اور چونکہ کمانی کے سرے پر لٹکی ہوئی کمانیت K بے حرکت رہتی ہے اس لئے $Q = K \cdot \Delta L$ (جہاں ΔL بوجہ جانڈر زمین ہے)۔

اب ہم یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ کمانی میں جمع شدہ فساد توانائی کی مقدار $Q \cdot \Delta L = \frac{1}{2} Q \cdot L$

قوت کا دفعہ لگانا۔ فرض کرو کہ ہم ایک کمانیت K کو کمانی کے آزاد سرے سے باندھ کر ایک سہارے پر اس طرح قائم رکھیں کہ کمانی میں ذرا سا بھی فساد نہ ہونے پائے۔ اب اگر سہارے کو ایک بیک ہٹایا جائے تو کمانیت K کا کل وزن کمانی پر عمل کرنے لگے گا۔ جیسے جیسے کمانی بڑھتی ہے گرنے والی کمانیت کی توانائی بالقدوہ کچھ تو کمانیت ہڈا کی توانائی بالفعل سے بدل جاتی ہے اور کچھ کمانی میں بطور فساد توانائی جمع ہو جاتی ہے۔ کچھ فصل طے کرنے کے بعد گرنے والی کمانیت کی حرکت سست پڑ جاتی ہے اور آخر کار فصل L تک گرنے کے بعد وہ لمحہ لچھرا کے لئے سکون میں آ جاتی ہے۔

اب چونکہ اس میں کوئی توانائی بالفعل باقی نہیں رہی اس لئے مادے کے پہلے بار ساکن ہونے کے وقت اُس کے گرنے کی وجہ سے توانائی بالقدوہ میں جو نقصان ہوتا ہے وہ کمانی میں بشکل فساد توانائی جمع ہو جاتا ہے۔

ماوہ کم کے گرنے کی وجہ سے توانائی بالقوہ کا نقصان
کے ج کے مساوی ہے اور اس لئے ہمیں معلوم ہے کہ جب
کمانی ل فصل تک پہنچ جائے تو اس میں جمع شدہ فساد توانائی
کے ج کے برابر ہوگی۔

اگر کم کو ہم اس طرح ٹھیک کریں کہ اس کے دفعہ گرانے
میں کمانی کا دیدادہ سے زیادہ بڑھاؤ اتنا ہی ہو جتنا کہ کم کو آہستگی سے
گرانے میں تو ہم اس طریقہ سے مساوات $Q = \frac{1}{2} Q_L$ کی تصدیق
ب آسانی کر سکتے ہیں۔ جب دونوں صورتوں میں کمانی کے بڑھاؤ ایک
ہی ہوں تو $L = L$ اور کمانی کی توانائی $T = \frac{1}{2} Q_L$ کم ج ل اور
کمانی کا تناؤ $Q = \frac{1}{2} Q_L$ ۔ اگر تجربہ سے یہ حاصل ہو جائے کہ
کم $\frac{1}{2} Q_L$ تو تجربہ اس امر کی تصدیق ہو جائیگی کہ اگر قوت ق سے
جسم کے طول میں ل کا بڑھاؤ پیدا ہو جائے تو بگڑے ہوئے جسم میں
 $\frac{1}{2} Q_L$ کے برابر فساد توانائی جمع ہو جاتی ہے۔

تجربہ سہ - مرغولہ دار کمانی کی توانائی کی تعیین -
مرغولہ دار کمانی سے ترازو کا پڑا جدا کرو۔ (اگر پڑا نہ جدا کیا جائے تو اس
کی کمیت دونوں کمیتوں کم اور کم میں شریک کر لینی چاہیے)۔ اتنا
کافی بوجھ کمانی سے آہستگی لٹکاؤ جو کمانی کو پیمانے کے تقریباً آخری درجہ
تک بڑھا دے۔ اس مستقل بڑھاؤ اور استعمال شدہ بوجھ کم کی قیمتیں
تلقیند کرو۔

اب غیر فساد حالت کی کمانی سے بندھے ہوئے ایک دوسرے
بوجھ کم کو اس طرح ٹھیک کرو کہ جب وہ دفعہ گرایا جائے تو کمانی کا
اب سے پہلا بڑھاؤ اتنا ہی ہو جتنا کہ پہلے تجربہ میں بوجھ کم کی وجہ
سے پیدا ہوا تھا۔

مختلف بڑھاؤ حاصل کرنے کے لئے تجربہ کو دہراؤ۔ مشاہدات کو
مندرجہ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو۔

ک ک	بڑھاؤ پیدا کرنے والا پوچھ		بڑھاؤ ل سر
	(۱) اسہنگی سے لگایا ہوا ک گرام وزن	(۲) دھنک لگایا ہوا ک گرام وزن	
۰.۵۴۸۶	۵۲	۱۰۷	۱۰۵۳
۰.۵۵۱۷	۴۵	۸۷	۸۵۴
۰.۵۴۹۳	۴۳	۶۷	۶۵۸
۰.۵۵۲۲	۲۵	۴۷	۴۵۵
۰.۵۵۵۵	۱۵	۲۷	۲۵۶

یہ معلوم ہو گا کہ $\frac{1}{k}$ تقریباً ۵.۵ کے برابر ہے۔ اور یہ بھی معلوم ہو گا کہ بتنا چھوٹا بوجھ یا بڑھاؤ استعمال کیا جائے اتنی ہی نتیجے میں صحت کم حاصل ہوگی چونکہ مشاہدات لینے میں جو غلطی واقع ہوتی ہے وہ قریب قریب سب تجربوں میں یکساں ہے اس لئے اگر مشہودہ کمیتوں کی مقداریں کم ہوں تو غلطی کی قیمت نسبتاً چھوٹی مقداروں میں زیادہ ہوگی۔

پس چونکہ $\frac{1}{k}$ کی قیمت ۵.۵ کے برابر پائی گئی ہے اس لئے (تجربہ کی غلطی کی حدود کے اندر) تجربہ سے اس دعوے کی تصدیق ہو گئی کہ $\frac{1}{k} = 5.5$ ۔



فصل مشتم

علم حرکت

۱۔ کلیات حرکت

اب تک ہم نے زیادہ تر یا تو ساکن مادوں پر بحث کی ہے یا حرکت واقع ہونے کی صورت میں ہم نے حرکت کے صرف نتیجوں پر غور کیا ہے نہ کہ نفس حرکت پر۔ علم حرکت کی بحث میں ہماری غرض خود حرکت سے اور حرکت پیدا کرنے والی قوتوں سے اور متحرک مادوں سے رہی۔

نیوٹن کے اول کلیہ حرکت میں خود قوت کی تعریف ان لفظوں میں ہے کہ قوت وہ ہے جو مادی جسم کے حالت سکون یا ہموار حرکت کی حالت کے بدلنے کا تقاضا رکھتی ہے۔

قریب قریب تمام علم حرکت کی بحث یا تو کم و بیش براہ راست نیوٹن کے دوسرے کلیہ حرکت کی تشریح ہے یا کلیہ مذکورہ میں جن کمیتوں کا ذکر کیا جاتا ہے ان میں سے کسی نہ کسی ایک کمیت یا کمیتوں کی تحقیقات ہے۔

نیوٹن کا دوسرا کلیہ حرکت

کسی قوت کے زیر عمل جسم کی مقدار حرکت کی تبدیلی،

قوت کی مقدار اور وقتِ عمل کے تناسب ہے۔ اور یہ تبدیلی اُسی سمت میں واقع ہوتی ہے جس میں قوت عمل کرتی ہے۔

مقدارِ حرکت یا حرکت کا معیار اثر۔ آج کل جسم

کی مقدارِ حرکت کو جسم کی "حرکت کا معیار اثر" کہتے ہیں اور اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ جسم کے مادے کی کمیت اور اُس کی رفتار کے حاصل ضرب کے مساوی ہے۔

جسم کی حرکت کے معیار اثر میں سمت اور مقدار دونوں ہوتی ہیں۔ اس بناء پر معیار اثر سمتی کمیت ہے۔

دوسرا کلیہ اس طرح بھی بیان کیا جاسکتا ہے کہ حرکت کے معیار اثر کی شرحِ تغیر قوت کے متناسب ہے۔

ہم قوت کی اکائی کی تعریف یوں کرتے ہیں کہ اکائی قوت حرکت کے معیار اثر میں اکائی شرحِ تغیر پیدا کرتی ہے۔ یا

قوت = حرکت کے معیار اثر کی شرحِ تغیر

اب اگر کوئی قوت کسی مستقل کمیتِ مادہ کے جسم پر عمل کرے تو اُس کی حرکت کے معیار اثر میں جو تبدیلی واقع ہوگی وہ اُس کی رفتار کے تغیر کا بالکل نتیجہ ہوگی۔ پس

قوت = کمیتِ مادہ \times رفتار کی شرحِ تغیر

= کمیتِ مادہ \times اسراع

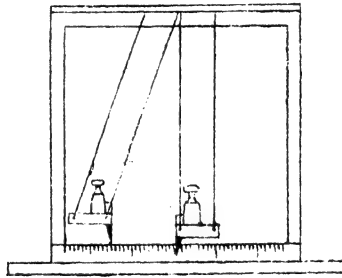
حرکت کے معیار اثر کی بقا کا اصول

اگر دو اجسام ۱ اور ۲ ایک دوسرے کے عمل کے تحت میں اس طرح آجائیں کہ ۱ کے عمل سے ۲ کی حرکت میں یا ۲ کے

کر لیں۔ اور فرض کرو کہ تصادم کے بعد ان کی رفتاریں بالترتیب v_1 اور v_2 ہو گئی ہوں تو بقائے معیار اثر کے اصول سے
مجموعی معیار اثر قبل تصادم = مجموعی معیار اثر بعد تصادم یعنی
 $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$
یہاں رفتار کی ایک سمت مثبت مان لی گئی ہے اور دوسری سمت منفی۔

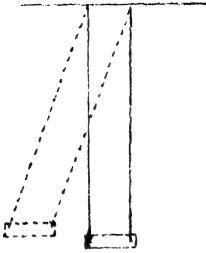
اندفاعی ترازو

وہ آلہ جس سے معیار اثر کی بقا کے اصول کی عملی تشریح بہ آسانی ہوتی ہے اندفاعی ترازو کے نام سے مشہور ہے (شکل ۶۷)۔
اس آلے میں بالعموم لکڑی کے دو پلڑے ہوتے ہیں اور یہ پلڑے ڈوریوں کے ایک نظام سے اس طرح لٹکائے جاتے ہیں



شکل ۶۷۔ ہیک (Hiek) کا اندفاعی ترازو

کہ وہ (پلڑے) بڑے نصف قطر کے قوس پر حرکت کر سکیں۔ لٹکانے والی ڈوریاں اس طرح مرتب کی جاتی ہیں کہ جھوٹنے کے وقت پلڑوں میں کسی قسم کی گردش حرکت واقع نہ ہو۔ اور پلڑوں کی اوپر کی سطحیں اپنے ہر سلسل پر انفرارہیں (شکل ۶۸)۔



اس آسے کی بہت سی شکلیں ہو سکتی ہیں مگر ایک خاص شکل میں اس کے پلڑوں میں نمائندے لگے ہوئے ہوتے ہیں۔ اور ایسا انتظام رہتا ہے کہ یہ نمائندے ایک ثابت پیمانہ پر جو آلہ کے قاعدے سے افقاً چسپاں رہتے ہیں آزادانہ حرکت کر سکیں۔

نکل ۶۹ - پلڑے کی حرکت

پتھر بھروسہ ۵۶ - اندفاعی ترازو — مندرجہ بالا دونوں پلڑوں پر معلوم کمیتوں کے مادے رکھ کر متحرک مادوں کی مجموعی کمیت مختلف طرح سے بدلی جاسکتی ہے۔ ہر تجربے میں مادے پلڑوں پر اس طرح رکھے جائیں کہ وہ پلڑوں کے سامنے ابھرے ہوئے کناروں سے مس کرتے رہیں۔ اگر ایسا نہ کیا جائے تو تصادم کے وقت مادے اپنے مقام سے سرک جائیں گے اور اس کی وجہ سے تجربے کی صحت کم ہو جائیگی۔ یہ یاد رہے کہ مادے کے متحرک نظام کی کمیتیں کم اور کم محسوب کرتے وقت پلڑوں کی ذاتی کمیتیں بھی شریک حساب رہیں۔ اگر ایک پلڑا کسی معلوم فاصلے تک ہٹا کر چھوڑ دیا جائے تو وہ اپنے تعادل کے مقام پر ایک ایسی رفتار سے واپس آجائے گا جو اس کے ابتدائی افقی نقل مکان کے متناسب ہوگی۔ اس دعوے کا ثبوت آئندہ دیا جائیگا۔

جب پہلا پلڑا دوسرے پلڑے (جو ابتداء ساکن ہے) سے ٹکرائیگا تو دونوں پلڑوں کی رفتاریں بدل جائیں گی۔ اب اس کی ضرورت ہے کہ تصادم کے بعد پلڑوں کے

افقی نقل مکان کے مشاہدے سے اُن میں سے ہر ایک کی رفتار دریافت کی جائے۔ اگر اکائیوں کا کوئی مناسب نظام لیا جائے تو افقی نقل مکان، حقیقی رفتاروں کے مساوی تصور کئے جاسکتے ہیں۔ چونکہ دونوں نمائندوں کا بیک وقت مشاہدہ کرنا ناممکن ہے اس لئے اس کی ضرورت ہے کہ ہر ایک نمائندے کے لئے تجربہ الگ الگ کیا جائے۔ اس کی صورت یوں ہو سکتی ہے کہ دونوں نمائندوں میں سے ایک کے زیادہ سے زیادہ افقی نقل مکان (تصادم کے بعد) کا مشاہدہ کیا جائے۔ اُس کے بعد دوسرے نمائندے کا بھی زیادہ سے زیادہ نقل مکان (تصادم کے بعد) دریافت کیا جائے۔ مگر دونوں صورتوں میں ابتدائی نقل مکان اور کمیتیں مستقل ہونی چاہئیں۔

ابتدائی نقل مکان اور متحرک کمیتوں کو بدل بدل کر تجربے کو چند بار دہراؤ۔
نتائج حسب مندرجہ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو۔

قبل تصادم		بعد تصادم		غلطی فی صد	
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲
۱	۲	۱	۲	۱	۲

چونکہ مادہ کم ابتدا میں ساکن تھا اس لئے یہ صفر ہے۔ لہذا تیسرا نمائندہ یہ مجموعی ابتدائی معیار اثر کی تعبیر کرتا ہے۔ اور دسواں خاص

ک_۱ + ک_۲ پر تصادم کے بعد مجموعی معیار اثر کی۔
ان دونوں خانوں کے فرق کو ان میں سے کسی ایک کے
رقوم میں فی صد ظاہر کرو۔ اور اس فی صد قیمت کو آخری خانے میں ہر
تجربے کے سامنے بطور غلطی درج کرو۔

اگر کوئی آلہ ایسا ہو جس میں جھٹی یا نوکدار کیل لگی ہوئی ہو جس کے ذریعہ
سے دونوں پلڑے تصادم کے بعد آپس میں گٹھ جائیں تو اس کی وجہ سے دونوں
پلڑے ایک مشترک رفتار (v = v) کے ساتھ حرکت کرینگے۔ اس شکل کے آئے میں
نمائندے کی ضرورت باقی نہیں رہتی یہاں پلڑوں کی حرکت ایک ایسے راکب کے ذریعے
سے ظاہر کی جاسکتی ہے جو ٹکڑی کے ایک ڈنڈے پر متحرک ہو سکے۔ اور راکب مذکور
کی حرکت سے تصادم کے بعد دونوں کیتوں کے زیادہ سے زیادہ نقل مکان
کا اظہار ہو سکتا ہے۔

یہاں نہ صرف مشاہدات کی جدول کی ترتیب میں کسی قدر آسانی ہو جاتی
ہے بلکہ مشاہدات کے کرنے اور تجربے کے عام عمل میں بھی بڑی سہولت حاصل
ہوتی ہے۔

اس صورت میں جدول کی شکل حسب ذیل ہوگی۔۔

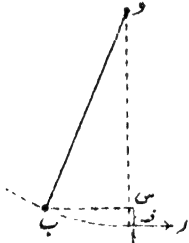
قبل تصادم			بعد تصادم			غلطی فی صدی
کیت	رفتار	مجموعی معیار اثر	مجموعی کیت	مشترک رفتار	مجموعی معیار اثر	
ک _۱	v _۱	ک _۱ + ک _۲	v	v	ک _۱ + ک _۲	

یہاں آخری خانے سے تیسرے اور چھٹے خانوں کے فرق کا اظہار ان میں سے

کسی ایک کے رقوم میں فی صد حساب کے لحاظ سے ہوتا ہے۔

ثبوت کہ حالت تعادل میں رفتار اُفتی نقل مکان کے

متناسب ہے۔ فرض کرو کہ مادہ ک اپنے تعادل کے مقام ۲ سے قوس ۱ ب پر ہوتا ہوا نقطہ ب تک ہٹا لیا گیا ہے۔ یہاں نقطہ تخلیق و اُسے (شکل مٹ)۔ اور قوس کا نصف قطر و ب = ن۔ مقام ب سے ۱ تک کیت ہٹا کے واپس ہونے میں اُس کی توانائی بالقرۃ کا نقصان بمقدار ک ج ف ہوگا۔



نقطہ ۲ پر یہ کیت ایک ایسی رفتار رکھتی ہے جس کی سمت شکل سے واضح ہے۔ اور ۲ پر اُس کو جو کچھ توانائی بالفعل حاصل ہے وہ اُس کے ب سے ۱ تک آنے میں جو توانائی بالقرۃ کا نقصان ہوا ہے جس کا نتیجہ ہے۔

یعنی $\frac{1}{2} k x^2 = k J F$ یا تناسب ہے ف کے شکل مٹ۔ اندفاعی ترازو کی رفتار

ہیں معلوم ہے کہ $W_B = W_S + B_S$
 یعنی $W = (S - F) + B_S$
 اس لئے $W = F + B_S$

یہ ظاہر ہے کہ ب س، ف کے مقابلے میں بڑا ہے۔ اس لئے کافی قریب درجے کی صحت کے ساتھ B_S کے مقابلے میں ف نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ (ف کی قیمت ب س کی قیمت کے مقابلے میں شاذ و نادر ان فی صد تک پہنچتی ہے)۔

اس لئے قریب ترین درجہ صحت کے ساتھ ہم کہہ سکتے ہیں کہ $B_S = 2 S F$ یعنی B_S ، ف کے متناسب ہے۔

جب س، مادہ ک کا ابتدائی اُفق نقل مکان ہے۔
چونکہ ب س اور ر دونوں گ کے مناسب ہیں اس لئے ب س، ر کے
متناسب ضرور ہوگا۔ یعنی جسم کی رفتار تقادل کے مقام پر سے گزرتے وقت ابتدائی
اُفق نقل مکان کے مناسب ہے۔

بالعکس یہ بھی دکھایا جاسکتا ہے کہ وہ اُفق نقل جہاں تک جسم مقام تقادل
سے گذر کر پہنچتا ہے اُس رفتار کے مناسب ہے جو جسم مذکور کو مقام تقادل پر چل
ہے۔ یعنی تقادم کے بعد رفتاریں اُن زیادہ سے زیادہ اُفق نقل مکان کے
متناسب ہیں جہاں تک اجسام ٹکرانے کے بعد پہنچتے ہیں۔

اس امر کی اہمیت کہ تقادم کے وقت پلڑوں میں کسی قسم کی محوری حرکت
نہ ہونے پائے ثبوت مندرجہ بالا سے صاف ظاہر ہو گئی ہوگی۔ اگر محوری حرکت موجود
رہے تو ب پر کی توانائی باقیہ ۲ پر کی خطی توانائی بالفعل کی صورت میں کلیئہ نمودار
نہ ہوگی۔ بلکہ اُس کا کچھ حصہ بطور محوری توانائی بالفعل موجود رہے گا۔ لہذا یہ دعویٰ کہ

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

صحیح نہ ہوگا۔ اور مندرجہ بالا ثبوت باطل ہو جائیگا۔

محوری حرکت کے رد کرنے کا طریقہ شکل ۶۹ کے ملاحظہ سے صاف ظاہر
ہو جائیگا۔

۲۔ دوسرے کلیئہ حرکت کی عملی تصدیق کے طریقے

اگر کوئی جسم مستقل اسراع ع کے ساتھ حرکت کرے تو وہ
فصل جس کو جسم مذکور اُقت و میں طے کرے گا ذیل کی مساوات سے حل ہوتا ہے۔

$$f = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

جہاں ب جسم کی ابتدائی رفتار ہے۔

اگر جسم ابتداء ساکن ہے تو ب = ۰۔ اور مساوات مندرجہ بالا
ذیل کی صورت اختیار کرے گی۔

$$f = \frac{1}{2}mv^2$$

کسی وقت کے ختم پر سہ فضا سر کی قیمت مساوات۔

$$r = r + c + w$$

سے حاصل ہوتی ہے۔ اور ایسی مساوات کی شکل
 $r = c + w$ ہو جائیگی اگر ابتدائی رفتار صفر ہو۔

یہ مساواتیں مطلق ہیں۔ اور مختلف مقادیر مستقلہ کی تعریفوں
 سے اخذ کی گئی ہیں۔ اور نیز ان کی تصدیق عملاً نہیں کی جاسکتی۔
 بااں ہم یہ مساواتیں اس امر کے دریافت کرنے میں استعمال کی جاسکتی ہیں کہ
 آیا جسم ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کر رہا ہے یا نہیں۔ پس اگر فاصلہ r
 جس کو جسم سکون کے بعد وقت t میں طے کرے، غلطی

$$\frac{r}{t} = m \text{ (مستقل)}$$

کی پابندی کرے تو جسم مذکور ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کریگا۔ اور اس اسراع
 کی قیمت مستقل m کی قیمت سے دو چندان ہوگی۔ کیونکہ
 $\frac{r}{t} = c$

وزن اور کمیت مادہ

ان مساواتوں کے استعمال کی مثال میں وہ جسم پیش کیا
 جاسکتا ہے جو اپنے وزن کے زیر عمل آزادانہ گر رہا ہے۔ اگر کوئی جسم
 بالکل آزادانہ زمین کی طرف گرنے دیا جائے تو جسم مذکور اپنی ابتدائی
 حرکت سے وقت t میں ایک ایسا فاصلہ r طے کریگا جو g کے
 تناسب ہوگا۔ پس پہلے ثانیہ میں وہ تقریباً پانچ میٹر نیچے اترے گا۔ مگر پہلے
 دو ثانیوں میں نہیں میٹر۔ لہذا اگر کوئی جسم اپنے وزن کی وجہ سے سکون کے
 بعد آزادانہ گرے تو $\frac{r}{t^2}$ کی قیمت تقریباً g (پانچ) کے مساوی ہے۔ یعنی
 کل جسموں کے لئے اسراع بوجہ جاذبہ زمین ایک ہی ہے۔ اور اس کی
 قیمت تقریباً 9.8 میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے (اس اسراع کی صحیح قیمت جزائر
 برطانیہ میں 9.81 میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ اور حیدرآباد دکن میں 9.82 میٹر فی

اب ہم دوسرے کلیہ حرکت کی مدد سے س۔ گ۔ ث۔ نظام میں قوت کی اکائی کی تعریف حسب ذیل مساوات سے اخذ کرتے ہیں :-
قوت (ڈائینوں میں) = کمیت مادہ (گراموں میں) \times پیدا شدہ اسراع (سمرفی ثانیہ فی ثانیہ میں)

س۔ گ۔ ث۔ نظام کی مقداروں سے بحث کرتے وقت اگر ہم اسراع بوجہ جاذبہ زمین کی تعبیر حرف ج (سمرفی ثانیہ فی ثانیہ میں) سے کریں تو

آزادانہ گرتے ہوئے جسم پر $\left\{ \begin{array}{l} \text{قوت عاملہ (ڈائینوں میں)} \\ \text{= کمیت مادہ (گراموں میں) } \times \text{ ج} \end{array} \right.$ چونکہ گرتے ہوئے جسم پر عمل کرنے والی قوت اُس کا خود وزن ہے اس لئے

جسم کا وزن ڈائینوں میں = { جسم کے مادہ کی کمیت گراموں میں } \times (اسراع بوجہ جاذبہ زمین سمرفی ثانیہ فی ثانیہ میں) اگر و ڈائین اُس جسم کے وزن کو تعبیر کرے جس کے مادے کی کمیت ک گرام ہو تو

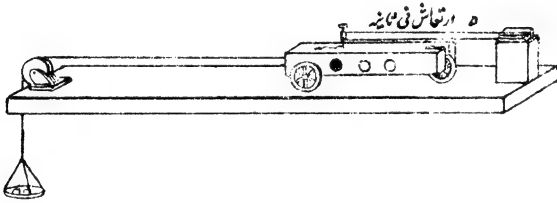
$$W = kg$$

(ج = ۹۸۰/۳ سمرفی ثانیہ فی ثانیہ حیدرآباد دکن میں)

ہموار قوتوں کے حاصل کرنے کا سب سے آسان طریقہ یہ ہے کہ معلوم کمیتوں کے مادے ہلکی ڈوریوں سے لٹکائے جائیں۔ اور یہ ڈوریاں چرخوں پر سے اس طرح گزاری جائیں کہ قوتوں کو جس سمت میں چاہیں عمل میں لاسکیں۔ اگر لٹکنے والے جسم کی کمیت مادہ کی پائش گراموں میں کی جائے اور اسراع بوجہ جاذبہ زمین ج سمرفی ثانیہ فی ثانیہ میں تو ڈوری پر عمل کرنے والی قوت جو مقدار بت کر دے بالا کے حاصل ضرب کے برابر ہے ڈائینوں میں حاصل ہوگی۔

۳۔ دوسرے کلیئہ حرکت کے تشریحی تجربے فلچر کا ٹرالی دار آلہ

اس آلے میں (شکل ۷۷) بہت ہی ہلکے پہیوں پر ایک ٹرالی اس طرح چڑھی ہوتی ہے کہ وہ ایک افقی میز پر قریب قریب بے رگڑ حرکت کر سکے۔ اس ٹرالی سے ایک ایسی ڈوری بندھی ہوئی ہوتی ہے جو میز کے کنارے پر چڑھی ہوئی چوخی پر سے گذرتی ہے اور اس ڈوری کے آزاد



شکل ۷۷ - فلچر کا ٹرالی دار آلہ

سرے سے ایک چھوٹی کیت کا مادہ لٹکا یا جاتا ہے۔ ڈوری سے مختلف کیتوں کے مادے لٹکا کر ٹرالی پر متفرق قوتیں لگائی جاسکتی ہیں۔ اور ان قوتوں کے زیرِ عمل جو ٹرالی میں حرکت پیدا ہوگی اُس کے متعلق معلومات حاصل ہو سکتی ہیں۔ ٹرالی کے بازو کے سوراخوں میں معلوم کیتوں کے مادے رکھ رکھ کر میز پر حرکت کرنے والے مادے کی بھی کیت بدلی جاسکتی ہے۔ سٹے کیا ہوا فاعلہ اور مدت حرکت کے خود بخود قلم بند ہو جانے کا طریقہ جو اختیار کیا جاتا ہے وہ دیکھی سے خالی نہیں۔ اس غرض کے لئے

ایک بڑی کمائی ایک مضبوط شکنجے میں جکڑی جاتی ہے۔ اور اس کمائی کے آزاد سرے پر ایک ہلکا برش لگا دیا جاتا ہے۔ ٹرالی کے اوپر کاغذ کا ایک ٹکڑا اس طرح چسپاں کر دیا جاتا ہے کہ اس کو برش ہلکے ہلکے چھوتا رہے۔ جب ٹرالی کو حرکت دی جاتی ہے تو اس کے ساتھ ساتھ کمائی بھی ارتعاش شروع کر دیتی ہے اور اس طریقہ سے کاغذ پر برش کی وجہ سے موجی نشانات پڑ جاتے ہیں۔ بشرطیکہ برش میں پہلے سے سیاہی لگی ہو۔ چونکہ کمائی کی مدت دوران (یعنی ایک مکمل ارتعاش کا وقت) مستقل ہے اس لئے کاغذ کے اوپر کے موجی نشانات کے کسی دو متین نقطوں کے درمیان مکمل ارتعاشوں کی تعداد سے اس وقت کی قیمت مل جائیگی جو مذکورہ بالا دو نقطوں کے درمیان فاصلہ طے کرنے کے لئے درکار ہے۔ مختلف تعدادوں کے مکمل ارتعاشوں کے وقت کے اندر ابتدائے حرکت سے طے شدہ فاصلوں کو مد نظر رکھ کر موجی نشان سے یہ دریافت کرنا ممکن ہے کہ آیا رشتہ $\frac{v}{\lambda}$ مستقل ہے یا نہیں۔

اس تجربے میں جو مادہ حرکت کرتا ہے وہ مندرجہ ذیل مادوں

کا مجموعہ ہے :-

(۱) ٹرالی کا کیفیت مادہ۔

(۲) ڈوری کا کیفیت مادہ۔

(۳) شکنجے والا کیفیت مادہ

(۴) ایک وہ خفیف مادہ جو چرخ کی حرکت کی وجہ سے متحرک تصور کیا

جاسکتا ہے۔

(۵) ایک اور دوسرا خفیف مادہ جو پہلوں کی حرکت کی وجہ سے متحرک

تصور کیا جاسکتا ہے چونکہ ٹرالی میں بالعموم کافی کیفیت مادہ رہتا ہے اس لئے ٹرالی کی ذاتی کیفیت کے مقابلے میں بقیہ کمیتیں نظر انداز کی جاسکتی ہیں۔

یہ ظاہر ہے کہ عمل کرنے والی قوت لٹکنے والے مادے کے وزن اور چرخہ پر سے نیچے لٹکنے والی ڈوری کے وزن کے مجموعے کے برابر ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ڈوری کی وجہ سے جو غلطی داخل ہو سکتی ہے وہ دور ہو جائے تو نہایت ہی باریک ڈوری (مثلاً جھلی پکڑنے کی ڈوری) استعمال کرنی چاہیے۔ تاکہ ڈوری کا وزن لٹکنے والے مادے کے وزن کے مقابلے میں نظر انداز کیا جاسکے۔ اگر ڈوری کی وجہ سے غلطی کے دور کرنے کی ضرورت لاحق ہو تو لٹکنے والے مادے کے وزن میں چرخہ سے باہر لٹکنے والی ڈوری کے ۱/۲ وسط طول کا وزن داخل کر دینا چاہئے۔

پیدا شدہ اسراع۔ تجربے سے خارج قسمت $\frac{1}{2}g$ کی قیمت مستقل بیگی۔ اس لئے $\frac{1}{2}g$ ، ایک مستقل اسراع $\frac{1}{2}g$ کے ساتھ حرکت کر رہی ہے۔

اگر محض اضافی قیمتیں مقصود ہوں تو کمائی کے ایک مکمل ارتعاش کے وقت کو اکائی ان کر وقت کی پیمائش کی جاسکتی ہے۔ مگر مطلق نتیجوں کے حاصل کرنے کے لئے یعنی اسراع کی قیمت سمرنی ثنائیہ فی ثنائیہ میں دریافت کرنے میں یہ ضروری ہے کہ کمائی کا وقت دوران ثنائیہ میں معلوم کیا جائے۔

بالعموم کمائی پر اس کا وقت دوران لکھا رہتا ہے جس کو آلہ ساز نے خود دریافت کیا ہے۔ اور اس معلوم وقت دوران سے تجربے میں کام لیا جاسکتا ہے۔ وقت دوران کے براہ راست دریافت کرنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ کمائی ارتعاش کی کافی تعداد پیدا کر سکے۔ مگر یہ صورت بہت ہی شاذ و نادر نصیب ہوتی ہے۔ اس لئے آلہ ساز کی دریافت کی ہوئی قیمت اختیار کرنے کے سوا کوئی دوسرا چارہ نہیں۔ لہذا جب مطلق نتیجوں کی ضرورت پڑتی ہے تو وقت کے دریافت کرنے کا یہ طریقہ اہم نقص سے

خالی نہیں۔

فلچر کے ٹرالی دار آلے کے تجربے

تجربہ ۷۷۔ اسراع قوت کے تناسب ہے۔ ٹرالی پر

کاغذ چسپاں کرو۔ اور ڈوری سے ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰ گرام، وغیرہ، وغیرہ،
لٹاکر ٹرالی میں حرکت پیدا کرو۔ اور ہر قوت کے زیر عمل ٹرالی کی حرکت کا
نشان حاصل کرو۔ ہر صورت میں حرکت کو ایک ہی نقطے سے شروع
کر کے کل نشانات کا ایک ہی کاغذ پر حاصل کرنا نہایت دیکھپ ہے۔

ہر تجربے میں متحرک مادہ تقریباً ایک ہی رہتا ہے
بشرطیکہ لٹکنے والے چھوٹے مادے نظر انداز کر دیے جائیں۔

عمل کرنے والی قوتیں مختلف صورتوں میں لٹکنے والی
کمیتوں کے مناسب ہیں۔ (کھاؤ) مساوی وقتوں میں طے کئے ہوئے
فاصلے لٹکنے والے مادوں کے مناسب ہیں۔

(ب)۔ ہر تجربے میں ۲ فاصلے متقل ہے۔

(ج)۔ اور ان مستقلوں کی قیمتیں مختلف تجربوں میں لٹکتے ہوئے

مادوں کے مناسب ہیں۔

تصحیح بوجہ رگڑ۔ اگر صحت مقصود ہو تو رگڑ والی قوتوں کو
دور کرنا یا ان کے اثر کو زائل کرنا ضروری ہے۔ اس غرض کے لئے ایک
چھوٹی کمیت کا مادہ ڈوری سے اس طرح لٹکایا جاتا ہے اور اس کی قیمت
اس طرح درست کی جاتی ہے کہ ایک دفعہ حرکت پیدا کرنے کے بعد ٹرالی
اپنی حرکت عین جاری رکھے۔ جب یہ صورت پیدا ہو تو لٹکتے ہوئے چھوٹے
مادے کا وزن، ٹرالی کے ۲ اوپر کے کسی قسم کے بوجھ کے
تحت میں، آلے کی رگڑ کے مقابلے کے لئے کافی ہے۔ تاہم بے

تار کا ایک ٹکڑا اس امر کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اور یہ ”گرگڑی راکب“ کی ایک مناسب شکل ہے۔ تار کو ڈوری پر پلٹینا چاہئے۔ اور ضرورت کے مطابق اس تار کا مناسب طول تیار کر کے ذریعہ سے باسانی کاٹا جاسکتا ہے۔

تجربہ ۵۸۔ کسی دی ہوئی قوت کے تحت میں اسراع، متحرک مادے کے ساتھ تناسب معلوم رکھتا ہے۔ ہر دفعہ ایک ہی ٹکٹنے والے مادے کو استعمال کر کے طرالی پر مختلف بوجھ رکھ کر ہر بوجھ کے لئے جدا جدا نشان حاصل کرو۔ اور اس مستقل قوت کے زیرِ عمل ہر متحرک مادے کے لئے اسراع دریافت کرو۔ اور دکھاؤ کہ

متحرک مادہ۔ اسراع

مستقل ہے۔ یعنی قوت کے زیرِ عمل اسراع، متحرک مادے کے ساتھ تناسب معلوم رکھتا ہے۔

اس تجربے میں چرخ اور پہیوں کے مادوں کی مائل خفیف کمیتیں اگر معلوم ہوں تو وہ متحرک مادے میں شریک کر لی جائیں۔ اگرچہ بالعموم وہ نظر انداز کی جاسکتی ہیں۔ فرض کرو کہ $k =$ طرالی اور اس پر رکھے ہوئے بوجھ کی مجموعی کمیت۔ $k =$ ٹکٹنے والے مادے کی کمیت جس میں چرخ سے نیچے ٹکٹنے والی ڈوری کی کمیت بھی شامل ہے۔

$\lambda =$ چرخ کے مادے کی مائل کمیت

اور $\mu =$ پہیوں کے مادوں کی مائل کمیت۔

اس لئے متحرک مجموعی کمیت $= k + k + \lambda + \mu$

نوٹ۔ اگر اسراع $(\frac{2}{3})$ کی قیمت سہری ثانیہ فی ثانیہ میں محسوب کی گئی ہو تو شاہد

متذکرہ بالا کے ذریعے سے اسراع بوجہ جاذبہ زمین کا دریافت کرنا ممکن ہے۔ لہذا

ہر تجربے میں

$$k + k + \lambda + \mu \times \left(\frac{2}{3}\right) = g$$

کیونکہ عمل کو تیزالی قوت لکھنے والی کثیت کا وزن ہے۔ پس مساوات مندرجہ بالا سے ج کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔

بہر حال اسراع بوجہ جاذبہ زمین کے دریافت کرنے کا یہ طریقہ اچھا نہیں کیونکہ مقداریں لا اور ماصحت کے ساتھ معلوم نہیں ہیں اور وقت و کی پیمائش میں بھی چند وقتیں پیش آتی ہیں جن کا ذکر آدھے کیا جا چکا ہے۔

اس آلہ کے استعمال کرنے کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ ٹرالی ایک ایسی سطح پر رکھی جائے جو آفت سے زاویہ طہ بنائے۔ اس صورت میں سطح کے متوازی حرکت پیدا کرنے والی قوت ک ج۔ (ک + ما) ج جب ط کے برابر ہے۔

ایٹ وڈ کا آلہ

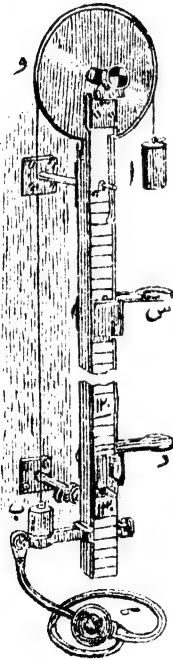
یہ آلہ فلیچ کے ٹرالی دار آلے سے زیادہ مشہور ہے اور تاریخی نقطہ نظر سے بہت دلچسپ ہے۔ ایٹ وڈ نامی ایک مشہور انگریز ریاضی دان (۱۸۸۱ء - ۱۹۴۸ء) نے کلیات حرکت کی تشریح کی غرض سے اور اسراع بوجہ جاذبہ زمین کے دریافت کے لئے اس آلے کو وضع کیا تھا۔ اس آلے میں ایک چھوٹے راکب کا وزن، اسے سے کہیں بڑے دو ایسے متوازن مادوں کو متحرک کرنے پر مجبور کیا جاتا ہے جو چرخ پر سے گزرتی ہوئی دوری کے دونوں سروں سے بندھے رہتے ہیں۔ چونکہ مجموعی متحرک مادے بڑے ہوتے ہیں اس لئے یہ چھوٹا راکب ان متحرک مادوں میں صرف خفیف سا اسراع پیدا کرتا ہے۔ بناءً پر یہاں اسراع کی پیمائش کہیں زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔

بمقابلہ اُس اسراع کی پیمائش کے جو راکب خود آزادانہ گرنے میں پیدا کرتا ہے۔

ایٹ وڈ کا آلہ بتونی وضع کا — اذے کی دو مساوی کمیتیں ۲ اور ب ایک ڈوری سے لٹکائی جاتی ہیں۔ یہ ڈوری ایک ایسی چرخی پچ پر سے گزرتی ہے جو ۲ سے ۲۵۵ میٹر تک کے طول کے ستون کے سرے پر نازک سہارے پر چڑھی ہوتی ہے۔ ۲ اور ب کے نیچے لٹکانے والی ڈوری جیسی ایک اور ڈوری لٹکائی جاسکتی ہے۔ یہ ڈوری متلافی ڈوری کا کام کرتی ہے۔ اس کی وجہ سے مشین کے دونوں طرف کی ڈوری کے حصوں کی کمیتیں بالکل متوازن رہتی ہیں خواہ کمیتیں ۲ اور ب کے محل کہیں بھی ہوں۔ مگر ایسی ڈوری کا استعمال عملیات میں وقت سے خالی نہیں۔ اور اسی وجہ سے یہ بہت شاذ و نادر استعمال کی جاتی ہے۔ کمیت ۲ پر ایک چھوٹا راکب اس طرح سوار رہتا ہے کہ وہ آسانی سے ڈوری پر چڑھ اُتر سکے۔ اس لئے اس آلے کے سارے نظام میں اسی راکب کا وزن ہے جو غیر متوازن رہتا ہے۔ تجربہ کرتے وقت کمیت ب ایک چمچی سے ہلکی سی اس طرح باندھ دی جاتی ہے کہ کمیت ۲ کے اوپر کا کنارہ پیمانے کے کسی خاص معلوم نشان کے محاذی رہے۔ ۲ کے اس صغریٰ مقام سے کچھ نیچے کسی مناسب فصل پر حلقہ میں اس طرح قائم کیا جاتا ہے کہ راکب کے وزن کے زیرِ عمل ۱ کوئی خاص معلوم فاصلہ طے کر سکے۔ حلقہ میں ایسا ہوتا ہے کہ کمیت ۲ بہ آسانی اُس میں سے گزرسکے۔ مگر راکب حلقے پر اٹک جائے۔ تجربہ شروع کرتے وقت ایک چل رکنی گھڑی چلا دی جاتی ہے اور اسی وقت چمچی بھی کھول دی جاتی ہے۔ اور اس کی وجہ سے کمیت ب جس کی رفتار اب صفر ہے آزادانہ حرکت

شروع کر دیگی۔ جب حلقہ سے ۲ پر سوار راگب کے ٹکڑے کی آواز سنی جاتی ہے تو اسی وقت چل رکنی گھڑی بند کر دی جاتی ہے۔ اور کسی معلوم فاصلہ فاصلے طے کرنے کے لئے جو وقت و درکار رہے وہ دریافت ہو جاتا ہے۔

تجربہ کرنے کا ایک اور طریقہ ہے جس میں وقت کی پیمائش میٹر و نوم کے ذریعے سے ہوتی ہے۔ اس طریقے میں فصل ف اس طرح درست کیا جاتا ہے کہ گرنے کا وقت میٹر و نوم کے ضربوں کی کسی خاص تعداد کے وقفوں کے ساتھ منطبق ہو جائے۔



اس مشین کی بعض شکلوں میں چٹی کے کھولنے کے لئے ایک ہوائی (Pneumatic) انتظام رہتا ہے جیسا کہ شکل ۲۷ سے ظاہر ہے۔ اور بعض مشینوں میں چٹی کے بجائے ایک چھوٹی برقی تقاطیس لگی رہتی ہے۔ موخر الذکر صورت میں کیتھڈس ۲ اور ب لوہے کی ہوتی ہیں۔ اور کیتھڈس ب مقناطیسی قوت سے تجربے کے شروع میں بندھی رہتی ہے۔ ب کے آزاد کرنے کا کوئی سا بھی طریقہ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بشرطیکہ ب بغیر کسی انتصابی حرکت کے آزاد ہونے کے۔ باقی ہمارے کے استعمال کی اور اس کی ساخت کی سادگی سے بالعموم عمل میں یقین پیدا ہوتا ہے اسی

شکل ۲۷۔ ایٹم ڈو کا آلہ: ستونی وضع کا۔

بناد پر کوئی سادہ انتظام قابل ترجیح ہے۔

ایٹ وڈ کے آلے کے ساتھ تجربے

تجربہ ۵۹ جسم ہموار قوت کے زیرِ عمل ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ — کیت ۲ پر تاسیے کے تار کا ایک ایسا چھوٹا ٹکڑا رکھو کہ ذرا سی ابتدائی حرکت دینے پر کیتیں ۲ اور ۱ بغیر راکب کے عین حرکت شروع کریں۔ اس صورت میں تار کے اس ٹکڑے کا وزن آلے کی رگڑ پر عین غالب آجائیگا۔ یہ تار کا ٹکڑا ”رگڑی راکب“ کہلاتا ہے۔ اور تمام دورانِ تجربہ میں ۲ پر رکھا رہتا ہے۔

حلقہ ۱ کو مختلف مقامات پر اس طرح قائم کرو کہ کیتیں زیرِ تجربہ مختلف راکبوں کے زیرِ عمل ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، اور ۲۰۰ سمر کے فاصلے طے کریں۔ مختلف وزنوں مثلاً ۲ گرام، ۳ گرام، ۴ گرام، وغیرہ کے راکبوں کے زیرِ عمل کیتوں کے مذکورہ بالا فاصلوں کے طے کرنے کے مختلف اوقات دریافت کرو۔ ہر ایک راکب ۲ اور ہر ایک فصل کے لئے وقت کے تم سے کم تین تجربے ہونے چاہئیں۔ مشاہدات کی ہر جماعت کے لئے خارج قیمت ۲ کی قیمت دریافت کرو۔ اور یہ دکھاؤ کہ کسی خاص راکب کے لئے ۲ مستقل ہے۔ یعنی مستقل قوت کے زیرِ عمل مادہ ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ مندرجہ ذیل کی شکل میں مشاہدات کو مرتب کرو۔

اہم حال شدہ راکب کیت مادہ	فصل	وقت و	۲	ادست اسراع
دو گرام راکب	۵۰ ۱۰۰ ۱۵۰ ۲۰۰			ع = ۰۰۰۰

استعمال شدہ راکب کا کمیت مادہ	فصل ف	وقت و	۲ ف	اوسط اسراع
۴ گرام راکب	۵۰			$\left. \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} = \frac{4}{3}$
	۱۰۰			
	۱۵۰			
	۲۰۰			
۶ گرام راکب	۵۰			$\left. \begin{array}{l} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\} = \frac{6}{3}$
	۱۰۰			
	۱۵۰			
	۲۰۰			

جدول کے ملاحظہ سے یہ معلوم ہوگا کہ ہر راکب کے لئے چوتھے خانے کی رقمیں تقریباً مستقل ہیں اور راکب کی کمیت کے ساتھ ساتھ اس مستقل کی قیمت بھی بڑھتی گئی ہے۔

تجربہ ۵۹۔ اسراع، قوت عالمہ کے تناسب ہے۔

اس دعوے کا ثبوت بغیر مزید تجربے کے مندرجہ بالا جدول کے نتیجوں سے حاصل ہو سکتا ہے۔ مجموعی متحرک کمیت ہر تجربے میں قریب قریب ایک ہی ہے۔ کمیتوں میں اگر کچھ فرق بھی ہے تو وہ صرف راکبوں کی ذاتی کمیتوں کے فرق کی وجہ سے ہے۔ پس اگر کسی کمیت میں پیدا شدہ اسراع کمیت ہذا پر عمل کرنے والی قوت کے تناسب ہو تو اسراع \propto کمیت وغیرہ مستعملہ راکبوں ہی کی کمیتوں کے تناسب ہونگے۔ یعنی تجربہ ۶۱، ۶۲، ۶۳، وغیرہ کے تناسب۔

تجربہ ۶۱۔ کسی خاص قوت کے تحت میں اسراع کمیت مادہ کے ساتھ تناسب معکوس رکھتا ہے۔ مختلف

کیتوں ۲ اور ب کے جوڑوں کے استعمال سے یہ ثابت کرنا ممکن ہے کہ اگر کوئی معین قوت کسی کیت مادہ پر عمل کرے تو اس میں جو اسراع پیدا ہوگا وہ کیت مذکور کے ساتھ تناسب معکوس رکھیکے گا۔

اس امر کے ثبوت کے لئے ف اور و کی پیمائشوں سے کسی خاص راکب کے زیر عمل متحرک کیتوں کے مختلف جوڑوں میں پیدا شدہ اسراع دریافت کیا جاتا ہے۔ ہر تجربے میں حاصل ضرب (مجموعی متحرک کیت مادہ) \times (اسراع) کو مستقل ہونا چاہیئے۔

یہاں چرخی کے 'ماثل' مادہ کی کیت کا جاننا ضروری ہے۔ کسی ایک تجربے میں مجموعی متحرک کیت مادہ = (۲ک + ک + لا) گرام نوٹ:۔ اس کی تشریح ذیل کے تجربے میں کی جائیگی۔

تجربہ ۵۷۔ اسراع بوجہ جاؤ پیر زمین۔
(۱) ڈوری اور چرخی کے ماثل مادے کی کیت معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

فرض کرو کہ ۲ اور ب میں سے ہر ایک کا کیت مادہ = ک گرام
راکب کا کیت مادہ = ک گرام
چرخی (اور ڈوری) کا ماثل کیت مادہ = لا گرام
اور پیدا شدہ اسراع = ع سمرنی ثانیہ فی ثانیہ

تو قوت عاملہ = راکب کا وزن = ک ج ڈائمن

متحرک مادے کی کیت = (۲ک + ک + لا) گرام

قوت = کیت مادہ \times اسراع

اس لئے ک ج = (۲ک + ک + لا) ع

اور اس مساوات سے ج کی قیمت دریافت ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۵۸ میں ہر ایک راکب کے زیر عمل کے مشاہدات سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

(۲) جہاں چرخہ کے مثل مادے کی کمیت کے جاتنے کی ضرورت نہیں۔

اگر کمیتوں ۲ اور ۱ کے مختلف جوڑوں کے لئے ایک ہی راکب استعمال کیا جائے تو چرخہ کے مثل مادے کی کمیت معلوم کئے بغیر ج کی قیمت دریافت ہو سکتی ہے۔

پس اگر ک کمیت کے جوڑے کے ساتھ پیدا شدہ اسراع 'ع' ہو۔ اور اگر اُسی راکب کے زیر عمل ک کمیت کے جوڑے کے ساتھ پیدا شدہ اسراع 'ع' حاصل ہو تو

$$ک ج = (۲ک + ک) ع$$

$$اور ک ج = (۲ک + ک) ع$$

یہاں لا غیر معلوم ہے۔

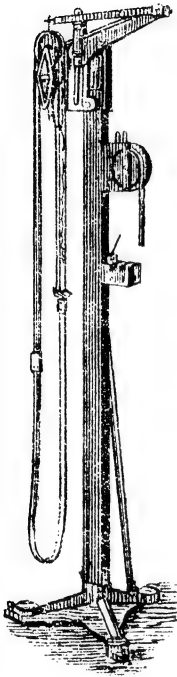
$$اس لئے ک ج = \left\{ \frac{۱}{ع} - \frac{۱}{ع} \right\} ۲(ک - ک)۔$$

تجربہ ملا میں مادوں کے مختلف جوڑوں کے استعمال سے جو اسراع 'ع' اور 'ع' حاصل ہوئے ہیں اُن کی قیمتوں سے ج مسوب کرد۔

یہ آلہ ابتداءً ج کی تعین کے لئے وضع کیا گیا تھا۔ اُس وقت تک کیٹر کے صحیح رتقاصی طریقے ایجاد نہیں ہوئے تھے۔ آج کل اس آلہ کا خاص استعمال کلیات حرکت کی تشریح ہے۔ اس کے ذریعے سے ج کی تعینیں اضافہ کم درجے کی صحت رکھتی ہیں۔ مگر یہ تعینیں تاریخی نظر سے دیکھیں

ایٹ وڈ کا آلہ فیتہ دار۔ اس آلے میں مساوی کمیتیں کاغذ کے ایک فیتے سے لٹکائی جاتی ہیں۔ اور یہ فیتہ چرخہ کے چھپے گمیرے پر گزرتا ہے۔ اور ان کمیتوں کے نیچے اس فیتے سے ایک

اور متلائی فیتہ لگا رہتا ہے جیسا کہ شکل ۳ سے ظاہر ہے۔ اس آلے میں ایک فولادی کمائی نصب ہوتی ہے جس کے آزاد سرے سے میا ہی لگا ہوا برش چرخہ کے اوپر کے فیتے پر نشان ڈالتا ہے۔ اور اس میں ایک ایسا سادہ انتظام ہوتا رہتا ہے کہ کمائی اور متحرک کمیتیں یکساں وقت آزاد کی جاسکیں فیتے پر ایک مکمل موج کا نشان وقت کے ایک معلوم وقفے کی تعبیر کرتا ہے۔ (یہ وقفہ کمائی کا وقت دوران ہے)



اس شکل کے آلے کے ساتھ اسی قسم کے تجربے کئے جاسکتے ہیں جیسا کہ ستونی وضع کے آلے کے ساتھ۔ مگر فیتہ دار آلے میں وقت اور فاصلے فیتے کے نشان سے حاصل ہوتے ہیں۔ ہر تجربے میں موجی نشان کے ذریعے سے اسراع کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔ جیسا کہ فیچر کے ٹرالی دار آلے کے بیان میں بتایا جا چکا ہے۔

شکل ۳۔ ایٹ وڈ کا آلہ: فیتہ دار

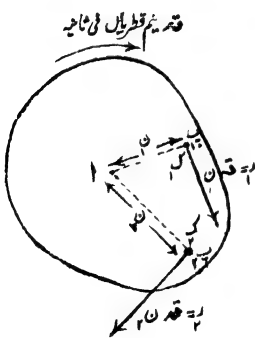
تجربے ٹیک اسی طرح کرو جیسا ستونی وضع کے آلے کے ساتھ تم نے کئے تھے۔ مگر یہاں فصل ف کو بدلنے اور اس کے جواب میں وقت کی قیمت دریافت کرنے کے بجائے کمائی اور فیتے کے ذریعے سے اسراع محسوب کرو۔

ایٹ وڈ کے آلے کے استعمال کرنے کا ایک اور طریقہ بھی ہے جو کبھی کبھی اختیار کیا جاتا ہے۔ اس طریقہ سے راکب کے طلقے سے الگ جانے کے بعد کیت ۲ کی رفتار دریافت کی جاتی ہے۔ مگر یہ معلوم رہے کہ راکب کے الگ ہو جانے کے بعد متحرک نظام کو مستقل رفتار سے حرکت کرنا چاہیئے۔ بہر حال یہ طریقہ نہ اتنا آسان ہے اور نہ اس قدر صحیح جیسا وہ طریقہ جس کی تشریح اوپر ہو چکی ہے۔

۴۔ استوار جسم کی گردش

جمود کے معیار اثر

کسی محور کے گرد گردش کرنے والے مادے کا ۲ ثر نہ صرف حرکت کرنے والے مادے پر مبنی ہے بلکہ اس کا انحصار اس امر پر بھی ہے کہ مادہ محور کے لحاظ سے کس طرح پھیلا ہوا ہے۔ پس ایک ایسے جسم کی توانائی بالفعل پر غور کرو جو کاغذ کی سطح پر نقطہ ۱ سے عمود وار گہرے ہوئے محور کے گرد زاویہ رفتار ω نیم قطریوں کے ساتھ گردش کرتا ہے (شکل ۴)۔



نقطہ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰

نقطہ ۱ پر ذرہ ک کی رفتار = v_1
نقطہ ۲ پر ذرہ ک کی رفتار = v_2 وغیرہ
پس ہر ذرہ ک کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} m v^2$
پس ہر ذرہ ک کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} m v^2$ (نقطہ ۱) وغیرہ۔
جسم کی مجموعی توانائی بالفعل
۲ کے گرد گھومنے کی وجہ سے =

$\frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m v_n^2$
اگر قوس کے اندر کی

مقداروں کے مجموعے کو نشان ρ سے ظاہر کریں

تو

$$\text{گردشی توانائی با فعل} = \frac{1}{2} \rho \omega^2$$

ρ سے تعبیر کیا ہوا مجموعہ جسم مذکور کی ایک خاصیت ہے۔ اور محور معینہ ۲ کے لحاظ سے وہ مجموعہ اس جسم کے لئے ایک خاص قیمت رکھتا ہے۔ اور اس مجموعے کی مقدار محور مذکور کے محور مادے کی تقسیم پر منحصر ہے۔ اس ρ کو محور معینہ کے گرد جسم کے جوہر کا معیار اثر کہتے ہیں اور اس کی تعریف یوں ہوتی ہے کہ

$$\rho = \frac{1}{V} \int r^2 dm = \frac{1}{V} \int r^2 \rho dV$$

یا $\rho = \frac{1}{V} \int r^2 dm$ جہاں ρ سے جسم کے کل ذروں کے لئے ایک ہی قسم کی متعدد رقموں کا مجموعہ مراد ہے۔

گردشی نصف قطر۔ اگر کسی جسم کے مادے کی مجموعی کثیت کو ایک ہی ذرے میں منجمد تصور کیا جائے۔ اور یہ ذرہ نقطہ ۲ کے گرد ایک بالکلے ڈنڈے کے ذریعے سے گ نصف قطر کے دائرے میں گھومنے پر مجبور کیا جائے تو ذرہ مذکور کے جوہر کا معیار اثر محور معینہ کے گرد گ ہوگا۔ گ جسم کا کثیت مادہ ہے۔ گ کے مناسب انتخاب سے اس ذرے کے جوہر کا معیار اثر اتنا ہی بنایا جاسکتا ہے جتنا جسم مذکور کا۔ گ کی اس قیمت کے لحاظ سے گ $\rho = \frac{1}{V} \int r^2 dm$ ۔ طول گ اس خاص محور کے لحاظ سے جسم کا گردشی نصف قطر کہلاتا ہے۔

اگر جسم کا کل مادہ گ نصف قطر کے چھلے کی شکل میں بھی مرتب ہو تو جوہر کے معیار اثر کی قیمت وہی رہیگی۔

متوازی محوروں کا اصول

کسی جسم کے جمود کا معیار اثر کسی محور کے گرد =
(مرکز جاذبہ میں سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد جسم مذکور کے جمود کا معیار اثر +

(جسم مذکور کا کمیت مادہ) \times (محوروں کے درمیانی فاصلے کا مربع)۔

پس $M = I$ سے گزرنے والے محور کے گرد معیار اثر

$$= I + M \cdot d^2$$

$$= I + M \cdot d^2$$

$$= I + M \cdot d^2$$

$$= I + M \cdot d^2$$

$$= I + M \cdot d^2$$

لیکن

اور

اس لئے

یا

بنابریں اگر ہمیں مرکز جاذبہ سے گزرنے والے محور کے لحاظ سے جمود کا معیار اثر یا گردشی نصف قطر معلوم ہو تو کسی اور متوازی محور کے لحاظ سے جمود کا معیار اثر دریافت ہو سکتا ہے۔



چند کارآمد صورتوں کے جمود کے معیار اثر کی فہرست ضمیمہ میں ملے گی۔ مکمل مسئلہ۔ متوازی محور | اور جیس سے

خطی حرکت و زاویائی حرکت

خطی حرکت کے متعلق مقادیر اور زاویائی حرکت کے متعلق مقادیر کے مابین ذیل کی جدول میں جو مشابہت

واقع ہے وہ قابلِ غور ہے۔			
خطی حرکت		زاویائی حرکت	
مقادیر	علامات	مقادیر	علامات
نقل مکان یا فصل	ف	زاویہ	ط
رفتار	$r = \frac{\text{فصل}}{\text{فرد}}$	زاویائی رفتار	$\omega = \frac{\text{فرد}}{\text{فرد}}$
اسراع	$a = \frac{v}{\text{فرد}} = \frac{f}{\text{فرد}}$	زاویائی اسراع	$\alpha = \frac{\omega}{\text{فرد}} = \frac{f}{\text{فرد}}$
کمیتِ مادہ	ک	جمود کا معیار اثر	م
قوت	ق = ک ع	جُفت	ج = م ع
حرکت کا معیار اثر	ک ر	زاویائی حرکت کا معیار اثر	م ق
انتقالی توانائی بالفعل	$\frac{1}{2} k v^2$	موری توانائی بالفعل	$\frac{1}{2} m \omega^2$
کام	قوت \times طے شدہ فاصلہ	کام	جُفت \times گردشی زاویہ
ت = ق ف		ت = ج ط	

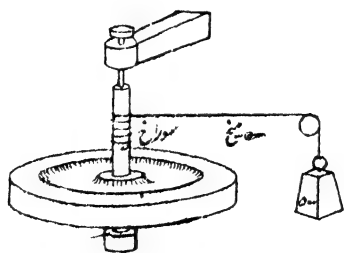
یہ جدول زاویائی حرکت پر بحث کرنے میں بہت کارآمد ہے کیونکہ خطی حرکت کی حالت میں چند خاص مقداروں کے باہمی تعلق بتانے کے لئے اگر کوئی عام جملہ حاصل ہو جائے تو زاویائی حرکت کے لئے بھی منشاء مقداروں کے باہمی تعلق بتانے والا ٹھیک ویسا ہی جملہ فوراً لکھا جاسکتا ہے۔ اس امر کی مثالوں کے لئے فصل نہم میں سادہ موسیقی حرکت کا بیان دیکھو۔

۵۔ جمود کے معیار اثر کی پیمائش

چونکہ جمود کے معیار اثر کا تجلّی گردش کرنے والے جسم کی توانائی بالفعل کی بحث سے حاصل ہوا ہے اس لئے ہم عموماً اسی توانائی بالفعل کی پیمائش سے جمود کا معیار اثر دریافت کرتے ہیں۔ کسی جسم میں توانائی کی ایک خاص یا قابل پیمائش مقدار داخل کرنے پر اُس میں جو زاویائی رفتار پیدا ہوتی ہے اُس کی پیمائش سے جسم مذکور کے جمود کے معیار اثر کی علیٰ تعین کی جاتی ہے۔

اُڑ پھیٹے کے جمود کا معیار اثر

اگر جسم لمبی دھری کے پھیٹے کی شکل کا ہو تو گردش محور کے گرد اُس جسم کے جمود کے معیار اثر دریافت کرنے کا حسب ذیل ایک نہایت مناسب طریقہ ہے۔ اس طریقے میں دھری کے کسی ایک نقطے پر یا خود پھیٹے کے اسطوانی گھیرے پر ایک چھوٹے سوراخ یا ایک چھوٹے منہج کی ضرورت پڑتی ہے۔ پیتل کی ایک ایسی کیل بنائی جاتی ہے کہ وہ سوراخ میں ٹھیک



شکل ۵۶۔ اُڑ پھیٹے انتظامی محور کے ساتھ

بیٹھ جائے۔ اور یہ کیل ایک خاصی لمبی ڈوری سے مضبوط باندھ دی جاتی ہے۔ اگر سوراخ کے بجائے میخ لگی ہو تو ڈوری کے ایک سرے میں سادہ حلقہ بنا کر اس حلقے کو میخ پر چڑھا دیتے ہیں۔ مندرجہ بالا طریقوں میں سے کسی ایک طریقے سے ڈوری کو دھری یا پیچھے میں لٹکانے کے بعد پہلی اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ ڈوری چند بار پیچھے کے کنارے پر یا دھری پر لپٹ جائے۔ اگر پیچھے کا محور انتصابی ہو تو ڈوری کو ایک چرخہ پر سے گزارتے ہیں اور اگر محور افقی ہو تو ڈوری کو براہ راست لٹکے دیتے ہیں۔ اس ڈوری کے آزاد سرے سے مناسب کمیت کا ایک مادہ لٹکایا جاتا ہے۔

اب اگر یہ کمیت گرنے دی جائے تو وہ اپنی توانائی بالقوہ کا کچھ حصہ کھو دیتی۔ کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ گرنے والی کمیت کی حرکت کی وجہ سے کچھ تو انتقالی توانائی بالفعل میں اور کچھ اڑ پیچھے کی محوری توانائی بالفعل میں منتقل ہو جائیگی۔ اگر اس کی وجہ سے جو توانائی کا نقصان ہوتا ہے اس کو اگر سر دست نظر انداز کر دیں تو باقی بچے توانائی کے اصول سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

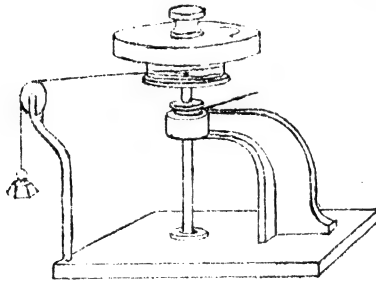
(گرنے والی کمیت مادہ کی کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ) = کمیت ہذا کی حاصل شدہ توانائی بالفعل) + (پیچھے کی حاصل شدہ توانائی بالفعل)

اب اگر اٹلے ہوئے مادے کی کمیت ک گرام ہو اور یہ پیچھے سے ڈوری کے جدا ہونے سے پہلے اس کمیت کا طے شدہ انتصابی فاصلہ ف سمر ہو تو اس سے کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ ک ج ف ارگ ہوگی۔ فرض کرو کہ دھری سے ڈوری کے سرے کے عین علیحدہ ہونے کے وقت گرنے والے مادے میں برسمزنی ثانیہ کی خطی رفتار اور پیچھے میں قدیم نظریاں فی ثانیہ کی زاویائی رفتار پیدا ہو گئی ہے۔ تو اس وقت گرنے والے مادے کی انتقالی توانائی بالفعل $\frac{1}{2} k v^2$ اور پیچھے کی محوری توانائی بالفعل $\frac{1}{2} k v^2$ ہوگی۔

لہذا سرگٹھ کو نظر انداز کر کے تے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$ک ج ف = \frac{1}{2} k + \frac{1}{2} m \dot{q}^2$$

اس مساوات میں ک اور ج دونوں معلوم ہیں۔
ف کی یقینیں:۔ ف کی صحیح قیمت دریافت کرنے کا سب سے آسان اور مناسب طریقہ یہ ہے کہ ڈوسری کا طول اتنا رکھا جائے کہ وہ جب گرنے والے مادے کی پچھلی سطح ٹھیک سر زمین پر پہنچے تو ڈوسری کا سر اسی سطح سے جدا ہو جائے۔ اگر ابتدائے حرکت کے وقت مادے کی



شکل ۷۔ اڑپتے انتسابی محور کے ساتھ

پچھلی سطح کی بلندی اس طرح درست کی جائے کہ وہ میز کی اوپری سطح کی بلندی کے برابر ہو تو فاصلہ جس تک مادہ مذکور پہنچے سے ملحق رہ کر گریگا زمین کے فرش سے میز کی اوپری سطح کی بلندی کے برابر ہو گا۔
ر اور قد کی یقینیں:۔ ر اور قد کے دریافت کرنے کے دو طریقے ہیں۔ جن کی تشریح نیچے کی جائیگی۔ ان میں سے دوسرا طریقہ قابل ترجیح ہے کیونکہ اس طریقے میں مقابلہ نہ صرف زیادہ صحت حاصل ہوتی ہے بلکہ اس میں جو رگڑ کی وجہ سے نقصان ہوتا ہے

اُس کی تصحیح کے ذرائع بھی مل جاتے ہیں۔ (رگڑ کی تصحیح کا طریقہ آگے بیان کیا جائیگا)۔

طریقہ (۱) اگر نے والی کمیت کو زمین تک پہنچنے میں جو وقفہ لگتا ہے اُس کی پیمائش چل رکنی گھڑی کے ذریعے سے کی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ وقفہ $\frac{1}{2}$ ثانیہ ہے۔

اس وقفے کے اندر کمیت ہذا ہموارانہ بڑھتی رفتار سے فاصلہ $\frac{1}{2}$ فٹ سمر تک نیچے اترتی ہے۔ چونکہ $\frac{1}{2}$ فٹ سے اس لئے آخری رفتار یعنی وہ رفتار جو گرتی کمیت زمین پر پہنچتے وقت رکھتی ہے، اوسط رفتار سے دو چند ہوگی۔

$$\frac{1}{2} = \text{اوسط رفتار}$$

$$\frac{1}{2} = \text{اس لئے آخری رفتار}$$

$$\frac{1}{2} =$$

وقفہ و بالعموم بہت چھوٹا ہوتا ہے۔ اس لئے اُس کی پیمائش کچھ زیادہ صحت کے ساتھ نہیں ہو سکتی۔

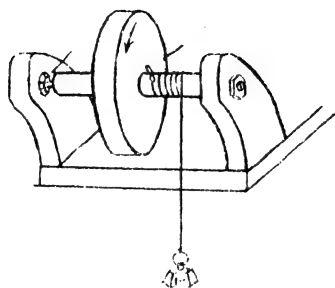
ہمیں معلوم ہے کہ $\frac{1}{2}$ فٹ جہاں $\frac{1}{2}$ فٹ سے اُس مسطوانی گھیرے کا نصف قطر ہے جس پر ڈوری لپیٹی گئی ہے۔ اگر ناپ لیا جائے۔ اور ر کی قیمت حسب مندرجہ بالا دریافت ہو جائے تو قد کی قیمت مل جائیگی۔ کیونکہ

$$\frac{1}{2} = \text{قد}$$

طریقہ (۲) پیمتے ڈوری کے علیحدہ ہو جانے کے بعد پیمتا بہت دیر تک گھومتا رہتا ہے۔ مگر رگڑ کی وجہ سے اُس کی زاویہ رفتار گھٹتی جاتی ہے یہاں تک کہ پیمتا پھر ساکن ہو جاتا ہے۔

اگر رگڑ کا عمل مستقل ہو تو پیمتے میں بالکل ہموارانہ ابطاء پیدا ہوگا۔ یعنی اُس کی رفتار ہموارانہ کم ہوتی جائیگی۔ اور اس کو ساکن ہونے کے لئے جتنا وقفہ درکار ہے اُس وقفے کے اندر اُس کی اوسط زاویہ رفتار

اُس کی ابتدائی زاویائی رفتار کے نصف کے برابر ہوگی۔



شکل ۸۔ اوپر پٹے افقی محور کے ساتھ

اگر ڈوری کے جدا ہو جانے کے بعد پٹیاں مکمل گروہیں کرے۔ اور اُس کے ساکن ہونے کے لئے $\frac{1}{2}$ وقت کی ضرورت ہو تو ساکن ہوتے وقت اُس کی اوسط زاویائی رفتار حسب ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی۔

$$\text{اوسط زاویائی رفتار } \omega = \frac{\pi}{2} \text{ تا } \pi \text{ نیم قطریاں فی ثانیہ}$$

اس لئے ڈوری کے عین جدا ہونے وقت

$$\text{زاویائی رفتار } \omega = \frac{\pi}{2} \text{ تا } \pi \text{ نیم قطریاں فی ثانیہ}$$

یہاں ω کی قیمت ω کے مقابلے میں کہیں زیادہ ہے۔ اس لئے ω کی پیمائش زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔ لہذا اگر اور قدر کی قیمتیں جو اس طریقے سے حاصل ہوتی ہیں۔ پہلے طریقے کی قیمتوں سے کہیں زیادہ صحیح ملینگی۔

قدر ω کی قیمت دریافت کر لینے کے بعد ω کی قیمت حسب دستور ذیل کے رشتے سے حاصل ہو جائیگی

$$\omega = \frac{1}{2} \text{ قدر}$$

ر کی قیمت سہزنی ثانیہ میں اور قدر ω کی قیمت نیم قطریاں فی ثانیہ میں

دریافت کرو۔

تجربہ ۶۳۔ اڑ پھٹے کے جوہر کا معیار اثر۔
 ڈوری سے مختلف کمیتوں کے مادے لٹا کر اور ان کو مختلف فاصلوں
 تک گرا کر اگر اڑ پھٹے میں گردش پیدا کرو۔ اور جن فاصلوں تک وہ کمیتیں
 گزریں ان کی پیمائش کرو۔ اس طرح سے ک اور ف کی مختلف قیمتیں
 مل جائیں گی۔

اس اصولانی گھیرے کا نصف قطر بنا جو جس پر ڈوری پسٹی جاتی
 ہے۔ اگر گھیرے کے نصف قطر کے لحاظ سے ڈوری متعدد موٹائی کی ہو
 تو ان کی قیمت محسوب کرتے وقت گھیرے کے پیوہ نصف قطر میں
 ڈوری کی نصف موٹائی (نصف قطر) شریک کر لینی چاہیئے۔

ڈوری کے جدا ہونے کے بعد پھٹے کی گردشوں کا شمار کرو۔
 یہ تعداد گردش ستم کی قیمت ہوگی۔

ساکن ہونے کے لئے جو وقت و درکار ہے اس کو
 دریافت کرو۔

ہر کمیت ک اور فصل ف کے لئے مشاہدات تین تین بار
 ہونے چاہئیں۔ اگر ک اور ف کی کسی خاص قیمتوں کے ماتحت ہر
 مشاہدے میں ستم اور و کی قیمتیں مختلف ملیں تو ان کی اوسط قیمتیں
 لینی چاہئیں۔

ک اور ف کی ہر قیمت کے تحت میں قداور ر کی اوسط
 قیمتیں نکالو اور ان کو مساوات

$$ک ج ف = \frac{1}{2} ک ر + \frac{1}{2} م ق د$$

میں داخل کرو۔

م کی قیمت محسوب کرنے کے قبل ک ج ف، $\frac{1}{2} ک ر$
 اور $\frac{1}{2} ق د$ میں سے ہر ایک کی قیمت علیحدہ علیحدہ
 دریافت کرو۔

جمود کے معیار اثر کو گرام (سمر) ۲ میں ظاہر کرو۔

رگڑ کی تصحیح — اگر سہاروں پر کی رگڑ بہت زیادہ ہو تو حساب میں اس رگڑ کا لحاظ نہ رکھنا ضروری ہے۔ فرض کرو کہ پیتے کی جھڑ مکمل گردش میں رگڑ کے خلاف ایک خاص مقدار کا کام م ہوتا ہے۔ اور فرض کرو کہ مادے کے گرنے میں پیتے نے گردش کی ایک خاص تعداد م پوری کی۔ اور اس لئے رگڑ کے خلاف ت م مقدار کا کام ہوا۔

بنابریں مساوات

$$ک ج ف = \frac{1}{2} ک ر + \frac{1}{2} م ر ق$$

اب حقیقہ صیح نہیں رہی۔ اس لئے مساوات مندرجہ بالا کی ترمیم حسب ذیل

ہونی چاہیے:—

$$ک ج ف = \frac{1}{2} ک ر + \frac{1}{2} م ر ق + ت م \dots\dots\dots (۱)$$

یہ کہ جب گرنے والا مادہ اپنی توانائی بالقوہ کھو رہا تھا اس وقت ت م کا کام ہوا۔ اب پیتے سے ڈوری کے جدا ہونے پر $\frac{1}{2} م ر ق$ مقدار کی توانائی بالفعل موجود تھی۔ اور یہ توانائی رگڑ کے مقابلہ کرنے میں تبدیل زائل ہو گئی۔ یعنی گردش کی ایک خاص تعداد ت میں اس توانائی کی پوری مقدار جذب ہو گئی۔ اس لئے

$$\frac{1}{2} م ر ق = ت م$$

$$\frac{1}{2} م ر ق = ت م$$

لہذا ہمیں ایک البارشت مل گیا ہے جس کے ذریعے سے غیر معلوم م کی قیمت معلوم مقدار کے رقوم میں حاصل ہو جائیگی۔

$$اس لئے \quad ت م = \frac{1}{2} م ر ق$$

اب مساوات (۱) کی شکل دیں ہو سکتی ہے کہ

$$ک ج ف = \frac{1}{2} ک ر + \frac{1}{2} م ر ق + \frac{1}{2} م ر ق = \frac{1}{2} ک ر + م ر ق$$

یا $ک ج ف = \frac{1}{2} ک ر + \frac{1}{2} م ر ق (۱ + \frac{1}{2} \frac{ت م}{م ر ق}) \dots\dots\dots (۲)$
توس کے اندر کی رقم $\frac{1}{2} \frac{ت م}{م ر ق}$ ہے رگڑ کی تصحیح کی تعبیر ہو جاتی ہے۔

ماڈل کے گرتے وقت پہلے کی گردشوں کی تعداد تدریجاً
کرو۔ اور مندرجہ بالا تصحیحی رقم کو مساوات (۲) میں داخل کر کے حرکت کی
قیمت پھر محسوب کرو۔

سطح مائل پر گرنے والے گردشی اجسام

جب کوئی جسم کسی سطح مائل کے نیچے لڑکھایا جاتا ہے تو اس
جسم کی کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ، اس کی توانائی بالفعل میں منتقل ہو جاتی
ہے جس وقت جسم سطح مائل کی جڑ میں پہنچتا ہے تو اس میں دو قسم کی
حرکتیں رہتی ہیں:۔

(۱) انتقالی حرکت

(ب) محوری حرکت

اور اس لئے جسم کی توانائی بالفعل مندرجہ ذیل دو حصوں کا مجموعہ ہے:

(۱) انتقالی حرکت کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} m v^2$

اور (ب) محوری حرکت کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2} I \omega^2$

جہاں $k =$ جسم کے مادے کی کمیت

$r =$ خطی رفتار

$\omega =$ مرکز جاذبہ سے گزرنے والے محور کے گرد چکر کا بیار اثر

$\omega =$ زاویائی رفتار۔

اگر سطح زیر بحث کے سرے کی بلندی جہاں سے جسم میں حرکت
شروع ہوتی ہے اس مقام سے جہاں جسم ٹک جاتا ہے h ہو تو
جسم ہذا اپنی توانائی بالقوہ بمقدار mgh ف کھودیتا ہے۔

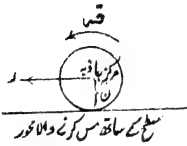
اس لئے

$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$ (۳)

فی الحقیقت پیدا شدہ حرکت سطح سے مس کرتے ہوئے نور
کے گرد گردشی حرکت ہے بشرطیکہ یہ فرض کو لیا جائے کہ پھسلنے والی

کوئی حرکت پیدا نہ ہو۔ بہر حال یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ
 مذکورہ بالا گردش حرکت = مرکز جاذبہ کی انتقالی حرکت
 + مرکز جاذبہ سے گزرنے والے محور کے گرد زاویائی حرکت
 اس لئے دعویٰ زیر لیکر درست ہے۔

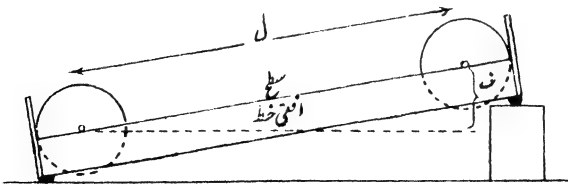
اگر صس کسی نے والے محوسا سے مرکز جاذبہ کا عمودی فصل h ہو تو
 مرکز جاذبہ کی خطی رفتار = $h \omega$ (جیسا شکل ۹۷ سے واضح ہے)۔



فرض کر دو کہ سطح پر فصل h طے
 کرنے میں لڑ سکنے والے جسم کو وقت t و درکار ہے۔
 اور چونکہ آخری رفتار v اوسط رفتار سے دو چند ہے
 اس لئے آخری رفتار $v = 2 \times$ اوسط رفتار
 اس لئے $v = 2 \times$ اوسط رفتار

ف اور ک براہ راست دریافت شکل ۹۷ - ثبوت کر کہ $h = r$
 ہو سکتے ہیں۔ اس لئے مساوات (۳) میں سوام کے کل مقادیر معلوم ہیں۔ اور مختلف معلوم مقادیر
 کی قیمتوں کو مساوات ہذا میں داخل کر کے ہر کی قیمت دریافت ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۶۳ - سطح مائل پر حریخ اور محور فولاد
 بھری لگا ہوا ایک بڑا قرص سطح مائل پر چڑھتے ہوئے ریلوں پر لڑھکایا
 جاتا ہے۔ اور سطح کی جڑ میں پہنچنے کے لئے قرص کو جتنا وقت درکار
 ہوتا ہے اس کا مشاہدہ کر لیا جاتا ہے۔ فرض کر کہ یہ وقت t ہے۔



شکل ۹۷ - سطح مائل پر حریخ اور محور

سطح مائل پر دھری کا طے کیا ہوا فاصلہ بھی دریافت کر لیا جاتا ہے۔
فرض کر دو کہ یہ فاصلہ l ہے۔ جس بلندی سے دھری گرتی ہے اس
کو سادہ ارتفاع پیمائش کے ذریعے سے پیمائش کر لیتے ہیں۔ فرض کر دو
کہ یہ بلندی f ہے۔ اس لئے زائل شدہ توانائی بالقوہ = ک ج ف
قرص کو تول کر ک ج ف کی قیمت دریافت کرو۔

سطح کی بڑائی پہنچتے وقت قرص کی خطی رفتار
$$v = \frac{r}{2}$$

ر کی قیمت سہم فی ثانیہ دریافت کرو۔
سطح کی جڑ میں انتقالی توانائی بالفضل $\frac{1}{2} k r$ کی قیمت محسوب کرو۔
یہاں مرکز جاذبہ سے ثابت محور کا فضل دھری کے نصف قطر
کے مساوی ہے۔

دھری کے نصف قطر n کو خوردہ پیمائش کے ذریعے سے ناپو۔

سطح کی جڑ میں زاویائی رفتار $\omega = \frac{v}{r} = \frac{r}{2n}$

قد کی قیمت نیم قطر n کی ثانیہ میں محسوب کرو۔
ان قیمتوں کو مساوات

$k \cdot ج ف = \frac{1}{2} k r + \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$

میں داخل کر کے m کی قیمت اخذ کرو۔

ف کی مختلف قیمتیں (۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰ سم وغیرہ) لے کر تجربہ کو
دہراؤ۔

اس طریقے سے جو نتیجہ نکلے گا اس کی تصدیق نالیجہ

$m = \frac{1}{2} k r$

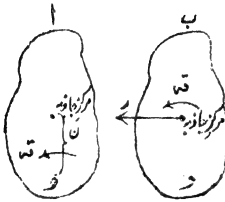
سے کرو جہاں m قرص کا نصف قطر ہے۔

ادھر بیان کیا جا چکا ہے کہ گوجہم کی حقیقی حرکت وہ گروشی حرکت ہے جو سطح مائل سے
میں کرنے والے محور کے گرد پیدا ہوتی ہے تاہم یہ حرکت ایک ایسی مرکب حرکت تصور
کی جا سکتی ہے جو مرکز جاذبہ کی خطی حرکت اور اس سے گزرنے والے محور کے گرد گوجہم کی

گروشی حرکت کا مجموعہ ہے۔

اس امر کا ثبوت حسب ذیل ہے: ایک ایسے جسم A پر غور کرو جس میں ثابت محور O کے گرد زاویائی رفتار ω ہے۔

اور ایک ٹھیک ویسے ہی دوسرے جسم B کو بھی تصور کرو جس کے مرکز جاذبہ کی خطی رفتار v ہے۔ اور مرکز جاذبہ سے گزرنے والے محور کے گرد جس کی زاویائی رفتار ω ہے۔



فرض کرو کہ مرکز جاذبہ سے O کا فاصلہ n ہے۔ اور یہ بھی فرض کرو کہ جسم B میں مرکز جاذبہ کی خطی رفتار مذکورہ بالا خط n کے علی القوائم قدر n قیمت رکھتی ہے۔

نکٹہ ۱۔ گروشی محور کی فوری حرکت

ہر صورت میں مرکز جاذبہ کی حرکت پر غور کرو۔

صورت (۱) ω کے گرد زاویائی حرکت کی وجہ سے مرکز جاذبہ کی خطی رفتار = ωn دائیں سے بائیں طرف۔

صورت (ب) ω جیسا ω پر فرض کیا گیا ہے مرکز جاذبہ کی خطی رفتار v = ωn دائیں سے بائیں طرف۔

گروشی حرکت صفر ہے۔

اب دونوں صورتوں کے تحت میں نقطہ O کی حرکت پر غور کرو۔

صورت (۱) حرکت صفر ہے۔

صورت (ب) خطی حرکت کی وجہ سے v = ωn دائیں سے بائیں طرف۔

اور گروشی حرکت کی وجہ سے v = ωn دائیں سے بائیں طرف۔

اس لئے ω ساکن ہے۔

پس دونوں صورتوں میں اس استوار جسم کے کسی دو نقطوں کو ایک ہی حرکت حاصل ہے۔ اس لئے کلی نقطوں کی حرکت ایک ہی ہے۔ یعنی مرکز جاذبہ سے n فاصلے پر کے محور کے گرد گروشی حرکت کے تجزیاتی اجزاء حسب ذیل ہیں:۔

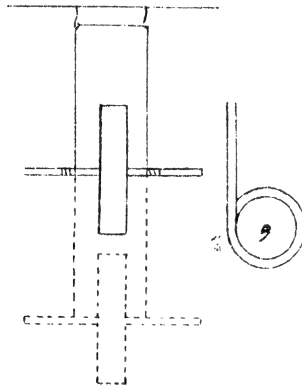
۱۔ مرکز جاذبہ سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد مساوی گردشی حرکت۔

۲۔ مرکز جاذبہ کی خطی حرکت (مستقیم)

قُص کی دھری پر لپٹی ہوئی ڈوریوں سے

سہارا ہوا قُص

ایک فولادی نیکلے پر چڑھا ہوا قُص دو ڈوریوں سے اس طرح لٹکایا جاتا ہے کہ دھری افقی وضع میں قائم رہے۔ قُص کو اوپر اٹھانے کے لئے دھری اس طرح گھمائی جاتی ہے کہ اس کے دونوں طرف ڈوریاں



شکل ۲۲۔ ڈوریوں سے سہارا ہوا قُص

ہموار اندہ لپٹتی جائیں۔ جیسا شکل ۲۲ سے واضح ہے۔ قُص کے چھوڑ دینے پر وہ نیچے کی طرف گرتا ہے۔ اور اس طرح گرے وقت دھری پر لپٹی ہوئی ڈوریوں کے کھلنے سے قُص میں گردشی حرکت اور نیچے کی طرف انتقالی حرکت بھی پیدا ہوتی ہے۔

اگر یہ قُص فاصلہ تک نیچے اُترے۔ اور اگر اُس کی

کمیتِ مادہ کب ہو تو حسب دستور
 ک ج ف = $\frac{1}{2}k + \frac{1}{2}m$ جہاں ر خطی رفتار سے اور ق قرص کی زاویائی رفتار اس وقت
 ہے جب قرص ف فاصلہ طے کر چکا ہے۔
 ہمیں یہ پہلے سے معلوم ہے کہ $r = \frac{1}{2}k$ جہاں ن دھری
 کا نصف قطر مع ڈوری کی نصف موٹائی ہے۔ جیسا شکل ۲۷ کے ملاحظے
 سے ظاہر ہے۔ چونکہ نقطہ و ساکن ہے اس لئے محور کے مرکزہ کی
 رفتار $r = \frac{1}{2}k$ وہاں $Q = \frac{1}{2}k$ دھری کا نصف قطر + ڈوری کی نصف موٹائی
 ر اور ق کی تعین — ڈوری کے نیچے تک پہنچنے کے وقت قرص
 کی خطی رفتار کرنے کے دوران میں اس کی اوسط خطی رفتار کی قیمت سے دوچند ہے۔
 کیونکہ یہ قرص پہلے صفر رفتار رکھتا ہے اور ہموار اسراع کے ساتھ نیچے اترتا ہے۔
 فرض کرو کہ قرص کا طے کیا ہوا فاصلہ = ف
 اس لئے اوسط رفتار $r = \frac{1}{2}k$ جہاں وہ وقت ہے جو قرص کو فاصلہ ف
 طے کرنے کے لئے درکار ہے

$$\text{اور آخری رفتار } r = \frac{1}{2}k = \frac{1}{2}k$$

ادقہ = $\frac{1}{2}k$
 تجربہ ۶۵۔ ڈوریوں سے لٹکائے ہوئے
 قرص کے جمود کے میار اثر کی تعین — تجربے کو

اس طرح مرتب کرو کہ قرص کے بہت ترین مقام پر اس کی دھری نقی
 وضع میں رہے اس کے بعد قرص کو اپنے محور کے گرد اس طرح
 گھماؤ کہ ڈوریاں لٹکے پر ہموار اند لپٹی جائیں۔ اور قرص اپنے بلند ترین
 مقام تک اٹھ جائے۔ بعد ازاں قرص کو جھوٹو دور اور ٹھیک اسی وقت
 ایک چل رکنی گھڑی بھی چلا دو۔ قرص کو بلند ترین مقام سے بہت ترین
 مقام تک گرنے میں جو وقت لگتا ہے اس کو ق بلند کر دو۔ اس سہارا سے

چند بار دہرانا چاہیے۔ اور وقت کی اوسط قیمت محسوب کرنی چاہیے۔ مثال
ف کی پائنٹس کرد۔ اور ذیل کی مساوات سے آخری رفتار ر کی قیمت نکالو۔

$$r = \frac{2}{f}$$

تکے اور ڈوری کے قطر خردہ پیمائش سے ناپو۔ اور اس سے ن کی
قیمت اخذ کرو۔ یہ ن تکے اور ڈوری کے نصف قطروں کا مجموعہ ہے۔
مساوات $r = \frac{2}{f}$ سے قمر کی قیمت نیم قطریوں فی ثانیہ میں دریافت
کرد۔ قمر اور تکے کا وزن براہ راست تول کر معلوم کرد۔ پس ہ کی
قیمت جاننے کے لئے جتنی مقداروں کی ضرورت ہے ان کی قیمتیں
معلوم ہیں۔

قمر کی تقریبی قیمت رشتہ
 $m = \frac{g}{m}$

سے بھی دریافت ہو سکتی ہے۔

یہ قیمت قمر تقریبی ہی حاصل ہوگی۔ ضابطہ مذکور اس حالت میں درست ہوگا جب
قمر کا مادہ اس کے تمام حجم پر ہموار نہ پھیلا ہو۔ اس تجربے میں یہ صورت ہرگز نصیب
نہیں ہے۔ کیونکہ دھری کو بھی ایک معتد بہ مادہ حاصل ہے اور یہ قمر پر ہموار نہ پھیلا
ہوا نہیں ہے۔



فصل نہم

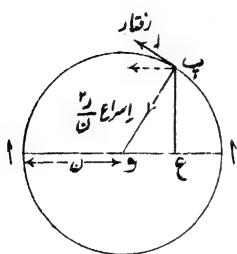
دوری حرکت

۱۔ خطی سادہ موسیقی حرکت

علم طبیعیات کی کل شاخوں میں ایسی صورتیں پیش آتی ہیں جن میں نقطے یا ذرے کی حرکت اپہتر ازی یا ارتعاشی قسم کی ہوتی ہے۔ کسی نقطے کی حرکت اُس وقت دوری کہلاتی ہے جبکہ اُس میں حرکت کا ایک ہی قسم کا سلسلہ وقت کے خاص مساوی وقفوں کے بعد بار بار واقع ہوتا ہے۔ حرکت کے مکمل سلسلے کو پورا کرنے کے لئے جو وقت درکار ہوتا ہے اُس کو حرکت کا وقت دوران کہتے ہیں۔ دوری حرکت کی آسان ترین شکل وہ حرکت ہے جو سادہ موسیقی حرکت کے نام سے مشہور ہے۔ اور بغرض تخفیف یہ حرکت اکثر میں احم، امح سے تعبیر کی جاتی ہے۔

خطی سادہ موسیقی حرکت کی تعریف علم ہندسہ کے نقطہ نظر سے یوں ہو سکتی ہے کہ وہ حرکت کسی دائرے کے قطر پر ایک ہزار تہ ویری حرکت کا ظل ہے۔

ایک ایسے نقطے پ کو تصور کرو جو کسی دائرے پر ہموار چال سے حرکت کر رہا ہے۔ فرض کرو کہ اس دائرے کا قطر ۲۲ ہے۔



اس پر نقطہ پ سے پ ع عمود ڈالو۔

تب عمود پ ع کا

پایہ یعنی نقطہ ع قطر ۱۲ پر سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ نقطہ ع کا

نقل مکان و ع ہے۔ اور یہ

نقطہ ع کے اوسط مقام و سے

ع کا فاصلہ ہے۔ نقطہ ع کو اوسط

مقام و سے جو زیادہ سے زیادہ

نقل مکان نصیب ہو سکتا ہے اس

کو محیط اہتزاز کہتے ہیں۔ اور یہ محیط اہتزاز دائرے کے نصف قطر

یا و ا کے برابر ہے۔ حرکت کی موجودہ ہیئت سے وہ وقفہ وقت

یا وقت دوران کی کسر مراد ہے جو نقطہ پ کے کسی ثابت نقطہ

مثلاً ا پر سے گزرنے کے بعد صرف ہو چکا ہے۔ اس ہیئت کو

زاویہ پ و ا سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔ حرکت کا وقت دوران

وہ وقفہ وقت ہے جو نقطہ ع کو قطر ۱۲ پر آگے پیچھے جانے میں

صرف ہوتا ہے۔ یہ وقت وہی وقت ہے جو نقطہ پ کو دائرہ و محولہ پر

پورا چکر گزرنے کے لئے درکار ہے۔

فرض کرو کہ پ کی رفتار کسی نقطہ پر رہے اور فرض کرو

کہ خط و پ کی زاویہ رفتار قدر نیم قطریں فی ثانیہ ہے۔ تو

$$\frac{\pi r}{3} = \frac{N \pi r}{r} = \text{وقت دوران} = 3$$

نقطہ ع کو سمت ۱۲ پر وہ رفتار حاصل ہے جو نقطہ پ کی

رفتار کے اس جزو تحلیلی کے ہمیشہ برابر ہے جو ۱۲ کے متوازی

ہے۔ پس اگر پ کی رفتار میں کوئی ایسی تبدیلی پیدا ہو جس کا اثر اس

کی رفتار کے ۱۲ کے متوازی جز پر پڑے تو اس تبدیلی کا اثر ع کی

رفتار پر بھی پڑیگا۔ لہذا ۱۲ پر نقطہ ع کی اسراع نقطہ پ کی اسراع کے
اُس جزو تخیلی کے برابر ہے جو ۱۲ کے متوازی ہے۔ مگر پ کی
اسراع پ و کی سمت میں $\frac{۱۲}{۲}$ ہے۔

اس لئے ع کی اسراع و کی طرف = $\frac{۱۲}{۲}$ جم پ و ع

$$= \frac{۱۲}{۲} \times \frac{۹}{۹} =$$

$$= (\frac{۱۲}{۲}) \times ع \text{ کا نقل مکان}$$

$$= ۶ \times ع \text{ کا نقل مکان}$$

پس یہ ظاہر ہے کہ خطی سادہ موسیقی حرکت میں نقطہ ایک
خط مستقیم پر ایسی اسراع سے حرکت کرتا ہے جس کی سمت ہمیشہ
خط مذکور کے ایک ثابت نقطہ کی طرف رہتی ہے۔ اور اس کی
مقدار ثابت نقطہ مذکور سے متحرک نقطہ کے فصل کے تناسب
رہتی ہے۔

مذکورہ بالا بیان سے ہمیں س - م - ح - کی ایک اور تعریف
ملتی ہے۔ اور اس کو بجائے پہلی تعریف کے استعمال کر سکتے ہیں۔

لہذا اگر ہم کو یہ معلوم ہو جائے کہ کوئی نقطہ مذکورہ بالا قسم
کی اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے تو نقطہ مذکور کی حرکت سادہ موسیقی
حرکت ہے۔ اور ثابت نقطہ متحرک نقطے کا اوسط مقام ہے۔ اور اس

س - م - ح کا وقت دوران، ثابت نقطہ سے کسی معلوم فصل پر کی
اسراع کے حدود میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ خواہ حرکت کی کوئی اور دورانی
خاصیت دی ہوئی نہ بھی ہو۔

مندرجہ بالا بحث میں نقطہ ع متحرک نقطے کا کام دیکھا۔ ع کی
حرکت کے چھوٹے اہتزاز کی کسی معین قیمت کے لحاظ سے ہم دائرے پر
گھومنے والے ایک نقطہ پ کو تصور کر سکتے ہیں جیسا اوپر بیان کیا

جا چکا ہے۔

اس نقطہ پ کی زاویائی رفتار کی ایک ایسی قیمت تہ ہوگی کہ
ع کی اسراع = $\frac{v}{r} \times \frac{v}{r}$ ع کا نقل مکان
اس نقطے کی اسراع یوں ظاہر کی جاسکتی ہے کہ

$$\text{اسراع} = \frac{v}{r} \times \frac{v}{r}$$

یہ ظاہر ہے کہ تہ کی وہ خاص قیمت جس سے مساوات بالا پوری
ہوتی ہے اہم ہے۔ اور اس لئے س۔ م۔ ح کا وقت دوران = $\frac{2\pi r}{v}$
علم حرکت میں یہ اکثر پایا جاتا ہے کہ متحرک ذرہ کے تمام مقامات پر قوت عالمہ کی سمت
کسی ایک ثابت نقطے کی طرف رہتی ہے۔ اور اس کی مقدار ثابت نقطہ مذکور سے
متحرک ذرہ کے فصل کے ساتھ متناسب رہتی ہے۔ یہ صاف ظاہر ہے کہ اگر ذرہ ثابت
نقطے پر ہو کر کسی خط مستقیم میں حرکت کرے تو اس کی حرکت سادہ موسیقی حرکت ہوگی۔
فرض کر دو کہ قوت مذکورہ مہ لا ہے۔ جہاں مہ ایک مستقل ہے
اور لا نقل مکان مستقل مدت کی قیمت ہے۔ جب نقل مکان اکائی ہے۔
اگر ذرہ کی کمیت مادہ ک ہو تو نیوٹن کے دوسرے قیثہ حرکت
سے اسراع ع کی قیمت حسب ذیل حاصل ہوتی ہے :-

$$ک ع = مہ لا$$

یعنی اسراع نقل مکان کے ساتھ تناسب راست رکھتی ہے۔
اور اس لئے حرکت س۔ م۔ ح ہے۔

اس مساوات سے یہ صاف ظاہر ہے کہ یہاں سے سابق بحث
کے م، تہ یا $\left(\frac{v}{r}\right)$ کا قائم مقام ہے۔

اس لئے وقت دوران کی قیمت حسب ذیل بلا توقف لکھی جاسکتی ہے۔

$$و = \frac{2\pi r}{v} ، \frac{2\pi r}{v} ع ، \frac{2\pi r}{v}$$

$$\text{یعنی } \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{v} \times \frac{1}{\frac{v}{r}} = \frac{2\pi r}{v} \times \frac{r}{v}$$

مساوات ہذا پر غور کرنے سے یہ معلوم ہوگا کہ وقت دوران و محیطہ متوازن کے غیر تابع ہے۔
وقت دوران کی اس مساوات کا استعمال نہایت وسیع ہے۔
اگر ہم کو کسی جسم کی گمیت مادہ معلوم ہو۔ اور اوسط مقام سے اُس کے نقل مکان کے حدود میں اُس پر عمل کرنے والی قوت بھی معلوم ہو۔ تو رشتہ مذکورہ بالا سے وقت دوران بلا توقف دریافت ہو سکتا ہے۔
م، اکثر قوت فی اکائی نقل مکان کہلاتا ہے یعنی مہ قوت کی وہ قیمت ہے جو جسم پر عمل کر کے اُس کو اپنے اوسط مقام سے ایک سمرٹھاوے۔

۲۔ زاویئی سادہ موسیقی حرکت

خطی حرکت اور زاویئی حرکت کے متعلق چند مقداروں کے درمیان جو مشابہت واقع ہے اُس کا ذکر پہلے کیا جا چکا ہے (صفحہ ۲۲۶ کی جدول ملاحظہ ہو)۔

خطی اور زاویئی س۔ م۔ ح کی بحث میں متذکرہ بالا مشابہت کی مدد لی جاسکتی ہے۔ پس ہم مندرجہ ذیل دعویٰ بلا توقف اخذ کر سکتے ہیں :-

جب کوئی جسم کسی جفت کے زیر عمل کسی محور کے گرد گھومے اور یہ جفت کسی خاص مقام کے لحاظ سے زاویئی نقل مکان کے تناسب ہو تو جسم مذکور سادہ موسیقی حرکت کریگا۔

بنا بریں اگر جسم پر عمل کرنے والے جفت اور زاویئی نقل مکان کا باہمی تعلق مساوات ج = سی ط سے ظاہر کیا جائے۔ تو زاویئی سادہ موسیقی حرکت کا وقت دوران

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{C}}$$

جہاں $\phi =$ جسم کے جہود کا معیار اثر محور کے گرد
سہ ماہی اکثر اوقات جفت فی اکائی مروڑ کہلاتا ہے۔ یعنی
ی جفت کی وہ قیمت ہے جو جسم پر عمل کرے گی اگر جسم مذکور اپنے اوسط مقام
سے ایک نیم قطری ہٹا دیا جائے۔

۳۔ دوری حرکت کی مثالیں

دوری حرکت کے وہ اقسام جن سے تجربے میں بالعموم واسطہ
پڑتا ہے شاذ و نادر حقیقی سادہ موسیقی حرکتیں ہیں۔ بہر حال بہت سی
صورتوں میں وہ اقسام سادہ موسیقی حرکتیں تصور کئے جاسکتے ہیں بشرطیکہ
حرکتیں جو پیدا کی جائیں کسی خاص چھوٹے حدود سے بڑھنے نہ پائیں۔
دوری حرکت کی اہم ترین صورتوں میں سے ایک صورت رتقاص کی حرکت
ہے۔ رتقاص نہ صرف وقت معلوم کرنے کے لئے عام طور پر استعمال کیا جاتا
ہے بلکہ مختلف قسم کی رتقاصوں کے وقت دوران کی تعینوں سے علم طبیعیات
کے اہم ترین نتیجے حاصل ہو سکتے ہیں۔

سادہ رتقاص کا وقت دوران

سادہ رتقاص مادے کا ایک وزنی ذرہ ہوتا ہے جو بالکل استوار
نقطہء تعلیق سے ایک بے وزن پیکدار اور ناقابلِ وسعت تار کے
ذریعے سے لٹکا ہوا شکل ۱۵۰ پر غور کرو۔ جب گولا اپنے اوسط مقام ϕ
سے ایک طرف ہٹا دیا جائے تو وہ ”گولا“ فوائے عالمہ کے زیرِ عمل
قوس پر ہوتا ہوا نقطہ ϕ کی طرف واپس آجائے گا۔ وہ اکیلی قوت جو قوس کی
سمت میں عمل کرنے والا جزو رکھتی ہے وہ گولے کا وزن ہے۔ اور یہ جزو
جو جسم کو نقطہ ϕ کی طرف حرکت دینے کا متقاضی ہے ک ج جب ϕ
کے مساوی ہے لہذا گولے پر ماسی قوت

ق = ک ج جب ϕ

اگر نرا ویڈیو نقل مکان بہت ہی چھوٹا ہو تو
مذکورہ بالا رشتہ یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$ق = ک ج ط$$

فرض کرو کہ گولے کا
نقل مکان توس کے اوپر لا ہے تو

$$ط = \frac{لا}{ل}$$

جہاں ل = گولے کے مرکز
بازو کا فاصلہ نقطہ تعلیق سے

$$اور ق = ک ج ل$$

اور یہ مساوات ق = مہ لا کی
شکل کی ہے۔ پس گولے کی حرکت

سادہ موسیقی حرکت ہے بشرطیکہ
نقل مکان لا بڑا نہ ہو۔

$$اس کا وقت دوران د = \frac{ک}{مہ} جہاں مہ = \frac{ک ج}{ل}$$

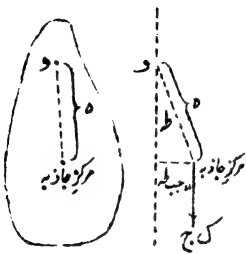
$$اس لئے د = \frac{ک ج}{ل}$$

مربک رقاص کا وقت دوران

اگر کسی جسم کے ماڈے کی کمیت اس کے تمام حجم پر یکساں پھیلی
ہوئی ہو تو جسم مذکور میں کسی محور کے گرد ارتعاش پیدا کر کے اس کو بطور
رقاص استعمال کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ ایک جسم محور و سے لگتا ہے (شکل ۷۵)۔

اگر وہ اپنے اوسط مقام سے ایک طرف ہٹا دیا جائے تو اس کا وزن مرکز جاذبہ ہو کر نیچے کی طرف عمل کرتا ہوا جسم میں واپسی معیار اثر پیدا کرے گا۔ محور کے گرد اس واپسی معیار اثر کی قیمت ک ج ہ جب ط ہے۔ یہاں ط وہ زاویہ ہے جس تک جسم اپنے ابتدائی مقام سے ہٹایا گیا ہے۔ اگر ط بہت ہی چھوٹا ہو تو ہم جب ط کے بجائے صرف ط



نکھل رہا ہے۔ - مرکب رتاقص

لکھ سکتے ہیں۔ اس صورت میں

واپسی معیار اثر یا جفت = ک ج ہ ط

اور یہ مساوات جفت = ی ط کی شکل کی ہے۔ جہاں ی = ک ج ہ لہذا جسم نقطہ سے گزرنے والے محور کے گرد زاویہ سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ اور اس کا وقت دوران

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

یہاں م، و سے گزرنے والے محور کے گرد جسم کے جمود کا معیار اثر ہے۔ اور م کو یوں لکھ سکتے ہیں کہ $M = (g + h)$ جہاں گ مرکز جاذبہ کے گرد جسم کا گردشی نصف قطر ہے۔

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{(g + h)M}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{g}}$$

یعنی

مرتعش متقاطیس کا وقت دوران

جب ط قطبی طاقت کا متقاطیس ح حدت کے میدان میں لٹکایا جائے تو اُس کے ہر قطب پر قوت ط ح عمل کرتی ہے۔

جب یہ متقاطیس اپنے اوسط مقام سے زاویہ طہ تک ہٹایا جاتا ہے تو قطبوں پر عمل کرنے والی قوتیں متقاطیس پر جُفت پیدا کرتی ہیں۔ جس کی قیمت



ط ح \times ۲ ل جب طہ ہے۔

یہاں ۲ ل متقاطیس کا طول ہے۔

۲ ل ط متقاطیس کا متقاطیس معیار اثر

کہلاتا ہے۔ اور اس کو حرث طہ سے تعبیر کرتے ہیں۔ لہذا

جُفت = ط ل ح جب ط

اگر ارتعاشیں چھوٹی ہوں تو

جُفت = ط ل ح طہ

اور ہم بلا توقف وقت دوران کی قیمت حسبِ ذیل معلوم کر سکتے ہیں :-

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{T H \theta}}$$

یہاں م = متقاطیس کے جمود کا معیار اثر اپنے محور ارتعاش کے گرد۔

مروری رتقاص کا وقت دوران

اب تک دوری حرکت کی جو مثالیں دی گئی ہیں اُن میں حرکتیں سادہ ہوسیتی حرکتیں اُس صورت میں تصور کی گئی ہیں جہاں زاویہ ارتعاش

چھوٹے ہوں۔ مروڑی رفاصلوں میں جن سے اب ہم بحث کریں گے جو حرکتیں ہوتی ہیں وہ بڑے زاویعی نقل مکان کی صورت میں بھی حقیقی سادہ موبیقی حرکتیں ہیں۔

اگر کسی تارکہ آفریقا سرا

جگر اُٹا ہوا ہو۔ اور اُس کا نیچے کا سرا
زاویہ طبعیہ قطر یوں تک مروڑا جائے
تو اُس میں جو ایسی جھٹ پیدا ہوتا ہے وہ



مرغولہ دار کمائی سے لٹکتے ہوئے مادے کا وقت دوران

مرغولہ دار کمائی سے لٹکتے ہوئے مادے کی دوری حرکت، حقیقی سادہ موسیقی حرکت کی ایک دوسری مثال ہے۔ فرض کرو کہ کمائی سے ک کیت کا لٹکتا ہوا مادہ کمائی کے طول میں $ل$ سمر کا اضافہ پیدا کرتا ہے۔ اس صورت میں کمائی کی قوت، لٹکتے ہوئے مادے کے وزن $ک$ ج کے برابر ہے۔ اور اس لئے قوت فی اکائی بڑھاؤ $\frac{ک}{ج}$ ہے۔ اگر کمائی میں ایک سمر کا مزید بڑھاؤ پیدا ہو جائے تو اب بڑھاؤ $ل + \text{اسمر}$ کے برابر ہوگا۔ اور کمائی مادے کو $\frac{ک}{ل + \text{اسمر}}$ (ل + ۱) ڈائن قوت کے ساتھ اوپر کی طرف کھینچے گی۔

لٹکتے ہوئے مادے پر عمل کرنے والی قوتیں حسب ذیل ہیں:۔

(۱) کمائی سے عمل کرنے والی قوت $ک$ ج (۱ + $\frac{ل}{ج}$) ڈائن اوپر

کی طرف۔

(۲) لٹکتے ہوئے مادے کا وزن $ک$ ج ڈائن نیچے کی طرف۔

ان دونوں قوتوں کا حاصل $\frac{ک}{ج}$ ڈائن اوپر کی طرف ہے۔

لہذا اس سے یہ ثابت ہوا کہ جب کمائی $ل$ اپنے مستقل مقام سے ایک سمر ہٹا دی جائے تو لٹکنے والا مادہ $\frac{ک}{ج}$ ڈائن کی قوت سے اوپر کی طرف کھینچ جاتا ہے اور یہ قوت، قوت فی اکائی نقل مکان ہے۔ اس لئے ارتعاش کا وقت دوران

$$\frac{ک}{ک ج} \pi^2 = \frac{ل}{ج} \pi^2 = د$$

جہاں $ل$ = کمائی کا مستقل بڑھاؤ جو لٹکنے والے مادے نے

پیدا کیا ہے۔

۴۔ دُوری حرکتوں کے تجربے

سادہ رتقاص کے ذریعے سے اسراع بوجہ
جاذبہ زمین (ج) کی تعیین

اسراع بوجہ جاذبہ زمین کے براہ راست دریافت کرنے میں بہت سی مشکلوں کا سامنا پڑتا ہے۔ اُس صورت میں بھی جہاں محض سرسری صحت پر نظر رہتی ہے۔ اس وجہ سے اُس کے دریافت کرنے کے لئے دوسرے ایسے طریقے اختیار کئے جاتے ہیں جو بالکل براہ راست نہیں۔ ان طریقوں میں سے ایک نہایت ہی آسان طریقہ وہ طریقہ ہے جس میں سادہ رتقاص استعمال کیا جاتا ہے۔ مختلف طول کے رتقاص کے وقت دوران کا مشاہدہ کیا جاتا ہے اور اوقات مشہودہ کو ضابطہ

$$d = \frac{L}{g}$$

میں داخل کر کے ج کی قیمت اخذ کر لی جاتی ہے۔ اس ضابطہ میں L = طول رتقاص، g = اسراع بوجہ جاذبہ زمین (صفحہ ۲۴ ملاحظہ ہو) تجربہ ۱۱۔ سادہ رتقاص کے ذریعے سے ج کی تعیین — نظری سادہ رتقاص ایک ایسے وزنی ذرے پر مشتمل ہے جس کے ابعاد لامتناہی چھوٹے ہوں۔ اور وہ ذرہ ایک بالکل استوار چمچی سے جکڑے ہوئے بے وزن اور ناقابلِ وسعت ریشے سے لٹکا ہوا ہو۔

مگر تجربے میں ہم مندرجہ بالا ذرے کے بجائے عموماً ایک چھوٹی اور بھاری گولی استعمال کرتے ہیں اور یہ گولی ایک باریک مضبوط

تاگے سے لٹکانی جاتی ہے۔ اس تاگے کے اُوپر کا بسر انہایت

مضبوط چمٹی سے جکڑ دیا جاتا

ہے۔ تاگے کا وہ نقطہ

جو چمٹی سے نیچے کی طرف

عین باہر نکلا ہوتا ہے رتاق

کا نقطہء تعلیق ہے۔ رتاق

کا طول دو فصل ہے جو نقطہ

مذکورہ بالا اور گولی کے مرکز

بازوہ کے درمیان واقع ہے۔

ایک مکمل ارتعاش

(آگے اور پیچھے) کا وقت

وہ وقت ہے جس میں گولی

اپنے ارتعاش کے اوسط

مقام پر سے ایک ہی سمت

شکل ۴۴ - سادہ رتاق

میں دو متواتر موقعوں پر گذرتی ہے۔ ارتعاش کے اوسط مقام کا

نشان کسی طرح لگا دینا چاہیے۔ مثلاً رتاق کی دوری کے پیچھے

کسی جسم پر کھربا سے کھینچا ہوا انتصابی نشان۔ وقت دوران کے

صحیح طور پر دریافت کرنے کے لئے رتاق کو متعدد ارتعاشیں کرنی

چاہئیں۔ (مثلاً ۵۰) اور ان ۵۰ ارتعاشوں کے مجموعی وقت کا مشاہدہ

چل رکنی گھڑی پر کر لینا چاہیے۔ فرض کرو کہ رتاق کو ۵۰ بار ارتعاش

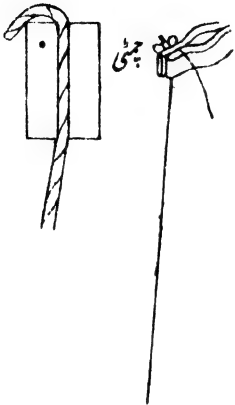
کرنے میں ۹ ثانیہ صرف ہوتا ہے تو وقت دوران ۹ ثانیہ ہوگا۔

چل رکنی گھڑی کی مدد سے ارتعاشوں کے وقت دریافت

کرنے میں مناسب یہ ہے کہ نشان کے سامنے سے دوری کے پہلے

پہل گزرتے وقت ۳ کہا جائے۔ اور اس کے بعد پیچھے کی طرف

نشان کیا جائے، مثلاً



گزرنا چاہیے کیونکہ ل' د کے تناسب ہے۔ (دیکھو شکل ۵۹ صفحہ ۲۵۶)

مقعر آئینے پر ایک گڑے کو حرکت دیکر ج کی تئیں

تجربہ زیر بحث سے دوری حرکت کی ایک دلچسپ مثال ملتی ہے۔ مگر یہاں متحرک جسم کے جمود کے معیار اثر جاننے کی ضرورت ہے۔ سادہ رتقاص میں گولی ایک ایسے نصف قطر کے دائرے کے قوس پر حرکت کرتی ہے جو دوری کی لبان کے برابر ہے اور حرکت خالص انتقالی حرکت ہے۔ اور صرف آگے پیچھے کی حرکت کے سوائے گولی میں اس کے مرکز جاذبہ کے گرد کوئی گردش حرکت نہیں ہوتی۔

مقعر آئینے پر لڑھکنے والے گڑے میں جو حرکت ہوتی ہے وہ بہہ طور سادہ رتقاص کی گولی کی حرکت کے مشابہ ہے۔ مگر صرف اس میں اتنا فرق ہے کہ گڑے آگے پیچھے حرکت کرنے کے سوا اپنے مرکز ثقل کے گرد گھومتا بھی ہے۔ لہذا مقعر آئینے پر لڑھکنے والے گڑے پر غور کرتے وقت ہم کو اس کی دونوں محوری اور انتقالی حرکتوں کا لحاظ رکھنا چاہیے۔ ان دونوں حرکتوں میں کسی نقطے پر متحرک جسم کی توانائی بالفعل اس توانائی بالقوہ کے برابر ہے جس کو جسم مذکور اپنی ارتعاش کی آخری حد سے نقطہ زیر بحث تک گرنے میں کھو چکا ہے

سادہ رتقاص میں جہاں حرکت خالص انتقالی ہے۔ توانائی بالفعل $\frac{1}{2} k v^2$ ہے۔ اور کھولی ہوئی توانائی بالقوہ $k h$ ہے۔

$$\frac{1}{2} k v^2 = k h \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2} v^2 = h$$

آئینے پر لڑھکنے والے گڑے میں توانائی بالفعل $\frac{1}{2} k v^2 + \frac{1}{2} k \omega^2 r^2$ اور کھولی ہوئی توانائی بالقوہ $k h = \frac{1}{2} k v^2 + \frac{1}{2} k \omega^2 r^2$

اب کڑے کے جوہر کا معیار اثر (۵) اُس کے مرکز کے گرد
پہلے ک ن ہے اس لئے مساوات بالا ذیل کی صورت اختیار
کرے گی :-

$$\text{ک ج ف} = \frac{1}{2} \text{ ک} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \text{ ک} \right) = \frac{2}{3} \text{ ک}$$

اور سطح پر نقطہ تماس ساکن ہے۔ اس لئے
مرکز کی خطی رفتار $r = \omega r$ جہاں r کا نصف قطر
ہے (صفحہ ۲۲۵ دیکھو)

۱۰۰ = ۱۰۰

تیس مقرر آئینہ پر کر کے کی حرکت ظاہر کرنے والی مساوات حسب ذیل شکل کی ہوگی۔

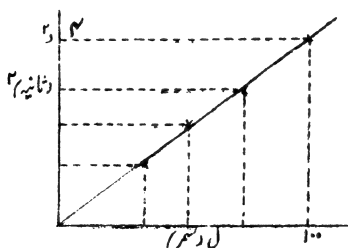
ک ج ف = $\frac{1}{4} \text{ ک} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \text{ ک} + \frac{1}{4} \text{ ک}$ (نقہ ۲)

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$

$$2 - \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} \right) =$$

$$2 \left(\frac{5}{2} \right) = 5$$

لہذا سادہ رقص کی گولی اور مقعر آئینے پر حرکت کرنے والا کرہ اگر ایک ہی قسم کا راستہ اختیار کرے تو کسی خاص محل پر گرنے کی رفتار سادہ رقص کی گولی کی رفتار سے ہمیشہ کم ہوگی۔



شکل ۴۹۔ سادہ رتقاص کی ترکیب

اگر $r =$ رقاص کی گولی کی رفتار کسی مقام پر $p =$ کُرے کی رفتار
اسی مقام پر تو
 $r = 2 = 2$ ج ف اور

$p = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (ج ۲ ف) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ر
بناء بریں راستے کے کل نقطوں پر لڑھکنے والے کُرے
کی رفتار رقاص کی گولی کی رفتار کے صرف $\frac{1}{2}$ کے برابر ہوگی۔
اس لئے کسی مفروضہ حرکت طے کرنے میں تیز رفتار رقاص
کی گولی کو جتنا وقت درکار ہوگا کُرے کو اس وقت کے $\frac{1}{2}$ حصہ کی
ضرورت ہوگی۔

اب ہمیں معلوم ہے کہ سادہ رقاص کا وقت دوران
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
اس لئے دیا یہی راستہ طے کرنے میں لڑھکنے والے
کُرے کا وقت دوران
(د) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ہوگا۔

یعنی $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ج
کُرے کا راستہ (ص - ن) نصف قطر کا قوس ہے۔ جہاں
ص = مقعر آئینے کا نصف قطر انحناء اور ن = کُرے کا نصف
قطر۔ اس سادہ رقاص کا طول جس کا لنگر وہی راستہ طے کرتا ہے جو کہ طے
کرتا ہے (ص - ن) کے برابر ہے۔
لہذا ایسے سادہ رقاص کا وقت دوران

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ ج}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ ج}$$

اس لئے آئینے پر کے کُرسے کا وقتِ دوران

$$\frac{\frac{4}{5}(n-1)}{n} \quad \pi^2 = 1$$

فجر ۴۷۔ مقعر آئینے پر حرکت کرنے والے

کڑے کے ذریعے سے ج کی قیسین — آئینے کے انحنائے کے نصف قطر کو گردیت پیا۔ کے ذریعے سے اور کڑے کے نصف قطر کو سرل چاپ سے ناپ لو۔ کڑے اور آئینے کو گرد سے پاک کر لو۔ آئینے پر کڑے کی دس یا بیس مکمل ارتعاشوں کا مجموعی وقت چل مرنی گھڑی سے دریافت کرد۔ اور اس سے وقت دوران کی قیمت اخذ کرو۔ وقت دریافت کرنے کے تجربے کو تین بار دہراؤ۔

ج کی قیمت ذیل کی مساوات سے مشوب کر دے۔

$$\frac{\frac{4}{5}(m-n)}{3} \quad \pi r^2 h$$

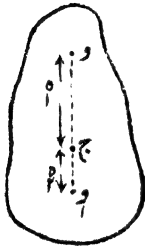
$$\frac{2\pi r^2 \times \frac{1}{2} \times (n-1)}{1} = J$$

مرکب نظام

جب کوئی اُستوار جسم اس طرح قائم کیا جائے کہ وہ کسی افقی محور کے گرد گھوم سکے تو جسم مذکور اپنے تعادل کے مقام کے گرد ارتعاش کرے گا (اس کے متعلق صفحہ ۲۴۸ دیکھو)

فرض کر دو کہ $\rho = \text{ک گ/سم}^3$ جہاں ρ جسم کے مرکزِ جاذبہ ج سے گزرنے والے ایک افقی محور کے گرد جسم مذکور کے

جمود کا معیار اثر ہے۔
 شکل ۹۱ میں فرض کرو
 کہ جسم ایک ایسے محور کے گرد
 ارتعاش کر رہا ہے جو کاغذ کی سطح
 پر علیٰ القوائم ہے۔ اور نقطہ و
 سے گزرتا ہے۔ اس نقطہ و کو
 مرکز تعلیق کہتے ہیں۔ نقطہ و سے
 گزرنے والے محور کے گرد جمود کا
 معیار اثر ذیل کی مساوات سے حاصل
 ہوتا ہے:-



شکل ۹۱ - مرکب رتقاص

$$J = J_1 + J_2$$

$$= J_1 + J_2$$

ک (گ + ۲) جہاں $J = J_1 + J_2$ و ج
 صفحہ ۲۴۹ میں یہ ثابت کیا جا چکا ہے کہ مرکب رتقاص کا وقت دور

$$\frac{J}{J_1 + J_2} \pi^2 = d$$

$$\frac{J}{J_1 + J_2} \pi^2 =$$

سادہ رتقاص جس کا وقت دوران وہی ہے جو مندرجہ بالا
 رتقاص کا اس کا طول ل حسب ذیل مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$L = \frac{J_1 + J_2}{J}$$

اور یہ طول سادے معادل رتقاص کا طول کہلاتا ہے۔
 اگر یہ ممکن ہو کہ جسم کے مادے کی ساری کیت بڑھائے ہوئے

خط و ج میں ایک ایسے نقطے پر منبج ہو جائے جو محورِ تعلیق سے فصلِ مذکور پر واقع ہو تو وقتِ دوران اور مقامِ تعادل میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہوگی۔ اور یہ نقطہ و اس طرح واقع ہوگا کہ فصل و $و = ل$ ۔ محورِ تعلیق او کے لحاظ سے نقطہ و مرکزِ ارتعاش کہلاتا ہے۔

ج سے و کا فاصلہ $و$ مندرجہ ذیل کے رشتے سے حاصل ہوگا۔

$$ل = و + و$$

مرکزِ تعلیق اور مرکزِ ارتعاش آپس میں بدلے جاسکتے ہیں۔ کیونکہ

$$ل = و + و$$

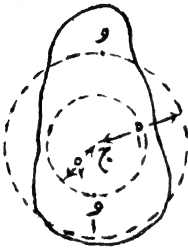
$$\frac{و + و}{و} = و + و$$

(۱) $و = و + و$
 یا کو مساداتِ بالا کے ہر پہلو میں جمع کر کے
 $و + و = و + و$

(۲) $و = و + و$ یا

اب $و + و$ اس سادہ رفاص کا طول ہے جس کا وقت دوران دہری ہے جو جسم کا جب جسم مذکور نقطہ و سے لٹکایا جائے اور یہ فاصلہ مسادات (۲) کے $و + و$ کے برابر ہے۔ یعنی وقت دوران ایک ہی رہیگا خواہ جسم نقطہ و سے یا نقطہ و سے لٹکایا جائے۔ یعنی اس کے معنی یہ ہیں کہ مرکزِ تعلیق اور مرکزِ ارتعاش

آپس میں بدلے جاسکتے ہیں۔
 اُن نقطوں کا حیز جن کے لئے مستقل ہے
 مذکورہ بالا و اور و محوروں کے علاوہ اور بھی محور ہیں جن کے
 گرد جسم کا وقت دوران وہی رہتا
 ہے جو و اور و کے گرد۔



اگر مرکز ج اور نصف
 قطرہ اور و کے دو دائرے کھینچے
 جائیں۔ اور ان دائروں میں سے
 کسی ایک پر کوئی متوازی محور اترنا
 لیا جائے تو وقت دوران ایک
 ہی رہے گا۔

نقل ۹۲۔ اُن نقطوں کا حیز جن کے لئے (د) مستقل ہے

ہ کے ساتھ د کا تغیر۔ کم سے کم وقت دوران۔ جب
 محور تعلیق مرکز جاذبہ میں سے گزرتا ہے تو وقت دوران لامتناہی
 بڑا ہو جاتا ہے۔ اگر محور مذکور لامتناہی فاصلے پر واقع ہو تو پھر
 وقت دوران لامتناہی ہو گا لہذا محور کا کوئی درمیانی مقام ایسا بھی
 ہو گا جس کے لئے وقت دوران کم سے کم قیمت رکھیں گا۔
 ہمیں معلوم ہے کہ

$$\frac{a^2 + b^2}{c^2} = 2$$

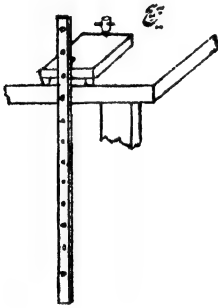
د کی قیمت اس وقت کم سے کم ہوگی جب $\frac{a^2 + b^2}{c^2}$ کی
 قیمت کم سے کم ہوگی۔

$$\frac{(a^2 + b^2) - (c^2 - a^2 - b^2)}{2} = \frac{a^2 + b^2}{2}$$

$$: \quad \frac{(a^2 + b^2) - (c^2 - a^2 - b^2)}{2} = \frac{a^2 + b^2}{2}$$

یہ صاف ظاہر ہے کہ اس رقم کی قیمت اس وقت کم سے کم ہوگی جب $h = g$ ۔
اس صورت میں سادہ معادل رتاقص کا طول $= 2g$ ۔
اور ہر دو نقطے g اور g مرکز جاذبہ ج سے g فاصلے پر واقع ہیں۔

کم سے کم وقت دوران $2g = 2g$ ۔
تجربہ ۲۔ مرکب رتاقص۔
کی تشریح کے لئے میٹر طول کی ایک مستطیلی سلاخ جس کی
ساری لمبائی میں مساوی مساوی فاصلوں پر (تقریباً دو دو سمر پر)
سوراخ بنے ہوں، ایک ایسے محور سے لٹکائی جاسکتی ہے جس کا
افقی وضع میں رہنا ضروری ہے (شکل ۹۳ للاحظہ ہو)۔



(۱) سلاخ کے ایک سرے
سے شروع کر کے ہر تیسرے سوراخ
سے سلاخ کو لٹکا کر اس کا وقت دوران
دریافت کرو۔ مگر وقت دوران
محسوب کرنے کے لئے ۵۰ مکمل
ارتعاشوں کے مجموعی وقت کا مشاہدہ
کرنا چاہیئے۔

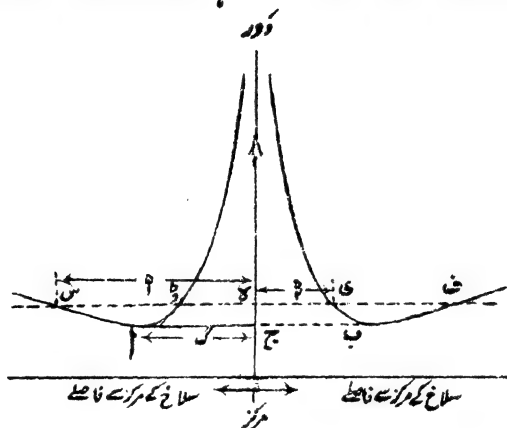
(۲) مرکز جاذبہ سے مختلف
فاصلوں پر سلاخ کو لٹکا کر وقت
دوران دریافت کرنے کے بعد

شکل ۹۳۔ سلاخی رتاقص

ان فاصلوں اور وقت دوران کی ترسیم کھیچو۔ سلاخ کے دونوں
کے لحاظ سے ترسیم میں دو متساوی شاخیں ہونگی ترسیم کے ملاحظہ
سے یہ ظاہر ہوگا کہ نقطوں ۱ اور ۲ پر وقت دوران کی قیمت
کمترین ہے۔

(۳) منحنی سے ان کمترین اوقات دوران کے لئے سلاخ پر سوراخ

دریافت کرو۔ اور اس کترین وقت دوران کے سوراخ کے درنوں طرف دو سورافوں کے لئے وقت دوران نہایت صحت کے ساتھ



شکل ۹۲۔ مرکب رقبائل کی ترسیم

دریافت کرو۔ اور اس سوراخ کے لئے بھی وقت دوران نہایت صحت کے ساتھ دریافت کرو جہاں یہ وقت دوران کترین قیمت رکھتا ہے۔ ان پانچ سورافوں میں سے ہر ایک کے لئے کم سے کم سوراقائیں یعنی چاہئیں تاکہ منحنی کے اس حصے میں نقطے بہت ہی صمیم حاصل ہوں۔ اور ب کے مقامات سے گزریافت کرو:-

$$گ = ا = ج = ب = ج$$

(۴) شکل ۹۳ میں ایسے نقطے مثلاً س۔ ڈ۔ ی۔ ف دریافت کرو جن میں سے ہر ایک کے لئے وقت دوران ایک ہی ہے۔

اس لئے اگر س = ا کو تعبیر کرے۔ ا = ی = ہ

ا = ف = ہ اور ا = ڈ = ہ

ذیل کے ضابطے سے گردش نصف قطر کی قیمت معلوم کرو۔

$$گ = ا = ج = ب$$

سادے معادل رقااص کا طول دریافت کرو۔ یہ طول

$$ل = ۵ + ۵$$

اور ذیل کے ضابطے سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

$$\frac{ل}{ج} = ۲۲$$

(۵) منحنی کے نقطے ۲ اور ج کے لئے کمترین وقت دوران د
دریافت کرو اور ذیل کے ضابطے سے گ کی قیمت محسوب کرو:

$$۲ = \frac{۲۲}{ج} \quad \text{اگر ج کی قیمت معلوم ہو}$$

(۶) جسم کا کثیت ماڈل نکھ دریافت کرو۔ اور ذیل کے ضابطے
سے اُس کے جمود کا معیار اثر محسوب کرو۔

$$۵۰ = ک \times گ$$

گ کی مختلف قیمتیں ۳، ۴، ۵ اور (۵) میں حاصل ہوئی ہیں
اُن سب میں مطابقت ہونی چاہیئے۔ اور یہ قیمتیں تقریباً سلاخ کے
طول کا $\frac{۱}{۱۱}$ ہونی چاہئیں۔ بشرطیکہ طول کے مقابلے میں سلاخ کا
عرض نظر انداز کر دیا جائے (ضمیمہ میں جمود کے معیار اثر کا بیان ملاحظہ ہو)۔

تجربہ ۵۹۔ استواری کے مقیاس کی
نقین اور انعکاش سے — ایک سلاخ یا ایک قرص یا
جمود کے معلومہ معیار اثر کا کوئی دوسرا جسم ایک ایسے تار سے
لٹکاؤ جس کا اُپر کا سہرا مضبوط جکڑا ہوا ہو۔

جسم کا وقت دوران اُس حالت میں دریافت کرو جب وہ
مڑوڑی رقااص کی طرح حرکت کرتا ہو۔

تار کا طول اور اُس کا نصف قطر ناپو۔ لٹکے ہوئے جسم کے
جمود کا معیار اثر اُس کے ماڈل کی کثیت اور اُس کے ابعاد کے
علم سے دریافت کرو۔

مسند بر ذیل مساوات سے استواری کے مقیاس کی قیمت اخذ کرو۔

$$\left[\frac{52}{\pi} \right] \pi^2 = 3$$

$$\frac{52}{\pi} = \text{یا استواری کا مقیاس}$$

اسی تار سے دو اجسام کو بطور مڑوڑی رتاقص استعمال کر کے ان کے جمود کے معیار اثر کا مقابلہ کرو۔

$$\left[\frac{2}{\pi} \right] \pi^2 = 1 \quad \text{ہر ایک جسم کے لئے۔}$$

$$\left[\frac{2}{\pi} \right] \pi^2 = 2 \quad \text{دوسرے جسم کے لئے۔}$$

چونکہ وزن ہم ایک ہی تار سے لٹکائے گئے ہیں اس لئے

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

جیسے پہلے سے۔ مرغولہ دار کمائی سے لٹکتے ہوئے مادے کا وقت دوران (ارتعاش) کا مشاہدہ کر کے ج کی قیمتیں — مرغولہ دار کمائی سے ایک مادہ لٹکاؤ۔ اور اس مادے کو آہستہ سے لٹکانے پر کمائی میں جو بڑھاؤ پیدا ہوگا اس کو دریافت کرو۔ مادے میں انتصابی ارتعاش پیدا کر کے اس کا وقت دوران دریافت کرو۔

ذیل کے ضابطے سے (جس کا ثبوت صفحہ ۲۵۱ میں دیا جا چکا ہے) ج کی قیمت محسوب کرو۔

$$\left[\frac{1}{J} \right] \pi^2 = 2$$

فصل دہم

گیس : بار پیا اور کُلّیۂ بائیل

۱۔ گیسوں کی خاصیتیں

مادّے کی اُپر شکلوں سے گیس اس حیثیت سے مختلف ہے کہ گیس جاں جگہ پاتی ہے اس کو بھر دیتی ہے۔ ایک خاص حجم میں خواہ گیس کی مقدار کتنی ہی چھوٹی ہو وہ تمام حجم میں پھیل جاتی ہے۔ گیس کی شکل کی اشیاء میں یہ خاصیت ایک نہایت ہی عجیب خاصیت ہے اور اس خاصیت کو ہم ان اشیاء کا پھیلاؤ کہہ سکتے ہیں۔

اس فصل میں ہم صرف اُن گیسوں کے مظاہروں پر بحث کریں گے جن کا تعلق مستقل تپش سے ہے۔ اور تپش کی تبدیلیوں کے اثرات کی تحقیقات حرارت کے باب میں کی جائیگی۔

کُلّیۂ بائیل

جب کہیں گیس کی ایک مستقل مقدار کے حجم میں تبدیلی واقع ہوتی ہے تو گیس کا دباؤ ایک خاص طریقے سے بدل جاتا ہے چنانچہ اگر تپش مستقل قائم رکھی جائے دباؤ اور حجم میں

تناسب معکوس رہتا ہے۔ یہ رشتہ حسب ذیل آسان شکل میں لکھا جاسکتا ہے:-

$$\text{دباؤ} \times \text{حجم} = \text{مستقل}$$

۱۶۶۲ء میں سر ایوٹ بائیل انگریز سائنس دان نے اس رشتے کو پہلے پہل بیان کیا تھا۔ اور یہ رشتہ کلیپہ بائیل کے نام سے مشہور ہے۔ فرانس میں بھی ایک سائنس دان مسی ماسری ۱۷۸۷ء نے چودہ برس بعد بطور خود اس کلیے کا دعویٰ بیان کیا۔ اور اس بناء پر یہ کلیہ انگلستان کے سوائے تمام ممالک یورپ میں کلیہ ماسری ۱۷۸۷ء کے نام سے مشہور ہے۔ (نوٹ:- اس کے متعلق انگریزی کتاب ٹیٹ کا خواص مادہ ضمیمہ ۷۷ دیکھو)۔

یہ ظاہر ہوگا کہ مستقل پیش پرگیس کے مظاہروں کی تحقیقات کے لئے یہ ضروری ہے کہ ہم اس کے حجم اور دباؤ کی پیمائش کے ذرائع مہیا کریں۔

حجم کی پیمائش میں کسی قسم کی دقت پیش نہیں آتی مگر دباؤ کی پیمائش کے لئے کچھ تشریح کی ضرورت ہوگی۔

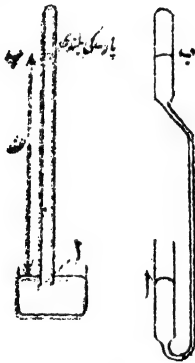
۲۔ گروہ ہوائی کے دباؤ کی پیمائش۔
بند حجم کی گیسوں کے دباؤ کی پیمائش پر بحث کرنے سے قبل پہلی چیز جس کا جاننا ضروری ہے وہ یہ ہے کہ ہوا بہت بڑا دباؤ ڈالتی ہے۔

باریچا

اس امر کے اظہار کے لئے ایک میٹر لمبائی کی شیشے کی

ایک نلی کے کراس کا ایک سہرا بند کر دیا جاتا ہے۔ پھر اس نلی کو پارے سے بالاب بھر کر ایک پیالے میں جس میں پارا پہلے سے موجود ہو اس طرح اوندھایا جاتا ہے کہ نلی کا کھلا ہوا منہ پیالے کے پارے کے اندر چلا جائے باوجودیکہ نلی میں پارے کے سوا اسے کوئی اور شے داخل نہیں کی جاتی ہے۔ اوندھانے پر نلی کا پارا فوراً کچھ نیچے آکر آتا ہے۔ پارا سب کا سب نلی سے نہیں گر پڑتا۔ بلکہ ایک خاصا بڑا تقریباً ۵، سمر بلندی کا پارے کا ستون نلی میں رہ جاتا ہے۔ اور یہ ستون کمر ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے سہارا ہوا رہتا ہے۔ اس ساخت کی نلی بار پچا کی نئی کہلاتی ہے۔

شکل ۹۵ میں نلی کے اس نقطہ ۲ پر کے دباؤ پر غور کرو جس کی سطح وہی ہے جو نلی سے باہر کے پارے کی آستاد سطح ہے اس نقطے کے اوپر



شکل ۹۵۔ بار بجا کی سادہ شکلیں

کثافت اور بلندی فاس سمر پارے کا ستون قائم ہے۔ اور یہ ستون اس نقطہ ۲ پر دباؤ بمقدار ف ت ج ڈائین فی مربع سمر ڈالتا ہے۔ نلی کے اندر کے پارے کے اوپر جگہ ب بالکل خلا ہے سوا پارے کے بخار کی نہایت ہی نحیف مقدار کے جس کا اثر نظر انداز کر دیا جاتا ہے۔ اس لئے نقطہ ۲ پر مجموعی دباؤ صرف

پارے کے ستون کے سبب سے ہے یعنی ملی کے اندر نقطہ ۲ پر دباؤ = ف ت ج ڈائین فی مربع سمر۔ جو دباؤ نلی کے باہر پارے کی آزاد سطح پر عمل کرتا ہے وہ صرف خارجی کمر ہوائی کا دباؤ ہے۔

مانع کی ایک ہی افقی سطح کے کل نقطوں پر دباؤ ایک ہی ہے۔ اس لئے ٹی کے اندر نقطہ ۲ پر دباؤ باہر کی سطح کے اوپر کے دباؤ کے بالکل برابر ہے۔ کیونکہ ۲ اُسی افقی سطح میں واقع ہے جس میں باہر کی سطح ہے۔ ۲ پر دباؤ ف ت ج ہے۔ اور باہر کے پارے کی سطح پر دباؤ ماکرہ ہوائی کا دباؤ ہے۔

اس لئے کرہ ہوائی کا دباؤ = ف ت ج ڈائمن فی مربع جو مکھ کرہ ہوائی میں تپش کی تبدیلی ایک چھوٹی حد کے اندر ہوتی ہے اور اس حد کے اندر پارے کی کثافت تقریباً مستقل رہتی ہے۔ اس لئے قاعدہ ہے کہ دباؤ کو پارے کی بلندی سے سمجھ میں بیان کرتے ہیں۔ مگر حقیقت حال یہ ہے کہ اس طریقے سے دباؤ کی جو قیمت ملیگی وہ صفر درجہ می پر کے پارے کے اسطوانہ کے طول کی رقوم میں ہوگی۔ لیکن معمولی مقاصد کے لئے تپش کی وجہ سے تصحیح کرنے کی خدائ ضرورت نہیں کیونکہ کثافت کی تبدیلی بہت ہی کم ہوتی ہے۔ اگر اس تصحیح کی ضرورت ہو تو اس کا حساب بلا دقت ہو سکتا ہے (صفحہ ۲۷۸ ملاحظہ ہو)۔

مزید برآں ج کی قیمت تمام کرہ زمین کی سطح پر یکساں نہیں ہے۔ اس لئے عرض البلد اور سطح سمندر کی بلندی کی وجہ سے جس تصحیح کی ضرورت ہوگی اس کو حساب میں داخل کرنا چاہیئے تاکہ پارے کی مشہودہ بلندی اُس بلندی میں تحویل ہو جائے جو اس کو سطح سمندر اور ۵۰ م عرض البلد پر حاصل ہو۔ بہر حال اس تصحیح کی ضرورت صرف اُس وقت پڑتی ہے جب غایت درجے کی صحت ملاحظہ ہو۔

چونکہ ہم کو ف اور ج کو تقریباً مستقل تصور کرنے کا مجاز ہے

اس لئے کرّہ ہوائی کا دباؤ، پارے کی ایک خاص بلندی ف کے مثل کہا جاسکتا ہے۔ اور یہ بلندی بار پیمائی کی بلندی کہلاتی ہے۔

یہ بلندی پارے کے اُسٹوانہ کی وہ بلندی ہے جس کو مذکورہ بالا ساخت کے بار پیمائی کی فلی میں کرّہ ہوائی سہارتا ہے۔
 آجکل Meteorology (شہابیات) کا محکمہ کرّہ ہوائی کے دباؤ کو اُن اکائیوں میں ظاہر کرتا ہے جو مطلق سن گگ شا نظام کی اکائیوں کے اصناف ہیں۔ اور بعض جدید بار پیمائی اس طرح درجہ بند کئے گئے ہیں کہ اُن میں دباؤ کی قیمتیں ان اکائیوں میں براہِ راست پڑھ لی جاسکتی ہیں۔

دباؤ کی مروجہ اکائی بار (Bar) کہلاتی ہے اور یہ اکائی ماڈرین فی مربع سمر کے برابر ہے۔ دو چھوٹی اکائیاں بھی مستعمل ہیں۔ سنٹی بار (Centibar) اور ملی بار (Millibar) جو بالترتیب $\frac{1}{100}$ اور $\frac{1}{1000}$ بار (Bar) ہیں۔
 بار (Bar) عرض البلد 45° میں صفر درجہ مٹی پر کے پارے کی ۱.۰۱۵ سمر بلندی کے دباؤ کے مثل ہے۔

طبعی کرّہ ہوائی (پارے کا ۶، سمر) ایک بار (Bar) سے قدرے بڑا ہے۔ اور اس کی قیمت ۱۰۱۳.۲۷ ملی بار (Millibar) ہے۔

بار پیمائی کی مروجہ شکلیں

لانمانٹی کی شکل کا — اس کام میں جہاں غایت درجہ کی صحت مقصود نہ ہو سادہ لانمانٹی کی شکل کا (جیسا شکل ۹۵ میں دکھایا گیا ہے) بار پیمائی کافی بکار آمد ہوگا۔ یہاں ۲ کی آزاد سطح متذکرہ بالا وضع کے بار پیمائی میں حوصک کے پارے کی آزاد سطح کے بجائے ہے۔

سرے کے قریب نلی موڑ دی گئی ہے تاکہ پارے کی دو سطحیں جن کی بلندی کے فرق کی پیمائش مقصود ہے ایک ہی انتصابی خط میں رہیں۔

نلی کے حصے ۱ اور ب خاصے چوڑے قطر کے ہونے چاہئیں۔ اور ان کی عمودی تراشیں آپس میں برابر ہونی چاہئیں۔ تاکہ سطحی تناؤ کی وجہ سے بلندی کے مشاہدے میں غلطی داخل نہ ہو۔ بلندیاں ایک ایسے پیمانے پر پڑھی جاتی ہیں جو عموماً خود نظروں پر کھڑا ہوتا ہے۔ بلندی سطوح ب اور ۱ کا عمودی فاصلہ ہے۔ اس شکل میں صحت جو قابل حصول ہے کچھ زیادہ درجے کی نہیں۔ پیمانے کے ہر بار پڑھنے میں جو غلطی داخل ہو سکتی ہے وہ نصف متر تک پہنچ سکتی ہے۔ اور چونکہ یہاں پیمانے کو دو دفعہ پڑھنا پڑتا ہے اس لئے غلطی جو یہاں ممکن ہے ایک متر تک ہو سکتی ہے۔

فورٹن کا بار پیمائش

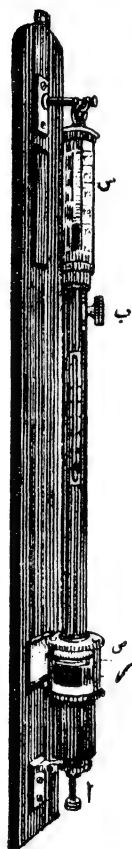
اس قسم کے بار پیمائش عموماً طبیعیات کے معاملوں میں ہائے جاتے ہیں جہاں اکڑ ہوائی کے دباؤ کے صحیح مشاہدوں کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ آہ سادہ قسم کے بار پیمائش کی نلی (صفحہ ۲۶۷) سے زیادہ مختلف نہیں ہے۔ فرق صرف یہ ہے کہ اس آلے میں پارے کی دو سطحوں کے پڑھنے کا طریقہ خاص ہے۔

تجربہ کار۔ فورٹن کا بار پیمائش پڑھنا۔ پارے کی بلندی دریافت کرنے کے لئے مندرجہ ذیل دو ترتیبیں ضروری ہیں:-

(۱) حوضک کی ترتیب۔ نلی کے نیچے کے سرے پر چڑھ

کی تھیلی میں پارا رہتا ہے۔
اور اس تھیلی کی شکل اس
کی تہ پر گئے ہوئے پیچ ۲
کے ذریعہ سے بدلی جاسکتی
ہے۔ بار پیا کے ڈھا۔ نیچے
سے مانتی دانت کا ایک
چوٹا مخروطی نصب رہتا
ہے۔ اور اس مخروط کی
راس ص بار پیا کے
پیانے کا صفر ہے (شکل ۹۶)۔

پیچ ۲ کو گھما کر پائے
کی سطح مانتی دانت کے
اس مخروط کی راس تک
پڑھا دی جاتی ہے۔ اور
پیچ اس وقت تک گھمایا
جاتا ہے کہ راس مذکورہ
اور بارے میں اس کا
خیال میں ملے ہوئے
دکھائی دیں۔ اور بارے
کی سطح میں اس
مذکورہ پر کسی قسم
کا نشیب نظر نہ آئے۔
اس امر کی توضیح کے لئے



شکل ۹۶
فورن کا بار پیا

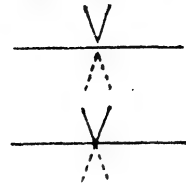


شکل ۹۷
فورن کا بار پیا کا حوضک

ذیل کی شکل ملاحظہ ہو:-

پارے کی سطح ضرورت سے نیچی

صحیح ترتیب



پارے کی سطح ضرورت سے زیادہ اونچی (بگڑے ہوئے)
عکس پر غور کرو



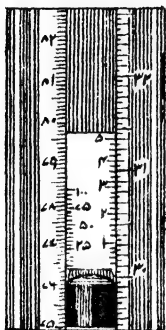
شکل ۹۸۔ حوضک کی ترتیب

اس طریقے سے پارے کی سطح نہایت تزاکت کے ساتھ درست کی جاتی ہے۔ بشرطیکہ پارے کی سطح مناسب طور پر منور کر دی جائے۔

(۲) نلی کے پارے کی بالائی سطح پر پچانے

کی ترتیب — بالائی سطح پر ترتیب مقابلہ آسان نہیں ہے۔ شیشے کی نلی کے اوپر ایک پیتلی نلی سے چڑھی ہوتی ہے۔ اور یہ نلی آلے کے بازو میں لگے ہوئے بیج ب کے ذریعے سے اوپر نیچے اٹھائی جاتی ہے۔ شکل ۹۹ میں نلی کا نیچے کا حصہ اس طرح کٹا ہوا ہوتا ہے کہ اس کی کٹی ہوئی پشت ڈ اور اس کے کٹے ہوئے سامنے ص کے کنارے ایک ہی افقی سطح میں ہوں۔ جیسا شکل ۱۰۰ سے واضح ہے۔ اگر مشاہد کی آنکھ ان دونوں کناروں کی سطح کے نیچے رکھی جائے تو پشت اور سامنے کے کنارے دونوں دکھائی دیں گے۔ اگر آنکھ کو تدریج اٹھایا جائے تو پشت کا کنارہ رفتہ رفتہ نظر سے چھپتا جائیگا۔ یہاں تک کہ جب آنکھ ٹھیک اس متحرک نلی کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح میں آ جاتی ہے تو پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے عین چھپ جاتا ہے۔

آنکھ کو اس طرح رکھا جائے کہ اوپر کے بیان کے مطابق پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے عین چھپ جائے۔ اس کے بعد پتیل کی نلی کو متحرک کرنا چاہیے یہاں تک کہ سامنے کا کنارہ پارے کی چوٹی ب کی سیدھ میں آجائے۔ مگر یہ ضروری ہے کہ نلی کے حرکت کرتے وقت آنکھ اس کے کٹے ہوئے کنارے کی سطح میں رہے (شکل ۹۹)۔



انتباہ۔ اگر آنکھ نلی کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح سے اوپر رکھی جائے تو پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے چھپ جائیگا۔ اور اس حالت میں آنے کی ترتیب درست نہیں رہیگی۔

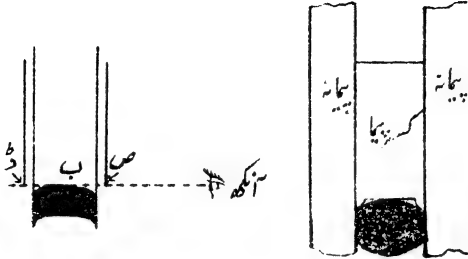
شکل ۹۹۔ باریمائی پانے اور کسر پیم

اس لئے یہ نہایت ضروری ہے کہ آنکھ کو اونچا کیا جائے یہاں تک کہ پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے کے پیچھے عین غائب ہو جائے۔ سطح کے درست ہونے کا یہی ایک معیار ہے۔

جب متحرک نلی ٹھیک جگہ رکھ دی گئی ہے تو آنکھ کے نیچے کی طرف ذرا سی بھی حرکت سے پشت کے کنارے کو دکھائی دینا چاہیے۔ جب آنکھ دوبارہ صحیح سطح پر ادھی کی جائے تو سامنے کے کنارے کا وسط پارے کی چوٹی سے ٹھیک مس کرتا ہوا معلوم ہونا چاہیے۔ مگر اس صورت میں چوٹی کے دونوں طرف کنارے کے نیچے کچھ روشنی صاف دکھائی دے گی۔

پتیل کی چھوٹی نلی میں ایک کسر پیم لگا ہوا ہوتا ہے۔ اس

کسر پیماس کا صفری نشان نیچے کے کٹے ہوئے کنارے کے ساتھ ہمسطح



شکل معتدل - کسر پیماس کی ترتیب

رہتا ہے۔ یہ کنارہ عام طور سے دونوں طرف نیچے نکلا ہوا ہوتا ہے تاکہ کثرت استعمال سے گوشے گھس نہ جائیں۔ آلے کے ڈھانچے میں ایک ثابت پیمانہ لگا ہوا ہوتا ہے جس کے کنارے پر یہ کسر پیماس اوپر نیچے حرکت کرتا ہے۔ اور اس پیمانے پر کسر پیماس کے ذریعے سے پارے کی چوٹی کی بلندی معلوم ہوتی ہے۔ پیمانہ آلے کے اوپر کے حصے کے قریب چند سنٹی میٹروں ہی تک درجہ بند کیا جاتا ہے۔ اس پیمانے کا صفر اوپر بیان کئے ہوئے حوضک کے باقی دانت کا سرا ہے۔ اس لئے کسر پیماس سے دکھائی ہوئی پیمانے کی درجہ خوانی بار پیماس کی بلندی بتاتی ہے۔

بار پیماس کی اور مروجہ شکلوں میں ایک لائناتلی کی شکل کا ایسا بار پیماس ہے جس کی چھوٹی ساق میں پارے کی سطح پر تیرتے ہوئے وزن سے لگے ہوئے نمائندے کے ذریعے سے پارے کی سطح کی حرکت ظاہر ہوتی ہے۔ ایک اور شکل ہے جس کی ساخت فورٹین کے بار پیماس جیسی ہے مگر اس میں حوضک کے درست کرنے کا

کوئی انتظام نہیں ہے۔
حوضک میں پارے کی سطح کی تبدیلی سے درجہ خوانی میں غلطیاں ضرور پیدا ہوتی ہیں۔ کیونکہ ایسے آلے کے سرے پر سنٹی میٹر یا انچوں میں جو درجے بندیاں ہوتی ہیں ان میں حوضک کے پارے کی سطح کی تبدیلی کی تلافی کا کچھ خیال نہیں رکھا جاتا ہے۔ مندرجہ بالا دونوں قسموں کے بار پیمیا میں سے کوئی ایک بھی سائنس کے تجربوں میں کارآمد نہیں ہے۔

بے خم بار پیم۔ بے خم بار پیم، بار پیم کی ایک نہایت آسان شکل ہے۔ اور اس کی جدید شکل غایت درجے کی صحت دے سکتی ہے۔ یہ بار پیم دھات کا ایک ایسا برتن ہے جس میں مکمل خلا پیدا کر دیا گیا ہے۔ اور جو بالکل ہوا بند کر دیا گیا ہے۔ کرہ ہوائی کے دباؤ کی تبدیلی سے اس برتن کی شکل کچھ نہ کچھ گھڑ جائیگی۔ اور یہ بگاڑ دباؤ کی تبدیلی کے متناسب ہے۔ (صفحہ ۱۶۹ پر کٹیہ جوک ملاحظہ ہو)۔

بہرم اور گھڑی کے چڑوں جیسے انتظام سے یہ خفیف بگاڑ بڑا دکھایا جاتا ہے۔ اور اس انتظام سے مزید ایک پیمانے پر حرکت کر کے کرہ ہوائی کے دباؤ کی تبدیلی صاف صاف بتاتا ہے۔

اس آلے سے دباؤ کی قیمت براہ راست نہیں ملتی۔ اس لئے اس کی ضرورت ہے کہ اس کی درجہ خوانیوں کا فوسٹن کے سیلابی بار پیم سے مقابلہ کر کے اس آلے کی تعمیر کی جائے۔ مگر ایک دفعہ تعمیر کئے جانے کے بعد اس کی درجہ خوانیوں کی صحت پر تقریباً مدت لامتناہی تک بھروسہ کیا جاسکتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ بار پیم کو جگہ بہ جگہ لے جایا جائے تو اس صورت میں یہ آلہ نہایت مفید ثابت ہوتا ہے اس لئے کہ اس کو ایک جامع مختصر شکل کا بنا سکتے ہیں۔ مگر جگہ بہ جگہ جانے میں یہ ضرور ہے کہ یہ آلہ مختلف پیمشوں کے زیر اثر آئے۔ اور پیمشوں کے زیادہ اختلاف سے

اُس کی درجہ خوانیوں کی صحت بہت درست نہیں رہیگی۔ اس سبب سے کہ دھات کے برتن کی لمبک تپش سے مؤثر ہوتی ہے۔
 تجربہ ۱۷۔ بے نم بار پیمائے استعمال سے کسی عمارت کی بلندی کی پیمائش — ایک ایسا بے نم بار پیمائے لو جس کا پایہ بہت چھوٹے چھوٹے درجوں میں منقسم ہو۔ اور عمارت کی زمین اور اُس کی چھت پر اس آلے کی درجہ خوانیوں کے خرق کا مشاہدہ کرو۔ فرض کرو کہ فرق مشہودہ پارے کی لاسمہ بلندی ہے۔ یہ فرق ہوا کی سطحوں کے درمیانی فاصلے کے مطابق ہے۔ اور یہ فاصلہ عمارت کی بلندی ف ہے۔ اگر سطحوں کا یہ فرق کم ہو اس کے اندر کی ہوا کو ہم ایک ایسا سیال تصور کر سکتے ہیں جس کی کثافت تقریباً تمام یکساں ہے۔ اس حالت میں ان دو نقطوں کے بیچ کے دباؤ کا فرق ف ٹاج کے برابر ہے۔ جہاں شام ہوا کی کثافت ہے۔ دباؤ کا یہ فرق پہلے ناپا جا چکا ہے۔ اور یہ وہ دباؤ ہے جو پارے کا لاسمہ لمبائی کا آسٹوانہ ڈالتا ہے۔ پس ف ٹاج = لا ٹاج، جہاں ٹا پارے کی کثافت ہے۔

تپش کی وجہ سے کثافتوں میں جو خفیف تبدیلی واقع ہوتی ہے اُس کو نظر انداز کر کے ہم کافی صحت کے ساتھ یہ لکھ سکتے ہیں کہ ٹ = ۱۳۵۶ گرام فی مکعب سمر اور ٹا = ۵۰۰۱۲۹ گرام فی مکعب سمر

$$\text{اس لئے } ف = لا \cdot \frac{۱۳۵۶}{۵۰۰۱۲۹}$$

بلندی کو براہ راست ناپ کر اس نتیجے کی تصدیق کرو۔ پہاڑ پر چڑھنے والے جو بے نم بار پیمائے استعمال کرتے ہیں وہ اکثر براہ راست فٹ اور میٹروں میں درجہ بند رہتے ہیں۔

سیالی بار پیمائش کی تصحیح

کرہ ہوائی کے دباؤ کو ؟ ہر کے پارے کی بلندی (سمر) یا ڈائمن فی مربع سمر میں ظاہر کرنے کے لئے اس کی ضرورت ہے کہ بار پیمائی کی مشہودہ بلندی تپش کی وجہ سے صحیح کر لی جائے۔ فرض کرو کہ بار پیمائی درجہ خوانی لا سمر ہے۔ یہ درجہ خوانی دراصل سمر میں نہیں حاصل ہوتی بلکہ پیمانے کے (دجول) میں۔ کیونکہ پیمانے کے درجے صرف اس وقت سمر تھے جب اس کی تپش تہ (مثلاً تھی)۔ یہ تپش عموماً ۵۰ ہر کی ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ کمرے کی تپش تہ ہے تو پیمانے کا ہر درجہ (ا + ب (ت - تبا) کے برابر ہے۔ جہاں ب پیمانے کے خطی پھیلاؤ کی شرح ہے (یہ پیمانہ عام طور سے پیتل کا ہوتا ہے)۔

اس لئے پارے کی حقیقی بلندی

$$\text{لا سمر} = \{ا + ب (ت - تبا)\}$$

یہاں لا سمر بلندی کے پارے کا ستون تہ ہر تپش پر ہے۔ اب یہ دریافت کرنے کی ضرورت ہے کہ پارے کی کون سی بلندی کا؟ ہر تپش پر اتنا ہی دباؤ ڈالیں جتنا پارے کا یہ ستون کا تہ مٹی پر ڈالتا ہے۔ ہر پر لا سمر پارے کا دباؤ لا۔ تبا ج ڈائمن فی مربع سمر ہے،

جہاں تبا : ہر مٹی پر پارے کی کثافت ہے۔
تہ مٹی کے لا سمر ستون کا دباؤ، لا۔ تبا ج ڈائمن فی مربع سمر ہے،

جہاں تبا : تہ مٹی پر پارے کی کثافت ہے۔
ہمیں لا۔ کی قیمت ذیل کی مساوات سے دریافت

کرنی ہے :-

$$۵: ش ج = ۵: ش ج$$

اور ہمیں معلوم ہے کہ ش = ش (۱ + عت) جہاں عت پارے کے حجمی پھیلاؤ کی شرح ہے۔

$$۵: ش ج = ۵: ش ج = ۵: ش ج$$

۵: کو ۵ کی رقوم میں منتقل کر کے حسب ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے :-

$$۵: ش ج = ۵: ش ج = ۵: ش ج$$

جب ۵: مٹی پر پارے کے مائل یہ بلندی ۵: محسوب ہو جائے تو دباؤ کی قیمت ڈائین فی مربع سمر میں ذیل کی مساوات سے حاصل ہو سکتی ہے :-
دباؤ = ۵: ش ج

ش = ۵: ۱۳۵۹۶ گرام فی مربع سمر
ج کی قیمت حیدر آباد کن میں ۵: ۸۷۴ ڈائین فی گرام یا سمر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے۔

اس لئے ۵: = ۵: ۱۳۵۹۶ × ۵: ۸۷۴ ڈائین فی مربع سمر
بار پیمائی کی بلندی میں تپیشی تصحیح کے اس طریقے کی تشریح کے لئے مندرجہ ذیل عددی مثال فائدے سے خالی نہیں :-

فرض کرو کہ ایک بار پیمائش میں پیتل کا پیمانہ لگا ہوا ہے ۵: ۸ مٹی تپیش پر ۵: ۹۳۳، سمر بلندی بتاتا ہے۔ پیمانے کی درجہ بندی ۵: ۸ مٹی پر صحیح ہے۔
اب سوال یہ ہے کہ بار پیمائی کی بلندی ۵: ۸ مٹی پر کیا ہوگی اور یہ بھی دریافت طلب ہے کہ گرہ ہوائی کا دباؤ ڈائین فی مربع سمر کیا ہے۔

پیتل کے خطی پھیلاؤ کی شرح = ۵: ۱۸۹۰۰۰۰ فی درجہ مٹی

پارے کے حجمی پھیلاؤ کی شرح = ۵: ۱۸۰۰۰۰ فی درجہ مٹی

$$\frac{\{ (15-18) \cdot 50000 + 1 \} \cdot 45933}{(18 \times 50000 + 1)} = .8$$

$$\frac{(50000 \cdot 546 + 1) \cdot 45933}{500323 + 1} =$$

$$= 45933 \cdot (500323 - 1) \times (50000 \cdot 546 + 1) \text{ تقریباً}$$

$$= 45933 \cdot (500323 - 50000 \cdot 546 + 1) \text{ تقریباً}$$

یا آخر ہم یہ لکھ سکتے ہیں کہ

$$.8 = 45933 \cdot (599282)$$

یعنی $8 = 45940$ سمر
اوپر کی مثال میں دباؤ ڈائین فی مربع سمر میں حسب ذیل حاصل ہوگا:-
 $d = 8$ شج ڈائین فی مربع سمر

$$981518 \times 136594 \cdot 45940 =$$

(981518 ج کی قیمت لندن میں ہے) -

$$= 1009200 \text{ ڈائین فی مربع سمر}$$

یا 1009200 برقی بائہ
تجربہ ۳۷ - کڑھ ہوائی کے دباؤ کی تعیین
مطلق اکائیوں میں — تجربہ ۳۷ کی طرح بار پیمائی کی
بلندی پڑھو۔ اور اُس سے لگے ہوئے تپش پیمائے کے ذریعے سے بار پیمائی کی
تپش کا مشاہدہ کرو۔ حسب مثال مندرجہ بالا تپش کی تصحیح کر کے کڑھ ہوائی کا
دباؤ ۰ ہر پر پارے کی بلندی سمر میں دریافت کرو۔ اور اُس سے
دباؤ کی قیمت مطلق اکائیوں میں محسوب کرو۔

تپش کی تصحیحی جدول — : سے ۲۵ میٹریک کی
ہر تپش جس تصحیح کی ضرورت ہوتی ہے مندرجہ بالا طریقے سے اُس کو
دریافت کر کے جدول کی شکل میں مرتب کرنے کے حوالے کے لئے بار پیمائی
کے برابر لگا دو۔ اگر یہ تصحیحیں بار پیمائی کی بلندی ۶۷ سمر فرض کر کے

مخسوب کی گئی ہیں تو بغیر کسی پیچیدگی کے ان تصمیحوں کا اطلاق بار پیمانی کی تمام معمولی درجہ خوانیوں پر کرنا کافی طور سے صحیح ہوگا۔ کسی تیشس پر تصحیح کرنے کا ضابطہ ————— بعض اوقات تصحیح حسب ذیل شکل میں ظاہر کی جاتی ہے:۔ بار پیمانی کی درجہ خوانی کے بعد اس میں سے ب سمر گھٹا لو۔ اور حاصل تقریبی سے مئی کے اوپر ہر درجے کے لئے پیمانی سمر گھٹا لو۔ مندرجہ ذیل مساوات سے اس شکل کا ضابطہ بغیر زیادہ وقت کے بطور مشق حاصل کیا جاسکتا ہے:۔

$$\frac{\Delta = \{ \Delta + 1 \} \text{ب} (\text{ت} - \text{ت})}{\Delta + 1} = \Delta$$

اس سے حسب ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے:۔

$\Delta = \{ \Delta + 1 \} \text{ب} \text{ت} - (\Delta + 1) \text{ب} (\text{ت} - \text{ت})$
 اوپر کے ضابطے میں ب، Δ ب ت ہے جو تقریباً مستقل مقدار ہے۔ اور اس کی قیمت Δ کی ۷ سمر قیمت کے لحاظ سے دریافت کی جاتی ہے۔
 اوپر کے ضابطے میں س، Δ (ع - ب) ہے یہ بھی تقریباً مستقل مقدار رکھتی ہے۔ اور اس کی قیمت Δ کی قیمت ۷ سمر فرض کر کے دریافت کی جاتی ہے۔

۳۔ بندجم کی گیس کا دباؤ

بندجم کی گیس کے دباؤ کی پیمائش عموماً پارے دار لانا نلی کے ذریعے سے ہوتی ہے۔ اس نلی کے ایک منہ کا اس بندجم سے تعلق کیا جاتا ہے جس کے اندر کے دباؤ کی پیمائش مد نظر ہے۔ اور دوسرا سیراکو ہوائی میں کھلا رہتا ہے۔

لانا نلی کی دھنوں ساہوں میں پارے کی بندلیوں کا

فرق بندجم کے اندر کے دباؤ اور گیس دباؤ کے
ہیں ورنہ دباؤ کا فرق بتاتا ہے۔

پس اگر بندجم میں کے اندر دباؤ د (سم پائے کی بلندی) ہو۔
اور گیس دباؤ ا کا دباؤ (بار پیمانی بلندی) لا ہو۔ تو د اور لا کا باہمی رشتہ
حسب ذیل ثابت ہوتا ہے:-

$$د = لا + (ب - ا) \quad (\text{شکل ۱ - ملاحظہ ہو})$$

اگر نقطہ ب نقطہ ا کے نیچے ہو تو (ب - ا) منفی مقدار ہے۔
اس لئے دباؤ د لا سے کم ہوگا۔

اگر خواہش ہو تو مندرجہ بالا جملہ اس صورت کے لحاظ سے حسب
ذیل لکھا جاسکتا ہے:-

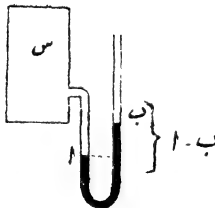
$$د = لا - (ا - ب)$$

یہ دونوں جملے جبر و مقابلہ کے نقطہ نظر سے ایک ہی ہیں۔
اور دونوں کی شکلیں بالکل عام ہیں۔

بعض دفعہ جب بار پیمانی کی بلندی پڑھنے سے اجتناب منظور
ہو تو سطح ب کا تعلق خلا سے کر دیا جاتا ہے۔ اس صورت میں

$$د = ب - ا$$

مگر یہ طریقہ شاذ و نادر استعمال کیا
جاتا ہے۔



شکل ۱ - دباؤ کی پیمائش

جب نلی ب ہوا میں کھلی
ہو تو بندجم میں کے اندر
کے دباؤ کی پیمائش محسوب
کرنے کے لئے سب

سے پہلے یہ ضروری
ہے کہ بائرس پیمانی کی بلندی پڑھ
لی جائے اور ب اور ا کی

سطحوں کے درمیان کا فاصلہ دریافت کر لیا جائے۔ اس
ہدایت کو خاص طور سے ملحوظ خاطر رکھا جائے۔ اگر
دوران تجربہ میں بارشیا کی بلندی بدل جائے تو مقدار کا کی قیمت مختلف
اوقات کی درجہ خوانیوں میں مختلف ہوگی۔

اگر تجربے میں غایت درجے کی صحت مقصود ہو تو بارشیا کو
ب اور ۲ کے ہر مشاہدے کے بعد فوراً پڑھ لینا چاہیے۔ بہر حال گیسوں
پر ہر تجربے کے قبل اور بعد بارشیا پڑھ لینا چاہیے۔ اور بارشیا کی ان
دو درجے خوانیوں میں جو فرق ہو اس کو مشاہدات پر عملی الترتیباً
تقسیم کر دو۔

۴۔ سکلیہ بائیل کی تصدیق

سکلیہ بائیل کی تصدیق کے لئے (صفحہ ۲۶۶) گیس کی ایک
مقدار شیشے کی ایک نلی میں بند کر دی جاتی ہے اور اس گیس اور خارجی
کرہ ہوائی کے بیچ میں پارا حاصل رہتا ہے۔ یہ پارا ایک ایسی پمپدار رنج
کی نلی میں رہتا ہے جس کا ایک سرانمکورہ بالا گیس دار نلی سے ملحق رہتا
ہے۔ اور دوسرا سرانمکورہ شیشے کی ایک اور نلی میں لگا رہتا ہے اور اس نلی میں
کرہ ہوائی میں گھلی ہوئی پارے کی سطح دیکھی جاسکتی ہے۔ یا اس کی بجائے
ایک دوسرا طریقہ اختیار کیا جاسکتا ہے۔ یعنی ان دونوں شیشے کی نلیوں کے
دو سرے پگھلا کر ایک دوسرے میں جمادئے جاتے ہیں۔ اور ان دونوں
کا احاطہ ایک متحرک حوضک کے ساتھ کیا جاتا ہے۔ جیسا شکل ۱۷ سے
واضح ہے۔

اس آلے کی سب سے عمدہ شکلوں میں نلی جس میں زیر تجربہ
گیس رکھی جاتی ہے لمبے سمروں میں درجہ بند ہوتی ہے۔ ڈاک کی انتہا تک
تغیر کی ہوئی ظرفک اس مقصد کے لئے کارآمد ہے۔ اگر اس قسم کی ظرفک
دستیاب نہ ہو تو اس کے بجائے شیشے کی چھٹے بند سرے کی نلی جس کا سوراخ

تمام ہوا رازہ یکساں ہو استعمال کی جاسکتی ہے۔ اس نلی میں مقدار گیس اس طول کے متناسب ہے جو چھٹے سرے اور پارے کی سطح کے درمیان واقع ہے۔

ظرفک دار آے کی ترتیب اور درجہ خوانی مندرجہ بالا آسان شکل کی نلی کے مقابلے میں زیادہ سہل ہے۔ اگر زیادہ احتیاط مد نظر ہو تو اس میں ایک خشک کرنے کی نلی لگا دی جائے تاکہ ظرفک کی ڈاٹ بند کرنے سے پہلے اس میں ہوا (یا کوئی اور گیس جو زیر تجربہ ہو) بالکل خشک ہو جائے۔

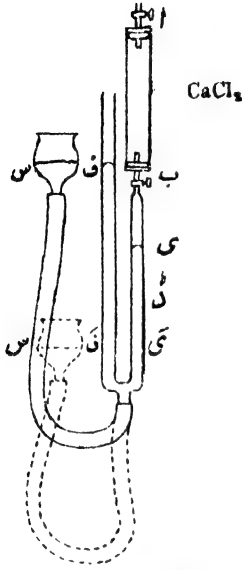
یہ ضروری ہے کہ ڈاٹ نہایت ٹھیک طور سے بند کی جائے ورنہ زیادہ دباؤ کے تحت میں نلی سے ہوا باہر نکلنے لگیگی۔ اور اس وجہ سے زیر تجربہ گیس کی مقدار بدل جائیگی۔ لہذا مکمل درجہ خوانیاں ناقص ہو جائیں گی۔

تجربہ ۴۷۔ سُکلیہ بائیل کی تصدیق (آلہ ۷)۔

اس قسم کے آے کا استعمال حسب ذیل طریقے سے ہوتا ہے:-

ڈاٹ ۲ اور ب دونوں کو پہلے کھول دیتے ہیں۔ اور حوضک س کو اُدنچا کر کے پارا ڈاٹ ب تک بڑھا دیا جاتا ہے۔ حوضک س کو پھر نیچے کر کے ان ڈاٹوں میں سے ہوا کو داخل ہونے دیتے ہیں۔ یہاں تک کہ ظرفک ڈ تک ہوا سے پُر ہو جائے۔ ب اور ڈ کے بیچ میں تقریباً ۳۰ مکعب سمر ہوا کو داخل ہونے دینا چاہیئے۔

ڈاٹ ۲ بند کر دی جاتی ہے اور حوضک س کو پھر اُدنچا کر کے ہوا کو خشک کرنے والی نلی میں واپس کیا جاتا ہے یہاں تک کہ پارا ب تک پہنچ جائے۔ ہوا کو ۲ اور ب کے بیچ میں چند منٹ تک



شکل ۱۰۰ - سکڑ بائیل (آلہ ۱)

رہنے دیا جاتا ہے تاکہ وہ بالکل خشک ہو جائے۔ پھر حوضک سے نیچے اتاری جاتی ہے یہاں تک کہ ظرفک میں پارے کی سطح ڈپر واپس آ جاتی ہے۔ اس عمل سے ب ڈ تقریباً خشک ہوا سے پُر ہو جاتی ہے۔ پھر ب کو بند کر دیا جاتا ہے تاکہ ب اور ڈ کے درمیان ہوا کی ایک خاص مقدار بند ہو جائے۔ اور آلہ تجربے کے لئے اب تیار ہے۔

س کو اوپر نیچے کرنے سے ظرفک میں گیس پر مختلف دباؤ ڈالے جاسکتے ہیں۔ اور گیس کا حجم بدلتا جائیگا یہاں تک کہ گیس کا دباؤ اس دباؤ کے برابر ہو جاتا ہے جو اس پر باہر سے ڈالا جاتا ہے۔

دوسری ٹلی (ف) میں پارے کی سطح کی بلندی دہی ہوگی جو حوضک سے پارے کی۔ اس لئے کہ دونوں سطحیں کرہ پوائی میں کھلی ہیں۔

اگر حوضک کے کسی مقام کے تحت میں بھٹی ٹلی میں پارے کی سطح ف ہو اور ظرفک میں ی ہو تو ظرفک کے اندر گیس پر دباؤ حسب ذیل حاصل ہوتا ہے:-

$$\text{دباؤ} = \text{ہ} + (\text{ف} - \text{ی})$$

جہاں ہ بار پیمائی کی بلندی ہے۔

ان نلیوں کے ٹھیک پیچھے ایک انتصابی پیمانہ لگا رہتا ہے جس پر سطوح ف اور ی کے مقام کی درجہ خوانی ہوتی ہے۔
 اس شکل کے آئے میں کرہ ہوائی کے دباؤ سے کم اور زیادہ دونوں دباؤ کے سخت میں تجربے کئے جا سکتے ہیں۔ بشرطیکہ ظرف تک اور یعنی ملی ہر دو کافی لمبان کی ہوں۔ اگر دباؤ زیر تجربہ کرہ ہوائی کے دباؤ سے کم ہو تو مندرجہ بالا سطوح ف اور ی کی بجائے بالترتیب سطوح ف، اسی حاصل ہونگے۔ یہ صورت اس وقت حاصل ہوتی ہے جب جو شک میں اس مقام تک آتاری جاتی ہے جس کی توضیح شکل منظر میں نقطہ دار لکیروں سے کی گئی ہے۔
 یہاں ب اور ی، ب اور ی، وغیرہ کی درمیان فضا میں حجم ہیں۔

چند مختلف بلندیوں پر جو شک کو رکھو تاکہ آدھے مشاہدے کرہ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے سخت میں کئے جا سکیں۔ اور آدھے مشاہدے اس دباؤ سے کم دباؤ کے سخت میں۔
 ہر تجربے میں ظرف تک کے اندر گیس پر مجموعی دباؤ کو محسوب کرو۔ (اس امر کے لئے بار پیمائی کی بلندی پہلے دریافت کرنا ضروری ہے)۔ اور ہر دباؤ کے سخت میں ظرف تک کی گیس کا حجم بھی قلم بند کر لو۔ ثابت کرو کہ حاصل ضرب دباؤ \times حجم ہر ترتیب میں ایک ہی ہے۔
 اپنے مشاہدات کو حسب ذیل جدول میں مرتب کرو:-
 بار پیمائی کی بلندی = $\kappa = \dots$ سمر

بغلی نالی ف میں درجہ خوانی	ظرف تک ی میں درجہ خوانی	ف-ی (فی) = κ	مجموعی دباؤ = κ + گیس کا حجم ح	ح >

تنبیہ۔ اس کا خیال رہے کہ ف۔ ی اور ہ ایک ہی اکائیوں میں استعمال کئے جائیں۔ یعنی ف۔ ی اور ہ دونوں کی پیمائش سمر میں ہونی چاہیئے۔ ایسا نہ ہونا چاہیئے کہ ف۔ ی کی قیمت سمر میں اور ہ کی قیمت ممر میں لکھی جائے۔

گیس دار نلی کے سرے پر اگر ڈاٹ نہ ہو تو اس میں گیس کسی اور طریقے سے داخل کی جاسکتی ہے۔ اور پھر اوپر کے بیان کے مطابق تجربے کی تفصیل ہو سکتی ہے۔ اگر اس امر کی ضرورت ہو کہ تجربہ کر رہے ہوئی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت میں کیا جائے تو پارے کو داخل کرنے سے پہلے گیس دار نلی کو بہت زیادہ گرم کرنا ہوگا۔

اس صورت میں تجربہ شروع کرنے سے پہلے یہ ضروری ہے کہ نلی کو بالکل ٹھنڈا ہونے دیا جائے۔

اس طریقے سے نلی میں ہوا کی مقدار کو کم و بیش کرنا کچھ آسان نہیں۔ اور اس کوشش میں علی اکثر ٹوٹ جاتی ہے۔ مبتدی کو ہرگز نہ چاہیئے کہ اس کی کوشش کرے۔

اگر ظرفک اور ڈاٹ والا آلہ دستیاب نہ ہو تو گلیئر کی تصدیق کے لئے اکثر اوقات یہ قابل ترجیح ہے کہ نلی میں ہوا کی مقدار مندرجہ بالا طریقے سے کم و بیش کرنے کی بجائے دو الگ الگ آلے (کرہ ہوا کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے لئے اور دوسرا اسی دباؤ سے کم دباؤ کے لئے) استعمال کئے جائیں۔ اگر ظرفک اور ڈاٹ والا آلہ بھی دستیاب ہو۔ پھر بھی ان دو مختلف شکلوں کے آلے کا استعمال فائدے سے خالی نہیں۔ کیونکہ دو ایسے مختلف شکلوں کے آلوں کے استعمال سے دباؤ کے مجموعی اختلاف کا اظہار زیادہ ممکن ہو جاتا ہے بہ نسبت اس ایک ہی شکل کے آلے کے استعمال سے جس کا ذکر اوپر ہو چکا ہے۔ اور اس طرح سے گلیئر ہذا کی تصدیق دباؤ کے تجربات کی ایک زیادہ بڑی وسعت تک ہو جاتی ہے۔ مزید برآں طالب علم بھی

مختلف اشکال کے آلوں سے جو کیسی دباؤ کی پیمائش میں استعمال کئے جاسکتے ہیں واقع ہو جاتے ہیں۔

تجربہ ۲۰۔ کلیئر بائیل کی تصدیق۔ آلہ ۲
(کُڑھ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے تحت
میں)۔ آڈیو ریکارڈ کلیئر بائیل کی تصدیق کے لئے اس وقت
استعمال کیا جاتا ہے جب دباؤ کُڑھ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ
ہوتا ہے۔

ہوا جس پر تجربہ کیا جاتا ہے شیشے کی نلی ۱ میں رکھی جاتی
ہے۔ اس نلی کے نیچے کے حصے کا پارے کی ایک حوضک
س اور ایک دباؤ نلی ب سے تعلق ہے۔ (۱ میں گیس کی خاص
مقدار پر دباؤ) = (کُڑھ ہوائی کا دباؤ) + (۱ اور ب میں پارے کی



سطحوں کی بلندیوں کے فرق کے سبب
سے دباؤ)۔ کُڑھ ہوائی کا دباؤ باریمیا
کے ذریعے سے دریافت ہو سکتا ہے۔
فرض کر دو کہ یہ دباؤ سمر پارے کا ہے۔
گیس کا حجم فصل ای کے متناسب تصور
کیا جاسکتا ہے۔ اور اس فصل کی پیمائش
آئے سے لگے ہوئے بیان سے ہوتی ہے۔
اگر ہم حوضک کو اونچا کریں۔ ۱ میں ہوا
پر دباؤ بڑھ جائیگا۔ اور ہوا کا حجم گھٹ جائیگا۔
دباؤ = کُڑھ ہوائی کا دباؤ + دباؤ جو پارے
کا ستون ف ی ڈالتا ہے۔

یعنی د = ہ + (ف - ی)
نیا حجم ج کے برابر ہے۔ اور یہ
ای کے متناسب ہے۔

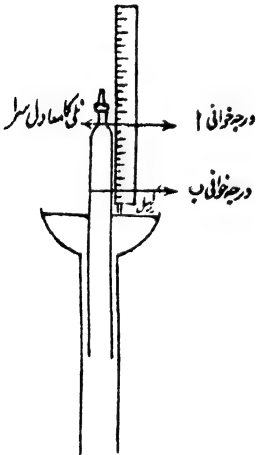
نسل ۲۰۔ کلیئر بائیل (آلہ ۲)

اسی طرح پارے کے حوضک کے مختلف مقامات کے لحاظ سے د اور ح کی قیمتیں دریافت کرو اور حاصل ضرب (د x ح) کی قیمتیں محسوب کرو۔ اگر کلیئہ بائیسل کی پابندی ہو رہی ہو تو یہ قیمتیں مستقل ملینگی۔
نیتجوں کو جدول کی شکل میں مرتب کرو جس طرح آلہ ۱ صفحہ ۲۸۵ کے بیان میں بتایا جا چکا ہے۔

دباؤ کو معین اور حجم کو فصلہ مان کر ایک منحنی تیار کرو۔ تیار شدہ منحنی قائم زاید کی شکل کا ہونا چاہئے۔

تجزیہ ۱۷۔ کلیئہ بائیل کی تصدیق۔ آلہ ۳۔
(کرہ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت)۔ یہ تیسری قسم کا

آلہ کلیئہ بائیل کی تصدیق کے لئے اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ ہم کرہ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت ایک بڑی ست تک تجزیہ کر سکیں۔



سادہ شکل میں یہ آلہ ایک شیشہ کی ہموار نلی پر مشتمل ہے جو پارے سے بھری ہوئی نوہے کی نلی کے اندر اوپر نیچے متحرک کی جاسکے۔ لوہے کی نلی کا بالائی سر چوڑے پیالہ کی شکل کا ہے۔ سرے کی ایسی شکل کی وجہ سے اندرونی نلی لوہے کی نلی کے اندر نہ صرف ایک بڑی حد تک اتاری اور چڑھائی جاسکتی ہے بلکہ اس عمل سے پارے کی خارجی سطح کی بلندی میں کوئی معتد بہ فرق نہیں ہوتا۔

شکل ۱۷۔ کلیئہ بائیل (آلہ ۳)

اندرونی شیشہ کی نلی میں گیس کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ سے بمقدار

اُس دباؤ کے کم ہے جو پارے کے اُس استوانہ سے پیدا ہوتا ہے جس کی بلندی خارجی اور اندرونی پارے کی سطحوں کا درمیانی فاصلہ ہے۔

اس بلندی کی پیمائش کے لیے انتصابی پیمانہ سے لگی ہوئی باریک کیل اس طرح مرتب کی جاتی ہے کہ اُس کی نوک خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے (ملاحظہ ہو شکل ۱)۔ اندرونی پارے کی سطح کی بلندی درجہ خوانی ب اور کیل کے طول (لامبر) کے مجموعے سے حاصل ہوتی ہے اور یہ مقدار وہ ہے جو نلی کے اندر ہوا کے دباؤ میں کرہ ہوائی کے دباؤ سے کمی بتاتی ہے۔

اگر نلی کا سوراخ یکساں ہو تو اُس میں گیس کا حجم، نلی کے اُس طول کا متناسب ہے جہاں تک گیس ہے۔

ڈاٹ کے نیچے نلی کی گردن پر ایک نشان لگادیا جاتا ہے۔ یہ نشان نلی کے "مُعادل سرے" کی تعبیر کرتا ہے۔ یعنی یہ نشان وہ نشان ہے جہاں نلی کا سوراخ نلی کے سوراخ کے یکساں ہونے کی حالت میں ہوتا اور نلی کا حجم وہی ہوتا جو حقیقی حجم ہے۔

اندرونی پارے کی سطح اور نشان مذکور کا درمیانی فاصلہ، نلی میں گیس کے حجم کے متناسب ہے۔

شیشہ کی نلی کی ڈاٹ کھول کر نلی کو پارے میں یہاں تک اُتارو کہ نلی کا سوراخ خارجی پارے کی سطح سے تقریباً ۱/۲ سمر بلند رہے۔

احتیاط سے ڈاٹ کو بند کرو۔ بند کرتے وقت اُس کو اس طرح گھماؤ کہ وہ اندر کی طرف آہستہ آہستہ دہتی رہے۔ اور دوران تجربہ میں اُس کو دوبارہ ۱/۲ ماقدہ لگاؤ ورنہ نلی میں اور ہوا داخل ہو جانے کا خدشہ رہیگا اور اس وجہ سے گیس زیر تجربہ کی مقدار بدل جائیگی۔

اب نلی کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے برابر ہے۔ کیل لگے ہوئے میٹرک پیمانے کو اس طرح مرتب کرو کہ کیل کی نوک خارجی پارے کی سطح کو چھوتی رہے اور نلی کے "مُعادل سرے" کے برابر پیمانہ کی درجہ خوانی دریافت کرو۔

نئی کو بیاباں تک اوپر اٹھا کر وہ اندرونی پارے کی سطح میٹری پیمانہ کے صفر سے کچھ اوپر رہے۔ اور کیل کو اس طرح مرتب کرو کہ اُس کی نوک خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے۔ اس کے بعد پیمانہ پر، نئی کے مُعادِل سرے کے محاذی درجہ خوانی ۱ کو ٹکسند کرو اور اندرونی پارے کی سطح کی بلندی ب بھی دریافت کرو۔ نئی کو متعدد مرتبہ چند سمر اوپر اٹھا اٹھا کر ۱ اور ب درجہ خوانیوں کو دُہراؤ مگر اس امر کا لحاظ رکھا جائے کہ کیل کی نوک ہر بیاباں میں خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے۔

تجربہ کو اُس وقت تک جاری رکھو کہ نئی کو اور اوپر اٹھانے سے پیالے میں کچھ پارا باقی نہ رہے۔
تجربوں کے کم سے کم چھ سلسلے مشاہدہ کئے جائیں اور جن دباؤں کے تحت تجربے کئے جائیں، اُن سب پر مشاہدات ہموارانہ منقسم رہیں۔
نئی کو دوبارہ اُس ابتدائی مقام تک پارے میں اتارو جس پر پہلی درجہ خوانیاں لی گئی تھیں۔ اگر اس وقت درجہ خوانیاں پہلی درجہ خوانیوں کے مطابق نہ ہوں تو یہ ضرور ہے کہ ڈاٹ کے بند کرنے میں کسی نقص کی وجہ سے کچھ ہوا داخل ہو گئی ہو۔ اس صورت میں ڈاٹ کو ٹھیک طور سے پھر ہوا بند کر کے تجربے کو دُہرا کرنا چاہئے۔
بار پیکا کو پڑھ کر کرہ خوانی کے دباؤ کو پارے کے سفلی میٹروں میں ظاہر کرو۔

مشاہدات کے نتائج کو مفصلہ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو:-

کیل کا طول لا = سمر

درجہ خوانی ۱	درجہ خوانی ب	دباؤ د = کرہ خوانی - (ب + لا)	تجمیع = (۱ - ب) ح	ح د
آخری خانہ کی رقیں مستقل ہونی چاہئیں۔				

دباؤ اور حجم کا مخنی تیار کرو۔ اس مخنی کو قائم زائد ہونا چاہئے۔
 اس طریقہ سے سکلیہ بائیل کی تصدیق ممکن ہے۔ یعنی اس امر کی تصدیق
 کہ کسی خاص مقدار کی گیس کا حجم دباؤ کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتا ہے بشرطیکہ
 تپش مستقل رہے۔

فصل بازیم

سطحی تناؤ

۱۔ سطحی تناؤ کی تعریف

ماٹھ کی سطح اپنے ہر مقام پر اس طرح عمل کرتی ہے گویا کہ وہ تناؤ کی حالت میں ہے۔ اس کی تشریح کے لئے ریڑگی تنی ہوئی جھلی بطور تشبیہ اکثر پیش کی جاتی ہے۔ مگر اس تشبیہ میں یہ اہم فرق قابلِ ملاحظہ ہے کہ اگر ریڑگی جھلی تانی جائے تو جھلی کی سطح میں کسی خط پر تناؤ کا عمل جھلی کے بڑھاؤ کے ساتھ ساتھ زیادہ ہوتا جاتا ہے، مگر ماٹھ کی سطح میں اس تناؤ کی زیادتی اس طرح واقع نہیں ہوتی۔

ماٹھ کی سطح میں کسی فرضی خط کے اکائی طول پر علی القواہم عمل کرنے والا تناؤ (ڈائنوں میں) ماٹھ مذکور کا سطحی تناؤ کہلاتا ہے۔

سطحی تناؤ نہ صرف ماٹھ کی نوعیت پر منحصر ہے بلکہ اُس کی سطح کی دوسری جانب کے واسطہ پر بھی موقوف ہے۔ یعنی ہوا سے مس کرتے ہوئے پارے کی سطح کا سطحی تناؤ پانی سے مس کرتے ہوئے پارے کی سطح کے سطحی تناؤ سے بالکل مختلف ہے۔ اگر بار، پوٹاشیم ڈائی کرومیٹ (Potassium Dichromate) کے بلکے محلول میں رکھا جائے تو اس محلول کا اثر پارے کے سطحی تناؤ پر بہت نمایاں ہوگا۔ اس صورت میں پارا، اپنا پارا پن کھودیتا ہے اور اُس میں ایک ایسی سُستی پیدا

ہو جاتی ہے جو اُس کی اُس سیلانیت سے بالکل مختلف ہے جبکہ وہ ہوا سے مس کرتا ہے۔
لہذا جس وقت ہم مائع کے متعلق سطحی تناؤ کا لفظ استعمال کرتے ہیں تو یہ
سمجھنا چاہئے کہ ہمارا مقصد اُس سطحی تناؤ سے ہے جو مائع اور ہوا کی مشترک سطح میں
پیدا ہوتا ہے۔

۲۔ سطحی تناؤ کے اثرات شعریت

جب کبھی کوئی باریک نلی کسی مائع سے بھری جائے اور اُس کا نیچے کا سر
اُسی مائع سے بھرے ہوئے بڑے برتن میں ڈبو دیا جائے تو پہلے کچھ مائع نلی میں سے نیچے بہ جائیگا
اور آخر کار برتن کے مائع کی سطح سے اوپر، نلی میں مائع کا قابل پیمائش ستون رہ جائیگا
مائع کے سطحی تناؤ کی وجہ سے نلی اس ستون کو سہارے رہتی ہے اور یہ سطحی
تناؤ اس کی بلندی اور نلی کے عباد کے ذریعہ متعین ہوتا ہے۔
فرض کرو کہ نلی کا نصف قطر ص سمر ہے اور مائع کا سطحی تناؤ T ڈائن
فی سمر ہے۔ اُس خط کے علی القوائم جہاں نلی مائع کی سطح سے مس کرتی ہے، ایک قوت
ت ڈائن فی سمر عمل کرتی ہے۔



شکل ۱۵۱
سطحی تناؤ کی وجہ سے قوت

یہ قوت مائع کی سطح سے پیدا ہوتی ہے اور اس سطح
کے خط تماس کے علی القوائم عمل کرتی ہے۔ لہذا اگر اس خط پر مائع
کی سطح کا خط تماس، نلی کے پہلو سے زاویہ θ بنائے (شکل ۱۵۱)
تو ہمیں ت ڈائن فی سمر کی ایک ایسی قوت ملتی ہے جس کی
سمت عمل انتصابی خط سے زاویہ θ بناتی ہو۔

پورے خط پر، جس کا طول ۲۲ ص ہے، عمل کرنے والی قوت ۲۲ ص ت
ہوگی۔ مگر اس قوت کی سمت عمل تمام نقطوں پر انتصابی خط سے بقدر زاویہ θ مائل ہے

اس لئے قوت کا صرف انتصابی جزو تحلیل عمل کریگا اور تمام منفی اجزاء متعادل ہونگے اس لئے نلی کے خط تماس کے علی القوائم مانع ایک ایسی قوت سے نلی پر عمل کریگا جس کی مقدار ۲۲ ص ت جم عہ اور سمیت عمل نیچے کی طرف ہوگی۔

چونکہ عمل اور رد عمل آپس میں مساوی اور متضاد ہوتے ہیں اس لئے نلی بھی مانع پر متذکرہ بالا قوت سے اوپر کی طرف عمل کریگی۔ یعنی نلی مانع پر اوپر کی طرف خط تماس کے علی القوائم، مجموعی قوت بقدر ۲۲ ص ت جم عہ ڈاؤن ڈالیگی۔ اور یہی قوت نلی میں چڑھے ہوئے مانع کے ستون کے وزن کو سہارے رہتی ہے اس لئے اگر ہمیں اس ستون کا وزن معلوم ہو جائے تو قوت مذکورہ بالا کا تین ہو جائیگا۔ چڑھے ہوئے ستون کا وزن — مانع کی ہلالی سطح کے قاعدے تک یہ ستون، اُستوانی شکل کا ہے۔ اس قاعدے کے اوپر ہلالی حصہ کا حجم تقریباً نصف قطر کے نصف کرہ کے اور اس کے جائزہ ستوانے کے مجموعوں کا فرق ہے۔

اگر ہلالی سطح کا پینڈا مانع کی خارجی آزاد سطح سے ف بلندی پر ہو تو چڑھے ہوئے ستون کا حجم = ۲۲ ص ا ف + (۲۲ ص ۲ - ۲۲ ص ۳) چڑھے ہوئے ستون کا حجم = ۲۲ ص ا (ف + ۱/۳ ص)

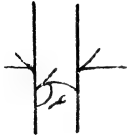
اگر ف + ۱/۳ ص کو ف سے تعبیر کیا جائے تو چڑھے ہوئے مانع کے ستون کی کمیت ۲۲ ص ا ف ت ، اور اس کا وزن ۲۲ ص ا ف ت ج ڈاؤن ہوگا۔ جہاں ت مانع کی کثافت ہے اور ج اسراع بوجہ جاذبہ زمین۔

اس لئے ۲۲ ص ت جم عہ = ۲۲ ص ا ف ت ج
یعنی ت = $\frac{ف ص ت ج}{جم عہ}$

اُن تمام مائع کے لئے جن سے نلی کی سطح بھیک جاتی ہے عہ۔ اور اس لئے جم عہ = ۱۔ لہذا اس صورت میں

ت = $\frac{ف ص ت ج}{جم عہ}$

بارے کی خاصیت اس امر میں جداگانہ ہے جو قابل ذکر ہے۔ یہ سطح کو نہیں بھگوتا اور چونکہ اس میں عہ کی قیمت ۹۰ سے زیادہ ہوتی ہے اس لئے حجم منفی ہے۔ اور حجم عہ کی اس منفی قیمت کی وجہ سے پارے میں ف منفی رہتا ہے۔ یعنی پارا بجائے اوپر چڑھنے کے نلی میں برتن کی خارجی سطح سے نیچے اُتر آتا ہے۔



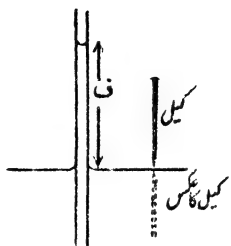
شکل ۱۰ پارے سے سطحی تناؤ کے اثرات

محسوس ہوا ہے۔۔۔ شعری نلی میں پانی کے چڑھاؤ سے سطحی تناؤ کی تعیین۔ ایک شعری نلی کو پہلے کاوی سوڈے سے صاف کر دو اور اس کے بعد ٹائٹلک ترشہ سے۔ اور پھر زیادہ پانی سے خوب دھو دو یہاں تک کہ نلی میں ترشہ کا کوئی شائبہ باقی نہ رہے۔ اس نلی کو پتلے شیشے کے پانی سے بھرے ہوئے ایسے متعارفے میں رکھو جس کی دیواریں استعمالی ہوں۔ پھر نلی کو پانی میں اس قدر نیچے اتار دو کہ تمام نلی پانی سے پُر ہو جائے۔ بعد ازاں نلی کو اوپر اٹھاؤ یہاں تک کہ نلی میں پانی کا ستون قائم ہو جائے۔ کشید کئے ہوئے پانی کے بہ نسبت معمولی پانی کا استعمال قابل ترجیح ہے کیونکہ کشید کئے ہوئے پانی کی سطح پر اکثر چکنائی موجود رہتی ہے۔

مانع کے ستون کی بلندی کی پیمائش۔ تقسیمی پرکار کے

ذریعہ ستون کی بلندی براہ راست اس طرح دریافت ہو سکتی ہے کہ اُس کی ایک نوک برتن میں پانی کی خارجی سطح پر اور دوسری نوک ہلالی سطح کے بہت ترین نقطہ پر رکھی جائے۔ مگر اکثر اوقات اس امر کے لئے ارتفاع پیمائش میں استعمال کی جاتی ہے۔ خردین کو پہلے اس طرح مرتب کر دو کہ اُس کا افقی تار نلی میں پانی

۱۔ کاوی سوڈے کے استعمال کی غرض یہ ہے کہ نلی سے چکنائی دُور ہو جائے۔ ترشہ سوڈے کے بعد اس لئے استعمال کیا جاتا ہے کہ وہ بہ مقابلہ سوڈے کے آسانی پانی سے دُھل جاتا ہے۔



شکل ۱۰۔ اشعری نلی میں مانع کا چڑھاؤ

کی ہلکی سطح سے مس کرتا ہوا نظر آئے۔ اور پھر اُس کو یہاں تک نیچے اتار کر اس طرح مرتب کرو کہ ایک ایسی کیل کی نوک جو پانی کی سطح کے بہت ہی قریب ہو مگر اُسے چھوئی نہ ہو، خردبین کے میدانِ منظر میں اس طرح آجائے کہ اُس کا افقی تار، اس نوک اور پانی میں اُس کے عکس کے عین وسط میں نظر آئے۔

اُس انتصابی فاصلہ کی پیمائش جہاں تک ان دونوں مقاموں کے درمیان خردبین کو اتارنا پڑتا ہے، خردبین کے استادہ سے لگے ہوئے پیمانہ کے ذریعہ ہوتی ہے۔ اور اس طرح ف کی صحیح قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

نلی کے سوراخ کی پیمائش۔ نلی کے سوراخ کی پیمائش کے لئے پہلے

نلی کو خشک کر کے اُس میں صاف پارا پڑھایا جاتا ہے۔ اس کے بعد نلی کے اندر



شکل ۱۱۔ پارے کا ڈورا

پارے کی ڈوری کا طول ناپ لیا جاتا ہے۔ پھر اس پارے کو معلوم وزن کی پیالی میں ڈال کر اُس کا وزن دریافت کر لیا جاتا ہے۔ پارے کی کیت سے نلی کا نصف قطر محسوب کیا جاسکتا ہے بشرطیکہ پارے کی کثافت معلوم ہو۔

پارے کی ڈوری کے مادہ کی کیت = $\frac{W}{V}$ لٹ

جہاں W پارے کی کثافت اور V پارے کی ڈوری کا طول ہے۔ ڈوری کے طول کی پیمائش کے وقت یہ معلوم ہو گا کہ پارے کے سرے چپے نہیں بلکہ ابھرے ہوئے ہوتے ہیں۔ اگر پارے کی ڈوری کے اسطوانی حصے کا طول L ہو اور دونوں ابھرنے ہوئے حصوں کا مجموعی طول l ہو تو پارے کی ڈوری کا

حجم ہوگا :-

۲ ص ۱ + ۲ ص ۲ = ۲ ص ۳
دوسری رقم کی قیمت اس مفروضہ پر حاصل کی گئی ہے کہ ڈوری کے دونوں ابھرے
ہوئے سرے نصف ناقص نما ہیں۔

پس پارے کا حجم
۲ ص ۲ [۱ + ۲ ص ۳] ہے۔

صفحہ ۲۹ کے ضابطہ میں [۱ + ۲ ص ۳] کو ۱ سے تعبیر کیا گیا ہے۔

نئی کے نصف قطر کی پیمائش کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ نئی کو اُس
جگہ پر سے عموداً کاٹ دیا جتنا ہے جہاں مانع کی ہلالی سطح قائم تھی۔ اس
عمودی تراش کو اس سطح اٹھا قائم کرتے ہیں کہ وہ متحرک خوردین میں نظر آئے۔
سوراج کے قطر کی پیمائش خوردین کے چشمہ کی ماسکی سطح میں رکھے ہوئے
خردہ پیمانہ کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ اس خردہ پیمانہ کی تعبیر کسی معیاری پیمانہ کو
اسی خوردین سے دیکھ کر کی جاتی ہے۔ خوردین کے ذریعہ یہ دیکھا جاتا
ہے کہ خردہ پیمانہ کے کتنے درجے پیمائشی پیمانہ کے ایک ملی میٹر کے ساتھ
منطبق ہوتے ہیں۔ مگر اس امر کے مشاہدہ کرنے میں اس بات کا خیال
رہے کہ نئی کے قطر کے مشاہدہ گوئی میں خوردین کی جو ترتیب تھی اُس
میں کسی قسم کی تبدیلی نہ ہونے پائے (ملاحظہ ہو صفحہ ۳۶)۔

پارے کی ڈوری کے ذریعہ نصف قطر کی پیمائش کا طریقہ
خوردین کے طریقہ سے کہیں زیادہ صحیح ہے۔ پارے کی ڈوری کی لمبائی
نئی کے مختلف مقامات پر دریافت کر کے اس کا اندازہ ہو سکتا ہے کہ آیا
نئی کا سوراج تمام یکساں ہے یا نہیں۔ اس امر کا امتحان تجربہ شروع
کرنے سے پہلے ہی کر لینا چاہئے۔ اگر نئی میں معتد بہ ناہمواری ہو تو
نئی کو تجربہ سے خارج کر دینا چاہئے۔

مختلف سوراج کی کم سے کم تین نلیوں پر تجربے کرنے چاہئیں۔ اور یہ ثابت

کرنا چاہئے کہ ف، نصف قطر ص کے ساتھ تناسب معکوس رکھتا ہے۔
اگر پانی کے علاوہ کوئی اور مائع استعمال کیا جائے تو سطحی تناؤ ت محسوب کرنے سے قبل اُس کی کثافت دریافت کر لینی چاہئے۔

منحنی سطحوں کی وجہ سے دباؤ

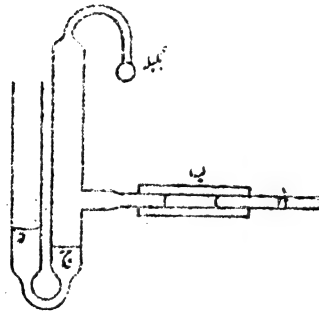
صابون کے بلبے کے اندر دباؤ۔ صابون کے بلبے کے اندر کا دباؤ گروہوائی کے دباؤ سے بقدر ایک چھوٹی مقدار کے زیادہ ہے۔ بلبے کے بالائی نصف کرہ کے تعادل پر غور کرو۔ دباؤ کی زیادتی در اس نصف کرہ پر عمل کرتی ہے اور اس میں اوپر کی طرف ایک حاصل قوت پیدا کرتی ہے جس کی مقدار دہ ص ہے۔ اور اس قوت کا یہ تقاضا ہوتا ہے کہ بلبے کے بالائی اور زیریں دونوں نصف کرے ٹوٹ کر ایک دوسرے سے الگ ہو جائیں۔



شکل ۱۰۱۔ صابون کے بلبے کے اندر دباؤ

دونوں نصف کرے سطحی تناؤ کی قوتوں سے آپس میں ملے رہتے ہیں۔ یہ تناؤ وہ قوتیں ہیں جو خط تماس کے گرد بلبے کی جھلی کی دونوں سطحوں پر عمل کرتی ہیں۔ بلبہ پھیلتا جاتا ہے یہاں تک کہ سطحی تناؤ کی قوتیں اور بلبے کو توڑنے والی قوت د ص آپس میں متعادل ہو جائیں۔
نصف کرے کے درمیان ہر سطح میں خط تماس کی لمبائی ۲ ص ہے۔ چونکہ جھلی کی سطحیں دو ہوتی ہیں اس لئے نصف کرے کو ملے رکھنے کے لئے سطحی تناؤ کی وجہ سے جو مجموعی قوت درکار ہے اُس کی قیمت ۲ (۲ ص) ہے۔
لہذا ۲ ص ۲ ص = ۲ ص

یا
تتا دص
مختصر دباؤ ہے۔ صابون کے محلول کے سطحی تناؤ کی تعبیر میں
بلبلے کے اندر کے دباؤ سے شکل مثلاً میں شیٹے کی سلاخ
اگر آسے کے پہلو میں لگی ہوئی ربر کی ٹیپ میں آہستہ آہستہ
ڈھکیل کر آلے کے سرے پر ایک چھوٹا بلبلہ بنائے۔



شکل مثلاً۔ بلبلوں کے اندر فی دباؤ کا آلہ

ایک ایسی مخروطی شکل کے ذریعہ جس میں افقی اور انقباضی پیمانے
لگے ہوں، بلبلے کا افقی قطر دریافت کرو۔ پہلے افقی پیمانے کے ذریعہ
افقی قطر ناپنے کے لئے مخروطی کو اس طرح متحرک کرو کہ اس کا
انقباضی متقاطع تار بلبلے کے خیال سے پہلے ایک طرف، اور پھر دوسری
طرف مڑ کرے۔ مخروطی کی لائن دو دھڑوں کا درمیانی فاصلہ افقی
قطر کے برابر ہو گا۔ اب متحرک مخروطی کے انقباضی پیمانے کی مدد سے
نلیوں میں سطح اور د میں پانی کی بلندیوں کا فرق دریافت کرو
تو بلبلے کے اندر گڑھ ہوائی کے دباؤ سے زیادتی دباؤ

د = ف ت ج ڈائن فی مربع سمر

جہاں ت ج ڈائن فی مربع کے خمدار حصے میں پانی کی کثافت ہے۔ ص کی پیمائش
پہلے ہو چکی ہے۔

مندرجہ ذیل مساوات سے سطحی تناؤ کی قیمت ڈائن فی سمر میں محسوس ہو کر دے۔

$$\text{ت = } \frac{\text{دس}}{\text{دس}}$$

 مختلف جسامت کے دو یا تین گولوں پر مشاہدات حاصل کرو۔

خواص مادہ پر مزید مشقیں

- ۱۔ اسمر نصف قطر اور ۵۰ زاویہ کا ایک قطار دائرہ کھینچو۔ سطح پیمائے ذریعہ اس کا رقبہ دریافت کرو۔ اور ترازو کی مدد سے اسے نیچے نتیجہ کی تصدیق کرو۔
- ۲۔ ۲۰ سمر محور غلط اور اسمر محور اصغر کا ایک ناقص کھینچو اور سطح پیمائی مدد سے اس کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۳۔ ایک دی ہوئی تختی کا رقبہ اور کثافت، پہلے اس کو ہوا میں اور پھر پانی میں تول کر اور اس کی موٹائی ناپ کر دریافت کرو۔
- ۴۔ ایک مٹیری پیمانے اور ایک ماسکونی ترازو کی مدد سے ایک دیے ہوئے تار کی ترائش عمودی کا اوسط رقبہ دریافت کرو۔
- ۵۔ ماسکونی ترازو اور مخروطہ پیمائے ذریعہ تار کی ایک دی ہوئی انجمن کی لمبائی اور کثافت اضافی دریافت کرو۔
- ۶۔ ایک معلوم کثافت اضافی کے مائع میں ایک ٹھوس جسم کو تول کر اس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔
- ۷۔ ایک دیے ہوئے ٹھوس جسم کو ہوا میں، پانی میں، اور ایک دیے ہوئے مائع میں تول حاصل شدہ وزنوں سے جسم مذکور کی اور دیے ہوئے مائع کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
- ۸۔ شکر اور پانی کا وزن کے لحاظ سے ٹھیک ۱۰ فیصدی محلول تیار کرو۔ اور محلول مذکور کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
- ۹۔ معمولی نمک اور پانی کا ایک ایسا محلول تیار کرو کہ جس کے ۱۰۰ گرام میں ۵۰ گرام

- نمک ہو۔ اس محلول کی کثافت دریافت کرو۔
- ۱۰۔ نمک کا ایک ایسا محلول تیار کر کے اُس کی کثافت اضافی دریافت کرو جس کی کثافت اضافی دیے ہوئے پانی سے بھاری اور غیر مخلوط مائع کی کثافت اضافی کے برابر ہو۔
- ۱۱۔ ترازو کی مدد سے دیے ہوئے ظرفک کی تعمیر کرو۔
- ۱۲۔ ایک دی ہوئی معلوم طول کی تنگ نلی کا اندرونی حجم دریافت کرو اور اُس سے اوسط اندرونی قطر کی قیمت اخذ کرو۔
- ۱۳۔ نیپے ہوئے گرے کا نصف قطر کویت پیمائے ذریعہ ناپو۔ اُس کا وزن دریافت کر کے گرے کے مادہ کی کثافت معلوم کرو۔
- ۱۴۔ ایک جسم مائل سطح پر سطح کے متوازی عمل کرنے والی قوت سے سہارا ہو رہا ہے۔ ایک ایسی ترسیم تیار کرو جو قوت کی مقدار اور سطح مائل کی بلندی میں رشتہ ظاہر کرے۔
- ۱۵۔ سطح مائل کے استعمال سے دیے ہوئے گردونہ کے مادے کی کمیت دریافت کرو۔
- ۱۶۔ ایک میٹری پیمانہ کے طول میں مختلف نقطوں کو نصاب قرار دے کر اور چھوٹے بازو پر مختلف اوزان لٹکا کر توازن پیدا کرو۔ اور میٹری پیمانہ کا وزن بھی اخذ کرو۔
- ۱۷۔ دو دی ہوئی سطحوں کے درمیان سکونی رگڑ کا زاویہ دریافت کرو۔
- ۱۸۔ دی ہوئی مشین کے لئے رفتاری نسبت اور توانائی نسبت معلوم کرو۔ اور ان نسبتوں کی مدد سے اُس مشین کی استعداد بھی اخذ کرو۔
- ۱۹۔ دونوں سروں پر سہاری ہوئی ایک سلاخ کے وسط میں مختلف وزن لٹکا کر ایک ایسی ترسیم حاصل کرو جو مرکز کے جھکاؤ اور وزن میں رشتہ ظاہر کرے۔
- ۲۰۔ تار کے ایک سرے پر دیا ہوا اجنت لگایا گیا ہے۔ ایک ترسیم کھینچو جو تار کے زاویہ مرد و اُس کے طول میں رشتہ ظاہر کرے۔

حرار

فصل اول

تپش پیمائی

۱۔ تمہید

تپش کے پیمانہ کے تعین کے لیے کسی جسم کی اس خاصیت کو کام میں لاسکتے ہیں جو تپش کے ساتھ ہموار اندر بدلتی ہے۔ اگر پانی کے نقطہ انجماد پر اس خاصیت کی قیمت لا ہو اور معیاری دباؤ کے تحت پانی کے نقطہ جوش پر لا ہو تو اس صورت میں ہم ایک درجہ مئیی کو تپش کی اس تبدیلی سے تعبیر کرتے ہیں جو اس خاصیت میں لا۔ لا تبدیلی پیدا کرتی ہے۔

اگر اس خاصیت کی قیمت لا ہے جو جب جسم کسی خاص ماحول میں ہو تو ماحول کی تپش کی قیمت کسی خاص پیمانہ پر جو اس خاصیت لا پر مبنی ہے حسب ذیل ہوگی :-

$$ت^{\circ} مئیی = \frac{لا - لا}{لا} \times ۱۰۰$$

اکثر عملی کاموں میں ہم ایسا پیمانہ استعمال کرتے ہیں جو خیمشے کی نلی میں پارے کے ڈورے کے پھرے کی وضع پر مبنی ہو۔ پہلے نقطہ انجماد اور پھر نقطہ جوش پر

اس کی وضعوں کا مشاہدہ کیا جاسا ہے اور ان نقطوں کے درمیان پیش پیما کے تنے کو ۱۰۰ برابر حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے اور ہر حصہ کو ایک درجہ مٹی قرار دیتے ہیں۔ شیشے کے دو سیہائی پیش پیما صرف اس صورت میں ایک دوسرے سے مطابقت کریں گے جب کہ دونوں میں ایک ہی قسم کا شیشہ استعمال کیا گیا ہو اور ہر ایک کا سورخ بھی بالکل ہموار ہو۔

شیشے کے سیہائی پیش پیما خاص کر اس لیے استعمال ہوتے ہیں کہ ان کی شکل سادہ ہوتی ہے۔ علمی کاموں میں ہائیڈروجن گیس سے بھرا ہوا مستقل حجم والا پیش پیما، معیاری پیش پیما کے طور پر استعمال ہوتا ہے۔ (ملاحظہ ہو صفحہ ۲۲۲)۔

کسی عمل کا حسن عمل اس بات پر منحصر ہے کہ آلات کے استعمال میں کافی احتیاط برتی جائے۔ اور طالب علم پیش پیماؤں جیسے نازک آلات کی درست و درزی میں ہر ممکنہ احتیاط ملحوظ رکھے۔ جس پیش کے لیے پیش پیما بنایا گیا ہے، اس سے بلند تر پیش پر اسے ہرگز نہ لے جانا چاہیے اور جب کام ہو جائے تو فوراً خول میں رکھ دینا چاہیے۔

پیش پیما پڑھنے میں اختلافِ منظر کی غلطی نہ ہونے پائے۔ یعنی آنکھ کو اس طرح رکھنا چاہیے کہ خطِ نظر پارے کے سرے پر تنے کے علی القوائم ہو تاکہ پارے کے دوسرے کے سرے سے منطبق ہونے والا درجہ مشاہدہ میں آجائے طالب علم کو پیش پیما کے پڑھنے میں اس قدر مشق بہم پہنچانی چاہیے کہ وہ ۱۰ مٹی کے دسویں حصے تک کا خود اندازہ کر سکے۔

یہ یاد رہے کہ پیش پیما اپنی ہی پیش بتاتا ہے۔ اس لیے کسی شے کی پیش دریافت کرنے کے وقت یہ ضرور ہے کہ اس شے کے ساتھ پیش پیما کافی مچھوٹا رہے اور شے مذکور کی پیش حاصل کرنے کے لیے اس کو کافی وقت تک اسی شے میں رکھا جائے۔

تجربہ ۵۹۔ تنے کے تعریہ کا اثر — ارتفاعِ پیما (ملاحظہ ہو صفحہ ۲۱۶) میں ایک پیش پیما کو اس حد تک داخل کرو کہ

تقریباً ۱۰۰° کے نشان تک تیز بھاپ کے اندر رہے۔ جب پانی آہستہ آہستہ جوش کھارہا ہو تو تپش پیمائے ثبات لو۔ اس کے بعد تپش پیمائے ثبات تک اٹھاؤ کہ تنہ ۰° نشان سے اوپر، ارتفاع پیمائے ثبات رہے۔ اب اُس کو چند منٹ تک ایسا ہی رہنے دو۔ اس دوران میں پانی حسب سابق آہستہ آہستہ جوش کھاتا رہے۔ اس کے بعد پھر تپش پیمائے ثبات لو۔ تنہ کو ۴۰° نشان سے اوپر کھلا رکھ کر مشاہدات کو دہراؤ۔ اسی طرح عمل جاری رکھو جب تک کہ تنہ ۹۰° نشان سے اوپر کھلا رہے۔ تنہ کے تعریہ سے تپش پیمائے ثبات مقسوعہ پر جو اثر پڑتا ہے، اُس پر غور کرو کہ باوجودیکہ جوئے کی تپش دوران تجربہ میں ایک ہی تھی لیکن تنہ کے تعریہ سے تپش پیمائے ثبات ہر مشاہدے میں مختلف ہے۔

تمام تپش پیمائوں میں امر متذکرہ بالا کا لحاظ مرھے۔

۲۔ تپش پیمائے ثبات نقطہ

تپش کے پیمانے کے تعین کے لیے دو ثبات نقطے ضروری ہیں۔ خالص کشید کیے ہوئے پانی سے بنی ہوئی برف کی اعانت کی تپش زیرین ثبات نقطہ کی تعین کرتی ہے۔ یعنی یہ ثبات نقطہ وہ تپش ہے جس پر برف اور پانی حالت تعادل میں ساتھ ساتھ موجود رہ سکیں۔ اس کو نقطہ انجماد یا صفری نقطہ کہتے ہیں اور نئی پیمانہ پر یہ ۰° لکھا جاتا ہے۔ کسی شے کے نقطہ اعانت پر دباؤ کا اثر اس قدر کم ہے کہ نقطہ انجماد کے تعین میں عملی نقطہ نظر سے اس کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔

بالائی ثبات نقطہ کا تعین اُس تپش سے ہوتا ہے جس پر بھاپ طبعی دباؤ کے تحت، اُبلتے ہوئے خالص کشید کیے ہوئے پانی سے نکل رہی ہو۔ یہ دباؤ پارے کے پائپ پیمائی ۶۰، ممبر بندی کے مماثل ہے۔ یہ بالائی ثبات

نقطہ ، نقطہ جوش کہلاتا ہے اور پیمانہ پر ۱۰۰ لکھا جاتا ہے۔ بناء بریں مٹی پیمانہ پر نقطہ انجماد اور نقطہ جوش کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ درجوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔ اُبلتے ہوئے پانی سے مٹکنے والی بھاپ کی تپش اُس برتن کی نوعیت پر منحصر نہیں ہے جس میں پانی جوش کھا رہا ہے۔ اور نہ اُس پر پانی کے ٹوٹوں کا اثر ہے بلکہ کڑھوائی کے دباؤ کے ساتھ ساتھ یہ تپش متغیر ہوتی رہتی ہے۔ ریٹیو نے نہایت احتیاط سے نقطہ جوش پر دباؤ کے اثر کا مشاہدہ کیا اور یہ معلوم کیا کہ ۶۰ مہر کے قریب دباؤ میں ۲۶۸ مہر کی زیادتی ، نقطہ جوش میں اُہر کا اضافہ کرتی ہے۔ خفیف تغیرات کے لیے ، نقطہ جوش کا تغیر فرق دباؤ کے متناسب تصور کیا جاسکتا ہے۔ اسی مفروضے کی بناء پر شکل ۱۱ کی ترسیم کھینچی گئی ہے۔ ہر طالب علم کی بیاض میں اس ترسیم کی نقل ہونی چاہیے۔

یہ دیکھا گیا ہے کہ تپش پیماکا شیشہ استر اور زمانہ کے ساتھ بتدریج اس طرح بدلتا ہے کہ ثابت نقطوں میں خفیف سی تبدیلیاں پیدا ہو جاتی ہیں۔ لہذا ان نقطوں کو وقتاً فوقتاً پھر دریافت کرنا ضروری ہے تاکہ مشاہدات کی غلطیوں میں تصحیح ہو سکے۔ انگلستان میں بالعموم زیرین ثابت نقطے کا پہلے تعیین کیا جاتا ہے۔

تعیین۔ (۱) نقطہ انجماد۔ ایک مناسب برتن کو برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں سے تقریباً بھر دو۔ اور برف کو اس طرح چمکھلنے دو کہ ان ٹکڑوں کی درمیانی فضا برف کی تپش پر کے پانی سے بھری رہے۔ گھلاتی ہوئی برف سے پانی کا خارج کرنا مناسب نہیں ہے تاہم ضرورت سے زیادہ پانی برتن میں جمع بھی نہ ہونا چاہیے۔ برف اور پانی کو خوب ہلاتے رہنا چاہیے۔

پیش پیماکو نہایت احتیاط کے ساتھ اس برتن میں اس طرح

رکھو کہ اس کا بخود برتن کے وسط میں رہے اور تپش پیمائے کا صفری نقطہ برف کی سطح سے عین اوپر رہے۔ وہ انتہائی نقطہ پڑھ لو جہاں تک پارے کے ڈورے کا سرا نیچے اُتر آئے اس نشان کے پڑھنے میں ایک درجہ کی اوکسر تک تخمین ہوئی چاہیے۔ یہ امر ملحوظ رہے کہ مشاہدے کے وقت پارے کا ڈورا کلیئہ برف سے بگڑا رہے۔ اگر ڈورے کا سرا صفری سے اوپر رہے تو خطا مثبت کہلائیگی۔ اور اگر نیچے رہے تو خطا منفی ہوگی۔ اگر خطا مثبت ہو تو صحیح تپش حاصل کرنے کے لیے تصحیح کا عمل منفی ہوگا۔

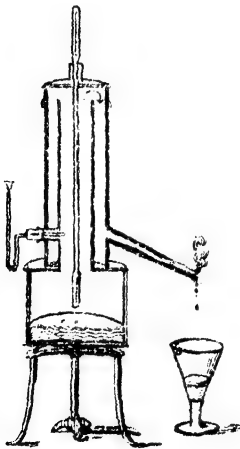
(۲) نقطہ جوش — نقطہ جوش دریافت کرنے کے لیے

تپش پیمائے کو دھات کے ایک برتن میں رکھتے ہیں جو ارتفاع پیمائے کہلاتا ہے۔ یہ آلہ ایک قسم کا جوشندہ ہے جس کے بالائی حصہ میں ایک دوہری دیوار کا بھاپ دان لگا ہوتا ہے۔

تپش پیمائے ایک گلاس کے ذریعہ ارتفاع پیمائے کے منہ پر اس طرح لگایا جاتا ہے کہ اس کا بالائی ثابت نقطہ عین گلاس کے منہ سے اوپر

نظر آئے۔ اس امر کی احتیاط کی جائے کہ تپش پیمائے ارتفاع پیمائے میں گرنے نہ پائے ورنہ جوش کے ٹوٹنے کا اندیشہ رہیگا۔ تپش پیمائے کے سرے کے سوراخ میں تار کا

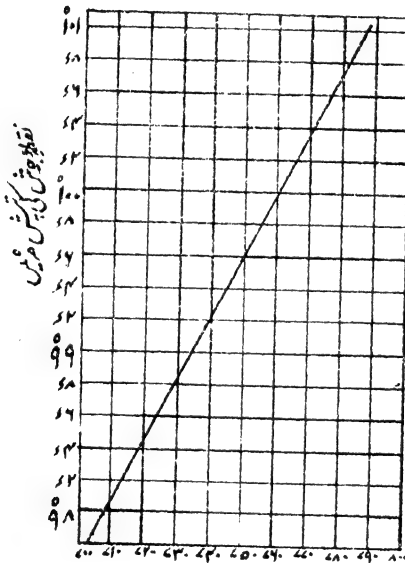
ایک حلقہ لگا دینے سے یہ اندیشہ



شکل ۱۱۱۔ ارتفاع پیمائے

رفع ہو جائیگا۔ تپش بیجا پڑھنے سے قبل، اُس کو تقریباً دس منٹ تک بھاپ میں رہنا چاہیے۔ پانی کو شدت سے جوش کھانے نہیں دینا چاہیے ورنہ ارتفاع بیماں بھاپ کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ سے بڑھ جائیگا۔ پارے کے ڈورے کے سرے کا مقام درجے کے دسویں حصہ تک پڑھو۔

دباؤ کی وجہ سے تصحیح۔۔۔ بار بیما کی بلندی ملی میٹر میں میں پڑھ لو اور مشہورہ کرہ ہوائی کے دباؤ کے تحت نقطہ جوش کی قیمت زیرم شکل ۱۱۲ کے ذریعہ دریافت کرو۔

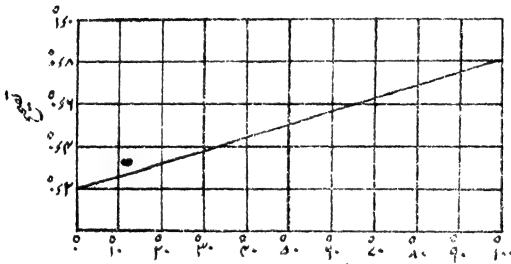


دباؤ پارے کے مرئی
شکل ۱۱۲۔ دباؤ کے لحاظ سے نقطہ جوش کا تغیر

بیاض میں یہ تپش جو حقیقی نقطہ جوش ہے، قلمبند کرو

و نیز وہ تپش لکھ لو جو زیر تجربہ تپش پیا بتا رہا ہے۔ اور نقطہ جوش پر تپش پیا کی خطا محسوب کرو۔

نقطہ انجماد اور نقطہ جوش کے درمیان کسی مطلوبہ تپش پر تصحیح معلوم کرنے کے لیے ترتیبی طریقہ اختیار کرو۔ تپش پیا کی درجہ بندیوں کو فصل اور تصحیحی رقم کو معین مان کر ایک ترسیم تیار کرو۔ شکل ۱۱۳ میں نقطہ انجماد پر تصحیح + ۰.۵۲° مہر اور نقطہ جوش پر تصحیح + ۰.۵۸° مہر فرض کی گئی ہے۔



تپش می (مہر) پیا میں

شکل ۱۱۳ تپش پیا کی تصحیح

حقیقی تپش حاصل کرنے کے لیے تپش پیا کے مقروطے میں تصحیحی رقم جمع کرنا پڑے گی۔

۳ تپش پیا کی تعمیر اور درجہ بندی

نلی کے اندر پارے کے سرے کی مساوی حرکتوں سے ظاہر ہونے والی تپش کے ذائقوں کی مساوی قیمتیں حاصل کرنے کے لیے لازم ہے کہ نلی کا سوراخ یکساں ہو مگر یہ صورت تو شاید ہی ہوتی ہے بلکہ کبھی نہیں پائی جاتی۔

اگر نلی کا سوراخ یکساں نہ ہو تو اس کی تصحیح کے لیے پارے کے ڈورے کو

لہذا ڈورے کا سرا

$$+9 - \frac{1164}{1000} = \text{درج یعنی } (3) 9.95 \text{ پر ہوگا۔}$$

اس کے بعد ڈورے کو مٹایا جاتا ہے یہاں تک کہ ”میرین“
سرا تقریباً وہاں ہوتا ہے جہاں کہ پہلی پیمائش پر ”بالائی“ سرا تھا۔
اور پھر دونوں سروں کے مقام لکھ لیے جاتے ہیں۔ اس کے بعد
وہ ایک تیسری وضع پر ۲۰ اور ۳۰ کے درمیان رکھا جاتا ہے اور
پھر ناپ لیا جاتا ہے۔ یہی عمل بار بار کیا جاتا ہے یہاں تک کہ
بالائی سرانقطہ بخش پر پہنچ جاتا ہے۔

ذیل کی عددی مثال کی طرح تصحیح کا حساب لگایا جاتا ہے:-

ڈورے کی پہلی وضع	- ۰.۰۳ تا ۰.۰۹	ڈورے کی لمبائی	۹.۸۳
دوسری	۰.۸۵ تا ۰.۹۳	"	۱۰.۰۸
تیسری	۰.۸۸ تا ۰.۹۴	"	۱۰.۰۶
چوتھی	۰.۹۸ تا ۰.۱۲	"	۱۰.۱۴
پانچویں	۰.۰۰ تا ۰.۰۸	"	۹.۷۸
چھٹی	۰.۸۲ تا ۰.۰۰	"	۱۰.۱۲
ساتویں	۰.۹۵ تا ۰.۹۹	"	۹.۹۵
آٹھویں	۰.۰۰ تا ۰.۰۰	"	۱۰.۰۰
نویں	۰.۰۳ تا ۰.۰۱	"	۱۰.۱۴
دہویں	۰.۰۶ تا ۰.۹۹	"	۹.۸۶

ڈورے کی اوسط لمبائی = ۹.۹۹

یعنی پارے کی یکمیت پیمانے کے کسی مقام پر ۹.۹۹ سے پر کر گئی بشرطیکہ سوراخ اور پیمانہ
دونوں کافی صحت کے ساتھ کیساں ہوں۔

فرض کرو کہ ڈورا ۰ ہر سے شروع ہوتا ہے تو اس کا بالائی سرا قریب قریب ۹.۸۲ پر
ہوگا۔ اگر سوراخ ہموار ہو تو اس سرے کو ۹.۹۹ پر ہونا چاہیے۔

اس طرح جو تصحیح ۹.۸۲ مقررہ لکھ میں خال کرنی ہے + ۰.۱۷ ہوئی۔ اس کو

مف. ۱ کہو - یہ ۱۰ ہر کے قرب و جوار میں تصحیح ہوگی۔ اگر اس میں ایک ایسا ڈورا جوڑ دیا جائے جو اس کے ہر طرح مشابہ ہو تو دونوں مل کر ۸۲ + ۱۰۵۰۸ تک پہنچینگے۔ انہیں ۲ (۹۹۹۵) پر پہنچنا چاہیے۔ یعنی تصحیح (۱۹۹۹ - ۱۹۹۰) + ۱ (۱۰۵۰۹) ہر ہوگی۔ اس کو مف. ۲ کہو - یہ ۲۰ ہر کے قرب و جوار میں مطلوبہ تصحیح ہے۔

اسی طرح ۲۰ ہر کے قریب تصحیح ۳ (۹۹۹۵) - (۹۵۸۲ + ۱۰۵۰۸ + ۱۰۵۰۶) = ۰۲۵ ہر

ہے۔ اور علیٰ ہذا پس ہمیں حاصل ہوتا ہے:-

$$\text{مف. ۱} = + ۰.۱۶۵$$

$$\text{مف. ۲} = + ۰.۰۹۰$$

$$\text{مف. ۳} = + ۰.۰۲۵$$

$$\text{مف. ۴} = - ۰.۲۰۰$$

$$\text{مف. ۵} = + ۰.۰۹۵$$

$$\text{مف. ۶} = - ۰.۰۳۰$$

$$\text{مف. ۷} = + ۰.۰۱۵$$

$$\text{مف. ۸} = + ۰.۰۱۰$$

$$\text{مف. ۹} = - ۰.۱۳۵$$

$$\text{مف. ۱۰} = ۰.۰۰۰$$

آخری قیمت دراصل صفر ہی ہونی چاہیے۔

ان مشاہدات کی مدد سے ایک تصحیحی ترمیم کھینچی جاسکتی ہے جس میں پیمانہ کے ہر مقام پر سورج اور درجہ بندی کی ناہمواری کی وجہ سے جو مقدار شامل کرنا پڑتی ہے، حاصل ہو سکتی ہے۔

تپش پیمائی درجہ بندی کسی اختیاری پیمانہ پر

بعض صورتوں میں یہ ممکن ہے کہ کسی تپش پیمائے کے تنے پر کھدا ہوا پیمانہ کلیۃً اختیاری ہو جس کی وجہ سے مشاہدات براہ راست مٹی درجوں میں نہیں حاصل ہوتے۔ مثلاً تنے پر ملی میٹر پیمانہ کے نشان لگے ہوں تو اس قسم کا تپش پیمائی مٹی پیمانہ پر تپش پیمائی کے لیے استعمال ہو سکتا ہے۔ اس غرض

کے لیے اولاً تپش پیمائی کو گذشتہ دفعہ میں بتائے ہوئے طریقے کے مطابق،
دو ثابت نقطے معلوم کر کے معیاری بنالینا چاہیے۔ ایسا کرنے سے فرض کرو
کہ نقطہ انجماد پر پارا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۲۴ مہر کے مقام پر اور نقطہ جوش
پر پیمانہ کے زیرین سرے سے ۱۸۴ مہر کے مقام پر قائم ہے۔ اگر اس تعین کے
وقت پارا پیما کا مقروءہ ۳۳۰ مہر ہو تو نقطہ جوش بجائے ۱۰۰ مہر کے ۹۹ مہر ہوگا۔
لہذا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۲۴ مہر والا مقام نتیجہ ۰ مہر کے اور زیرین
سرے سے ۱۸۴ مہر والا مقام ۹۹ مہر کے مماثل ہوگا۔ پس پیمانہ پر ۱۹۰ مہر کا
فاصلہ ۹۹ مہر درجوں کے وقفہ کے متناظر ہوگا۔ اس کے بعد تپش پیمائی کے
ایک مہر کے لیے مٹی پیمانہ پر تپش کا وقفہ معلوم کر لینا آسان ہے۔ موجودہ صورت
میں $\frac{99}{190}$ درجے ایک مہر کے متناظر ہیں۔

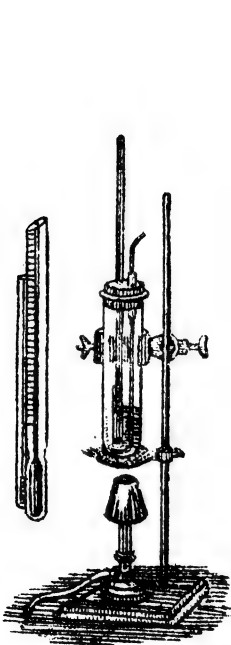
فرض کرو کہ یہ تپش پیمائی، حرارہ پیمائی میں رکھے ہوئے کسی مائع کی تپش معلوم
کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے (صفحہ ۳۵۳)۔ اور پارا پیمانہ کے زیرین
سرے سے ۲۴ مہر کے فاصلہ پر قائم ہو جاتا ہے۔ یعنی اس وقت پارا نقطہ
انجماد سے ۲۰ مہر بلند ہی پر قائم ہو گیا ہے۔ اور اس کے متناظر تپش مٹی پیمانہ پر
 $20 \times \frac{99}{190}$ یا ۹۹ مہر ہے۔

ایسے تپش پیمائی کے مقروءوں کو فصلے اور اخذ کردہ مٹی پیمانہ کے مقروءوں
کو معین مان کر دیے ہوئے تپش پیمائی کے پیمانہ اور مٹی پیمانہ کے باہمی ربط کو ترسیماً ظاہر کر
کر سکتے ہیں۔

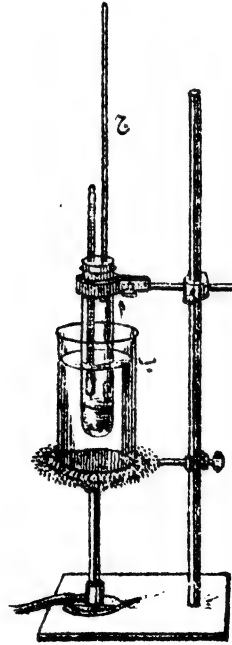
تجربہ سادہ — کسی اختیاری پیمانہ والے
تپش پیمائی کی درجہ بندی — متذکرہ بالا طریقہ کے
بموجب کسی ایک اختیاری پیمانہ والے تپش پیمائی کو معیاری بناؤ اور
اس کو تجربہ خانہ کے مہرے کی تپش و نیز نل کے پانی کی تپش
معلوم کرنے کے لیے استعمال کرو۔

۴۔ نقطہ اجماعت اور نقطہ جوش
تجربہ سادہ — کسی ٹھوس کے نقطہ اجماعت کی تعین۔

کسی ٹھوس مثلاً پیرافنی موم کا نقطہ اجماع معلوم کرنے کے لیے دھونکنی کے شعسل میں شیشے کی ایک نلی کو رکھ کر اس طرح کھینچو کہ ایک پتلی دیوار والی شعری نلی بن جائے۔ ریتی کے ذریعہ یا شیشے کاٹنے کے چاقو سے اس نلی کا چند سمرلبا ٹکڑا کاٹ کر جڈا کر لو۔ اب اس نلی میں زیر تجربہ شے داخل کر لینی چاہیے۔ اس مطلب کے لیے ٹھوس کی تھوڑی سی مقدار کو مناسب بوتن میں گرم کر کے مائع بنالیا جائے اور نلی کا سر اس مائع میں ڈبو دیا جائے۔ اس طرح بالعموم شعری نلی سے نلی میں زیر تجربہ شے چڑھ جائیگی۔ نلی میں شے داخل کرنے کے بعد اس کے پندے کو سر بہر کر دینا چاہیے ورنہ شے پگھلنے کے بعد بہ جائیگی یا پانی نلی میں چڑھ جائیگا ان وجوہ سے ٹھوس بننے کا نقطہ مشاہدہ میں نہ آسکیگا۔



شکل ۱۰۔ کسی ٹھوس کا نقطہ اجماع



شکل ۱۱۔ کسی مائع کا نقطہ جوش

اب اس نلی کو جس میں ٹھوس شے موجود ہے، ایک تپش پلا کے جوہ کے ساتھ پیکدار بندھنوں یا باریک تانگے کے ذریعہ باندھ دیتے ہیں اور جوہ کو احتیاط کے ساتھ پین جنٹر میں گرم کیا جاتا ہے (شکل ۱۱۱)۔ تپش پلا کا مقروءہ اس خاص لمحہ پر قلمبند کر لیا جاتا ہے جب کہ چھوٹی نلی کے اندر کی ٹھوس شے مائع کی شکل اختیار کرتی ہے، ایک دوسرا مقروءہ بھی اس طرح حاصل ہو سکتا ہے کہ پین جنٹر کو سرد ہونے کا موقع دیا جائے اور جب شے پھر ٹھوس بن جائے تو تپش لکھ لی جائے۔

اماعت کی جو تپش اس طرح لی جائیگی وہ اصلی نقطہ اماعت سے کسی قدر زیادہ ہوگی اور ٹھوس بننے کی جو تپش اس طرح لی جائیگی وہ اصلی نقطہ اماعت سے کسی قدر کم ہوگی۔ لہذا اصلی نقطہ اماعت ان دونوں مقروءوں کے اوسط سے حاصل کرنا ضروری ہے۔ تاہم اس تجربہ میں مائع کے پڑسود ہو جانے کا احتمال ہے۔ اور ایسی صورتیں اس نوعیت کے تجربہ سے اصلی نقطہ اماعت حاصل نہیں ہو سکتا۔

بعض صورتوں میں شعری نلی کو ترک کر کے تپش پلا کے جوہ کے گرد ٹھوس کی ایک تپلی تہ چڑھا دی جاتی ہے اور پہلے کی طرح احتیاط کے ساتھ تپش پلا کا جوہ گرم کیا جاتا ہے۔ جب تہ عین چمکنے کو ہوتی ہے تو تپش پڑھ لی جاتی ہے۔

جب کوئی مائع ٹھوس بن رہا ہو تو طالب علم تبریدی منحنی کا تجربہ بھی دیکھ لے (صفحہ ۳۷۸)۔

تجربہ ۱۱۲۔ کسی مائع کے نقطہ جوش کا تعین۔ اس تعین کے لیے مائع کو ایک ایسی استخوانی نلی میں رکھو جس کے منہ پر دو سوراخ والا کنگ لگا ہو۔ ایک سوراخ میں سے تپش پلا گزرتا ہے اور دوسرے میں سہلیک شیشہ کی نلی داخل کی جاتی ہے جس سے بخارات خارج ہوتے ہیں۔ نلی کو غایت احتیاط کے ساتھ باریک شعلے سے یا پین جنٹر کے ذریعہ گرم کرتے

ہیں یہاں تک کہ مائع کا نقطہ جوش پہنچ جاتا ہے۔ دھکے سے اُبلنے کے عمل کو روکنے کے لیے شیشے کی چند گولیاں یا پتلی دیوار کی شعری نلی کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے (جو دھونکنی کے شعلہ میں شیشے کی نلی کو پھینچ کر بنائے جاتے ہیں) مائع میں رکھنا چاہئیں۔ استخوانی نلی میں تپش پیمائی وضع کا انحصار زیرِ امتحان مائع کی نوعیت پر موقوف ہے۔

(۱) خالص مائع کی صورت میں تپش پیمائی کو صرف بخارات کی تپش دیکھنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اور اس صورت میں تپش پیمائی کا جوہ مائع کے اندر نہیں ڈوبا جاتا بلکہ مائع کے سطح پر رکھا جاتا ہے۔

(ب) کسی محلول کی صورت میں مائع کی تپش خالص محلول کی تپش سے معتد بہ مختلف ہوتی ہے۔ اس لیے محلول کا نقطہ جوش معلوم کرنے کے لیے تپش پیمائی کا جوہ مائع کے اندر ڈوبا رہنا چاہیئے۔

جوہ کو آہستہ ہوئے مائع کے اندر ڈبو کر تپش پیمائی کا مقروہہ حاصل کرو پھر اس کو مائع سے باہر اس کے بخارات میں رکھ کر دوسرا مقروہہ حاصل کرو۔ ان دونوں مقروہوں کے درمیان جو فرق ہے اس کا مشاہدہ کرو۔ بزرگ رانے سے بچنے کے لیے محلول کو بہت آہستہ آہستہ جوش کھانا چاہیئے۔

فصل دوم

پھیلاؤ کی شرحیں

۱۔ طولی پھیلاؤ کی شرح

کسی سلاح کی پیش کو ایک درجہ بڑھانے سے اُس کے طول میں جو اضافہ ہوتا ہے اُس کے کل طول کے مقابلے میں بہت کم ہے اور یہ اضافہ مختلف پیشوں کے لیے تقریباً مستقل پایا گیا ہے۔

کسی ٹھوس کے طولی پھیلاؤ کی شرح کی تعریف اس طرح ہو سکتی ہے کہ طولی پھیلاؤ کی شرح، اضافہ طول اور اصلی طول کی باہمی نسبت سے جب کہ پیش میں ایک درجہ کا اضافہ ہو۔

پس اگر سلاح کا ابتدائی طول L ہو اور اُس اضافہ پیش سے اُس کا طول L_1 ہو جائے تو طولی پھیلاؤ کی شرح عملاً مندرجہ ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی :-

$$\text{ع} = \frac{L_1 - L}{L}$$

اگر سلاح کا طول L ہو جائے جب کہ اُس کی پیش تک بڑھا دی گئی ہو تو ہم لکھ سکتے ہیں :

$$\text{کہ } \frac{L - L}{L} = \text{عہ} \quad (۱)$$

$$\text{پس } L - L = L \cdot \text{عہ} \cdot t$$

$$\text{یا } L = L (1 + \text{عہ} \cdot t) \quad (۲)$$

بعض اوقات یہ باعث سہولت ہوتا ہے کہ ہم سلخ کی ابتدائی پیمائش
 ہمیں اس صورت میں L ہر پر کے طول کو تعبیر کریں گے۔ اور t سلخ
 کی پیمائش کو مٹی درجوں میں ظاہر کریں گے جو طول L کے متناظر ہوگی۔
 چونکہ طول کی تبدیلی جو حقیقت میں مشاہدہ میں آتی ہے نہایت ضعیف
 ہے اس لیے عملیات میں سہولت کے لیے یہ فرض کر لیتے ہیں کہ ابتدائی
 پیمائش L ہی کی پیمائش ہے اور L اسی پیمائش پر سلخ کے طول کو تعبیر کرتا
 ہے۔ اس صورت میں اس امر کا خیال رہے کہ t اضافہ پیمائش کو
 تعبیر کرتی ہے۔ یعنی t وہ فرق ہے جو انتہائی پیمائش اور L کے
 درمیان ہو۔

مسادات (۱) میں ہم دیکھتے ہیں کہ طولی پھیلاؤ کی شرح کے تعین میں تین مقداروں
 کی پیمائش شامل ہے: ابتدائی طول، اضافہ پیمائش اور طول کا اضافہ۔ صرف
 آخری پیمائش ہی ایسی ہے جس میں کسی قدر وقت ہے۔ چونکہ اس پیمائش میں خطا کا
 امکان زیادہ ہے اس لیے یہ امر فضول ہے کہ اپنی دو مقداروں کی پیمائش میں کافی
 صحت کا خیال رکھا جائے (دیکھو صفحہ ۶)۔ اولاً سلخ کا ابتدائی طول ... اس
 اچھے تک درست ناپ لیا جائے اور وہ پیمائش لکھی جائے جس پر تجربہ کا آغاز ہوا۔
 سلخ کو ایک معلوم پیمائش تک گرم کرنے سے اس کے طول میں جو ضعیف اضافہ ہوتا ہے
 اس کی پیمائش کے لیے مختلف طریقہ استعمال کیے جاسکتے ہیں:—
 (۱) کسی جیلی یا سنٹری ہرم کے ذریعہ (لیو انٹرنیٹ) اور لاپلاس کا طریقہ

ایک معلوم تناسب میں اضافہ طول کی تکبیر عمل میں لائی جاسکتی ہے۔
پہلا طریقہ بالکل غیر صحیح ہے کیونکہ تکبیری جزو ضربی ۲ یا ۳ فی صدی کے اندر
بالکل نامعلوم مقدار ہے۔

(۲) طول کے اضافہ کی پیمائش براہ راست خوردہ پیمائش کے ذریعہ ہو سکتی
ہے۔ معمولی کردیت پیمائش مقصد کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔

(۳) طول کا اضافہ براہ راست طریقہ پر دو خوردہ پیمائشیں یا خوردہ بینوں کو کام
میں لا کر معلوم کر سکتے ہیں جب کہ ذریعہ تجربہ صلاح کا ہر سر ایک ایک خوردہ بین کے اسکر پر لایا گیا ہو۔
یہ طریقہ مذکورہ بالا دو طریقوں پر اس امر میں فوقیت رکھتا ہے کہ صلاح کے ہر دو سر
پر مشاہدات عمل میں لائے جاتے ہیں اور اس میں کسی ایسے مفروضہ سے کام نہیں لیا جاتا
کہ تمام خوردہ تجربہ میں صلاح کا ایک سر بالکل قائم رہتا ہے۔ یہ سراٹھنے اور
سراٹھنے کا طریقہ ہے۔

تجربہ ۵۵۔ طولی پھیلاؤ کی شرح کی

تعیین۔ مندرجہ ذیل آٹھ دوسرے طریقہ کی ایک مثال ہے۔
ذریعہ تجربہ صلاح کو ایک بھائی بیر میں رکھتے ہیں جو دھاتی بانڈ
کی ایک ایسی نلی پر مشتمل ہوتا ہے جس میں سے بھاپ کی رو گزار سکتے
ہیں۔ صلاح کے دونوں سرے، بیر میں سے کسی قدر باہر نکلتے ہوتے
ہیں اور جوڑوں کو کاگ یا بر کی نلی کے ذریعہ بھاپ بند کیا جاتا ہے۔
صلاح کے ہر سرے پر پیمائش کی پیمائش کے لیے تیش پیمائش ہوتے
ہیں۔ صلاح کا ایک سر دھات کی ایک قائم گھنڈی کے ساتھ
حالت تماس میں ہوتا ہے اور دوسرا سر پھیلاؤ کے لیے آزاد
رہتا ہے۔ اس سرے کے پاس ایک خوردہ پیمائش جس کا سر درجہ دار
ہوتا ہے (کردیت پیمائش) اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ تیش کا محور
بمطابق سمت صلاح کے محور سے منطبق ہوتا ہے۔ تیش کے سرے اور صلاح

کے آزاد سرے کے درمیان تماس کی حالت کو قوت لمس کے ذریعہ محسوس کر سکتے ہیں۔ یا ایک چرخ برما (Ratchet) خردہ پیماس استعمال کر سکتے ہیں جو تماس کے پیدا ہوتے ہی پھسپسل جائے۔ لیکن تماس کی وضع دکھانے کے لیے کوئی سا سادہ برقی طریقہ قابل ترجیح ہے۔ کسی دولٹائی خانے کے ایک قطب کا خردہ پیماسیج کے ساتھ الحاق کیا جاتا ہے اور دوسرا قطب ایک سادہ روپما کے ایک سرے سے ملایا جاتا ہے۔ روپما کے دوسرے سرے کو اُس گھنٹہ سے ملاتے ہیں جس سے صلاح کا دوسرا قائم سرا سہارا ہوا ہے۔ جو کہ خردہ پیماسیج کا سرا صلاح کے سرے سے مس کرتا ہے۔ برقی دور پورا ہو جاتا ہے اور روپما کی کوئی منصرف ہو جاتی ہے۔ آکر کو ترتیب دے لو اور معمولی تیش پر خردہ پیماسیج کا مقروءہ حاصل کر لو جب کہ بیج کے سرے کا صلاح کے سرے سے تماس پیدا ہو جائے۔ یہ ترتیب متعدد مرتبہ دہرائی جانی چاہیے۔

اب خردہ پیماسیج کو متعدد چکروں میں سمجھے گئے دو تاکہ پھیلاؤ کے لیے گنجائش پیدا ہو۔ بھاپی پریم

میں جو اشارہ سے بھاپ کی روگزار کو صلاح کو گرم کر دے اور اُس قوت تک انتظار کر دے کہ صلاح مستقل تپش پر آ جائے۔ ہر دو تپش پیماس کے مقروءوں کو پڑھ لو۔ پھر خردہ پیماسیج کو تماس کے لیے مرتب کر دے اور مقروءہ حاصل کر دے۔ یہ مقروءے متعدد مرتبہ دہرائے جائیں۔ اس مقروءہ اور سابقہ کے مقروءے کے فرق سے صلاح کے طول میں اضافہ معلوم ہو جائیگا۔

مشاہدات کی مدد سے صلاح کے طولی پھیلاؤ کی شرح کو محسوب کر دے۔

تیسرا طریقہ دھاتی ٹی کے طولی پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے

استعمال ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۷۱۔ دھاتی نلی کے طولی پھیلاؤ کی شرح کا تعین۔ تقریباً ایک میٹر لمبی دھاتی نلی پیروں کے قریب دو عرضی نشان کر دو کمرو کی تپش پر الی نشانوں کا درمیانی فاصلہ، دو متحرک خرد بینوں کو ترتیب دے کر معلوم کرو جیسا کہ خواص مادہ کے تجربہ سلسلے میں گز اور ریت کے مقابلہ کرنے میں بتایا جا چکا ہے۔ خرد بین ٹیکنوں کو سلیٹ کی تختی پر قائم کرنا مناسب ہے تاکہ نلی کو گرم کرنے سے خرد بینوں کے درمیانی فاصلے پر کوئی اثر نہ پڑ سکے۔ نشانوں کو پھر خرد بینوں کے ماسکوں پر لاؤ۔ نلی میں سے بھاپ کی دو گز اور نلی کو اس طرح ترتیب دو کہ اس کے ایک سرے کا نشان پیرسلی خرد بین کے سلیبی تار سے منطبق ہو جائے اور دوسری خرد بین کو اتنا ہسٹاؤ کہ اس کا سلیبی تار دوسرے سرے کے نشان پر آجائے۔ دوسری خرد بین کو جس قدر ہسٹا نا پڑے وہ فاصلہ ناپ لو۔ یہ فاصلہ نلی کے طول میں اضافہ ہے۔ اس مفروضہ کی بناء پر کہ نلی ۱۰۰ درجہ تک گرم کی گئی ہے طولی پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔

۲۔ المائع کے پھیلاؤ (بسط) کی شرح

کسی المائع کے پھیلاؤ کی شرح کی تعریف دو مختلف طریقوں پر ہو سکتی ہے۔ (۱) صفر پھیلاؤ کی شرح۔ کسی المائع کے پھیلاؤ کی شرح سے مراد وہ نسبت ہے جو اُمر کے اضافہ پیش سے پیدا ہونے والے اضافہ حجم اور اُمر کے حجم کے درمیان ہو۔

پس اگر ج، اُمر پر اور ج، ہر پر حجم ہوں اور ع پھیلاؤ کی شرح

$$ع = \frac{ج - ج}{ج}$$

اگر ہم یہ فرض کر لیں کہ اضافہ پرش کے ساتھ شے ہوا میں طر بقدر
پر پھیلتی ہے، یعنی پرش کے مساوی تغیرات کے جواب میں اگر حجم میں مساوی
تغیرات واقع ہوتے ہوں تو کسی پرش ت پر حجم ج مساوات

$$C = \frac{C - C}{C} \text{ سے حاصل ہوگا۔}$$

$$! \quad C = C (1 + C)$$

(۲) دو پرشوں کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح —
کوئی سی دو پرشوں کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح وہ نسبت ہے جو فی درجہ
اضافہ پرش کے لیے حجم کے اضافے اور ابتدائی حجم کے درمیان ہو۔
چنانچہ اگر ت اضافہ پرش سے حجم ج سے ح میں تبدیل ہو جائے تو اوسط
پھیلاؤ کی شرح

$$\frac{C - C}{C} \text{ ہوگی۔}$$

یاد رہے کہ یہاں یہ قید نہیں لگائی گئی ہے کہ ابتدائی پرش ہر ہو۔
پانی جیسی شے کے لیے جو ہوا رازہ نہیں پھیلتی، پھیلاؤ کی شرح کی
تعریف ایسی ہی ہونی چاہیے۔

ایلیک کی کثافت پرش کی تبدیلی کا اثر

فرض کرو کہ ج اور ث کسی ایلیک کی دی ہوئی کمیت کے لیے ہر پر
حجم اور کثافت کو ظاہر کرتے ہیں تو ایلیک کی کمیت ج ث ہوئی۔
فرض کرو کہ کسی دوسری پرش ت ہر پر ج اور ث حجم اور کثافت
کو تعبیر کرتے ہیں تو ایلیک کی کمیت ج ث ہوئی۔ لیکن دونوں پرشوں پر کمیت
ایک ہی ہے۔

$$\text{لہذا } ح \text{ ث} = ح \text{ ٹ}$$

$$\frac{ح}{\text{ٹ}} = \frac{ح}{\text{ث}}$$

$$\text{لیکن } \frac{ح}{\text{ٹ}} = ۱ + ع \text{ ت}$$

$$\text{لہذا حاصل ہوتا ہے } \frac{\text{ٹ}}{\text{ث}} = (۱ + ع \text{ ت})$$

$$\text{یا } \text{ٹ} = \text{ث} (۱ + ع \text{ ت})$$

اس مساوات اور ح والی مساوات میں جو فرق ہے اس پر خیال رکھنا ضروری ہے۔ تپش میں اضافہ کا افر عام طور پر یہ ہے کہ حجم میں اضافہ ہو لیکن کثافت میں کمی ہو جائے۔

پھیلاؤ کی شرح مساوات ذیل سے حاصل ہوتی ہے:-

$$\frac{\text{ٹ} - \text{ث}}{\text{ٹ}} = ع$$

اسی طرح، دو تپشوں ت اور ت_۲ کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح کو اس طرح دکھا سکتے ہیں:-

$$\frac{\text{ٹ}_۱ - \text{ٹ}_۲}{\text{ٹ}_۱ (\text{ت}_۱ - \text{ت}_۲)} = ع$$

جہاں ٹ_۱، ت_۱ پر اور ٹ_۲، ت_۲ پر کثافت ہے۔

پانی کے پھیلاؤ کی شرح تپش کے مختلف وقفوں کے لیے

اگر شے مائع کی شکل میں ہو تو اس کی کثافت کی تبدیلی معلوم کرنا زیادہ آسان ہے نسبت اس کے کہ مائع کی دی ہوئی کثافت کے حجم کی تبدیلیاں دریافت کی جائیں۔ عموماً جو طریقہ مستعمل ہے، یہ ہے کہ کثافت اضافی کی بوتل کو خاص

نشان تک مختلف تپشوں پر مائع سے بھر بھر کر اس کے اندر موجودہ مائع کی مقدار کو تول لیا جاتا ہے۔

جنتر بیسٹ۔ پانی کا پھیلاؤ و کثافت اضافی کی بوتل کے طریقے سے۔ اس صورت میں مائع کی کثافت بوتل کے

اندر کے مائع کے وزن کے تناسب ہوتی ہے۔ ۱۰۰ کعب سمر گبنائش کی کثافت اضافی کی ایک بوتل لے کر اُس کو خشک کر دو اور تول لو۔ بوتل کو ۲۰ درجہ حرارت کی درمیانی تپش پر کے پانی سے خاص نشان تک بھر دو۔ بوتل اور پانی کو بحالت مجموعی تول لو۔

بوتل کو خالی کر دو۔ اور اُس کو ایک پن جنتر میں رکھ کر تقریباً ۲۰ درجہ تپش کو بڑھاؤ۔ پن جنتر میں سے پانی لے کر اُس کو بھر دو اور پانی کی سطح کو بوتل کی گردن پر کے نشان تک ٹھیک کر لو، جب کہ بوتل ابھی جنتر کے اندر ہی ہو۔ جنتر کی تپش دیکھ لو۔ جنتر میں سے پانی سے بھری ہوئی بوتل کو علیحدہ کر دو اور بوتل کی بیرونی سطح کو احتیاط سے خشک کر لو اور پھر تول لو۔

پن جنتر کی تپش کو تقریباً ۴۰ درجہ ۹۰ درجہ اور ۸۰ درجہ کے لیے ترتیب دے کر بوتل کو ان تپشوں پر نشان معین تک بھر کر تجربے کو دہراؤ۔ تولنے کے دوران میں دونوں بوتل اور پانی کافی ٹھنڈے ہو جائیں گے اور مائع کی سطح بوتل کی گردن کے نشان سے نیچے آجائیں گی۔ اس کا کوئی خیال نہ کیا جائے۔ بوتل کے اندر مائع کی موجودہ مقدار وہی ہے جو جنتر کی تپش پر بوتل کو اُس نشان تک پُر کئے ہوئے تھی، سکرواؤ کی وجہ سے اُس کی کمیت میں کوئی تغیر نہیں پیدا ہوتا۔

تاہم یہ ضروری ہے کہ بلند تپشوں پر حتی الوسع جلد سے جلد تول لیا جائے تاکہ بخیر کے عمل سے وزن میں معتد بہ کسی واقع نہ ہو۔ گرم بوتل کے قریب اوپر کی جانب حملی رو کی وجہ سے بھی

خطا پیدا ہوگی اور اسی لیے یہ مناسب ہے کہ تولنے سے پہلے
بوتل کو ٹھنڈے پانی کے نل کے نیچے جلد ٹھنڈا کر لیا جائے۔
پہلی پیش تہ پر (۲۰ درجہ اور ۷۰ درجہ کے درمیان) بوتل
کو پُر کرنے والے پانی کی کمیت (گراموں میں) کو عدد اُس پیش
پر برتن کے حجم ح کے برابر لے سکتے ہیں جب کہ پیش کے اس
وتف کے لیے تجربہ کی صحت کے حدود کے اندر پانی کی کثافت
ایک گرام فی کعب سمر ہو۔

دیگر پیشوں کے لیے جن پر مشاہدات کئے گئے ہیں بوتل کی گنجائش

ح کو ضابطہ

ح = ح (۱ + بدہ ات - تہ) استعمال کر کے محسوب کرو، جہاں بدہ شیشے کے کعب پھیلاؤ کی شرح ہے۔
بدہ کی قیمت تقریباً ۲۵۰۰۰۰ فی ۱۰۰ درجہ فی جاسکتی ہے۔
بوتل کے اندر پانی کی کمیت کو اُس پیش پر بوتل کے محسوب شدہ حجم
سے تقسیم کر کے ہر پیش پر پانی کی کثافت معلوم کرو۔ ان مقداروں کو ذیل کی جدول
میں ترتیب دو:-

پیش	بوتل میں مائع کی کمیت	بوتل کا حجم (محسوب شدہ)	مائع کی کثافت

۲۰ درجہ اور ۷۰ درجہ پر کی کثافتیں معلوم کرو اور ان دو پیشوں کے درمیان
پانی کے پھیلاؤ کی اوسط شرح ذیل کی مساوات سے حاصل کرو:-

$$\text{اوسط بدہ (تہ تا ۲۰)} = \frac{\text{تہ} - \text{تہ}}{\text{تہ} - (۲۰ - تہ)}$$

پیش تقریباً ۴۰ درجے۔ اگر پیشیں ۴۰ درجے سے بہت دور نہ ہوں تو پانی کی کثافت ایک گرام فی مکعب سمرے سکتے ہیں اور اس طرح اس پیش پر مغزق کا حجم فوراً معلوم ہو جاتا ہے۔

تجربہ ۸۸ - شیشے کے مغزق کے ذریعہ مختلف پشوں پر پانی کی کثافت کا تعین - مغزق کی ایک سادہ اور سہل کار ضرورت یہ ہے کہ شیشے کے ایک جوئے کے اندر سیسے کے چھڑے ہوتے ہیں۔ جوڈ کو مہر کرنے سے پہلے پشوں کی مقدار کو اس طرح مرتب کر لینا چاہیے کہ جوڈ پانی کے اندر ڈوبنے کے لیے کافی وزن ہو جائے۔ ہر ایک تار کے ذریعہ جوڈ کو حواس ترازو کے ایک بازو کے ساتھ لٹکا دیتے ہیں۔ اگر بند ڈبے کی کیمیائی ترازو استعمال کی گئی ہو تو ترازو دان کے پندے میں ایک چھوٹا سا سوراخ بھی ہونا چاہیے جس میں سے تار گزر سکے۔ ایک دوسرا سوراخ اُس تختہ (Shelf) میں بھی بنانا چاہیے جس پر ترازو دان رکھا ہو تاکہ تار ان دو سوراخوں میں سے آزادی کے ساتھ گزر سکے۔ تار کے زیرین سرے سے مغزق بانڈ دیا جاتا ہے اور یہ پانی کے ایک بڑے برتن میں کلیئہ ڈبو دیا جاسکتا ہے۔ اوپر برتن کسی مطلوبہ پیش تک گرم کیا جاسکتا ہے۔ اُس مقام پر جہاں کہ تار پانی کی سطح میں سے گزرتا ہے، سطحی تناؤ کے اثر کو کم کرنے کے لیے تار کے قطر کو او۔ ۴۰ درجے سے زیادہ نہیں ہونا چاہیے۔

مغزق کا پہلے ہوا میں دھڑا کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد اس کو برتن کے اندر پانی میں بالکل ڈبو کر دوبارہ وزن کر لیا جاتا ہے۔ دونوں وزنوں کے فرق سے پانی میں نقصان وزن معلوم ہو جاتا ہے۔ پہلا مشاہدہ اُس وقت حاصل کیا جاسکتا ہے جب کہ پانی تقریباً ۴۰ درجے تک ٹھنڈا کر دیا گیا ہو۔ پھر جنرل کو ۰ درجہ۔ ۴۰ درجہ تک گرم کر دیا اور اس کو آہستہ آہستہ ٹھنڈا ہونے دو۔

اُس صورت میں جب کہ جنتر سرد ہو رہا ہو تپش کو قابو میں رکھنا اور تپش کے دوران میں اُس کو ایک قائم قیمت پر لے آنا زیادہ سہل ہے۔ بنسبت مشعل کے شعلہ کی جسامت یا جنتر سے نیچے اُس کے فاصلہ کو انتیاط سے بدل کر اُسے اس طرح مرتب کرنا چاہیے کہ مشاہدہ کے وقت تپش مستقل رہے۔ مشاہدات کے دوران میں پانی کو اچھی طرح ہلاتے رہنا ضروری ہے تاکہ ساری کیت میں تپش ہموار رہے۔ نقصان وزن اور تپش کے مشاہدات ۱۰ امریاہ امر کے وقفہ پر لینے چاہئیں۔

پانی کی کثافت کو مختلف تپشوں پر بتانے کے لیے ایک جدول تیار کی جائے اور نتائج کو مربع دار کاغذ پر مرتب کیا جائے۔ مشہور تپشوں کے متوالی یا متصلہ جوڑوں کے درمیان پانی کے پھیلاؤ کی اوسط شرحوں کا حساب لگادو۔

وزن تپش پیم

وزن تپش پیم شیشے کا ایک اسطوانی جوہ ہوتا ہے جس کی گرہن کو کھینچ کر ایک نلی کی طرح بنا دیا جاتا ہے۔ اس نلی کو اس طرح موڑ دیتے ہیں کہ اُس کا مبرا مایع کے برتن میں ڈوب سکے۔ اس آلہ کو مایع کے پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ سادہ طور پر ہم اس کو یوں سمجھ سکتے ہیں کہ یہ ایک آلہ ہے جو کوئی سی دو معلوم تپشوں پر کے مایع کی کثافتوں کا مقابلہ کرنے کے لیے کام میں لایا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ

ج = وزن تپش پیم کا حجم : ہر پر۔
 ک = مایع کی کیت جو اُس کو : ہر پر پڑھتی ہے۔
 مشا = مایع کی کثافت : ہر پر۔

نیز فرض کرو کہ ج، ک، اور ث کے تہرہ پر ان کی متناظر قیمتیں ہیں۔

اگر ہم شیشے کے کعب پھیلاؤ کی شرح ہے تو

$$ج = ح + ۱ (بہت)$$

کشافت کی تعریف سنی بناء پر ذیل کے رشتے حاصل ہوتے ہیں :-

$$ک = ج + ث اور ک = ج + ث$$

$$\text{لہذا} \quad \frac{ج + ث}{ج + ث} = \frac{ک}{ک}$$

$$یا \quad \frac{ث}{ج} = \frac{ک - ج}{ج}$$

$$\frac{ک}{ک} = \frac{ک}{ک} + ۱ (بہت)$$

لیکن صفحہ (۳۳۲) پر ثابت کیا جا چکا ہے کہ

$$\frac{ث}{ج} = ۱ + ع (ت)$$

جہاں ع۔ مائع کے مطلق پھیلاؤ کی شرح ہے۔

$$\text{لہذا} \quad \frac{ک}{ک} = (۱ + ع) \frac{ک}{ک}$$

اس مساوات کو ع کے لیے حل کرنے سے ذیل کا رشتہ حاصل ہوتا ہے :-

$$ع = \frac{ک - ک}{ک} + \frac{ک}{ک}$$

یاد رہے کہ اس نتیجہ کے حاصل کرنے میں کسی تقریبات سے کام نہیں لیا گیا۔
اگر پیش پیا کے جوئے کے پھیلاؤ کو نظر انداز کیا جائے تو بس ۱۰ اور
ایک کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح

$$\frac{\text{ک۔ ک۔}}{\text{ک۔ ت۔}} = \text{ک۔ ت۔}$$

تجربہ ۸۹۔ ”وزن پیش پیا کے ذریعہ
گلسرین کے پھیلاؤ کی شرح کی تعیین —
خالی پیش پیا کا وزن معلوم کر لو۔ جوئے کو کامل احتیاط کے ساتھ
بسنی شعلہ پر گرم کر کے اور اُس کے منہ کو گرم گلسرین والے برتن میں
ڈوبا ہوا رکھ کر پیش پیا کو گلسرین سے بھر دو۔ جیسے جیسے جوئے سرد ہوگا
گلسرین اُس کے اندر کھینچ آئے گی۔ بار بار گرم اور سرد کر کے جوئے کو گلسرین
سے مکمل بھر دینا چاہیے۔ جب جوئے کمرے کی پیش تک سرد ہو جائے
تو اُس کو پگلی ہوئی برف سے بھرے ہوئے ایک برتن میں اس طرح
رکھ دو کہ وہ برف سے پورے طور پر گھرا رہے مگر اُس کا منہ گلسرین
کے اندر ہی ڈوبا رہے۔ جس وقت جوئے ۰ صرب تک سرد ہو رہا ہو تو
ایک چھوٹی سی پیالی یا کٹھالی کو تول لو۔ پیش پیا کو برف سے
بکال لو اور پیالی کو اس طرح رکھو کہ خارج ہونے والا مایع اُس میں رہے۔
پیش پیا اور پیالی کو ایک ساتھ وزن کر لو۔ اور پیش پیا کو ۰ صرب
پر کرنے والی گلسرین کی کمیت معلوم کرو۔

اس کے بعد پیش پیا کو پانی کے ایک منقارے میں
رکھ کر نقطہ جوش تک گرم کرو اور خارج ہونے والی گلسرین کو بچا
دو۔ پیش پیا کو نکال لو اور اُس کو کمرے کی پیش تک ٹھنڈا ہونے
دو۔ مایع ٹھنڈا ہاں لگا لیکن اس پر بھی مایع کی کمیت وہی ہے جو
پیش پیا کو ۰ صرب پر کرتی ہے۔ پیش پیا کو دوبارہ تول لو اور

گلسرین کی کمیت اخذ کرو۔
گلسرین کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔ شیشے کے
پھیلاؤ کی شرح کو معلوم مان کر مطلق پھیلاؤ کی شرح بھی محسوب کرو۔

حجم بسط پیمائے

بسط پیمائے میں ایک اسطوانی جوڈہ ہوتا ہے جس پر ایک سیدھی
درجہ دار نلی لگی ہوتی ہے۔ اگر تنے پر کے پہلے نشان تک جوڈہ کا حجم
معلوم ہو اور نلی کے ایک درجہ کا متناظر حجم بھی معلوم ہو تو یہ آلہ کسی مائع کے
ظاہری پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے استعمال ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۹۔ کسی مائع کے ظاہری پھیلاؤ
کی شرح کا تعین بسط پیمائے کے ذریعہ۔ پہلے خالی
بسط پیمائے کو تولو۔ اس کے بعد ایک معلوم کثافت کا مائع لے کر
تنے کے پہلے نشان تک بھرو۔ اور پھر تولو۔ اس طرح معلوم
شدہ کمیت سے جوڈہ کا حجم محسوب کرو۔ تنے کے سرے کے قریب
والے کسی نشان تک بسط پیمائے کو بھرد اور پھر تولو۔ تنے کے ایک
معیین طول کو پڑ کیے ہوئے مائع کی کمیت معلوم کرو اور تنے کے
اس طول کا حجم محسوب کرو۔ پیمانے کے ایک درجہ کے متناظر حجم
کو اخذ کرو۔

کسی مائع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے
جوسنے اور تنے کے کچھ حصے کو مائع سے بھرد اور برف میں رکھ کر
تمام کا تمام ہر تک ٹھنڈا کرو۔ تنے میں مائع کا مقام پڑھ لو۔
پھر مین جینر میں رکھ کر کسی معلوم تپش تک گرم کرو اور تنے میں مائع
کا مقام دوبارہ دیکھ لو۔ ان مقروؤں کے متناظر حجموں کا حساب لگاؤ۔ منابہ
ج = ج (۱ + ع ت) کی مدد سے ظاہری پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔

۳۔ گیسوں کا پھیلاؤ

مستقل دباؤ پر ہوا کا پھیلاؤ

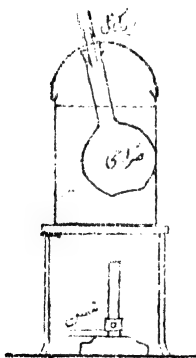
جب کسی گیس کی ایک دی ہوئی کیمت مستقل دباؤ کے تحت اسٹانڈرڈ پریشر کے اثر سے پھیلتی ہے تو مساوات ذیل سے حجم اور پریشر کے مابین رشتہ نما ہوتا ہے :-

$$x = (x+1)z$$

جہاں صاف ہے سچا فہم پر گیس کا باجم تعمیر ہوتا ہے اور صاف سے فہم پر حجم اور اس کو پیچہ ماؤ کی شرح کہتے ہیں یا مستقل دباؤ پر اضافہ حجم کی شرح۔ یہ مساوات کلیہ شمول کو علامات ریاضی میں ظاہر کرتی ہے جو یہ بیان کرتا ہے کہ جب گیس کی ایک مقررہ کمیت مستقل دباؤ کے تحت پھیلتی ہے تو پیش کے برزجب کے اضافہ کے لیے حجم میں فہم کے حجم کی ایک عین کسر کا اضافہ ہوتا ہے۔

و باؤ پر ہوا کے پھیلاؤ کی

شرح کی تعیین ۳۱۵ م
کعب سمجھ گنجائش کی ایک مزاحی کے
ساتھ روبرو کی ایک جست روک ڈاٹ
کا انتظام ہوتا ہے جس میں سے شیٹے
کی ایک چھوٹی نلی گزرتی ہے۔
نلی کا زیرین سراروک ڈاٹ کے
ساتھ جوار ہونا چاہیے اور بالائی سر



روک ڈاٹ سے اوپر ۲ یا ۳ سمر سے زیادہ نکلا ہوا نہیں ہونا چاہیے۔
شیشے کی نلی کے باہر نکلے ہوئے حصہ سے تقریباً ۵ سمر لمبا ربر کی نلی کا
ٹکڑا جوڑ دیا جاتا ہے۔

صرّاحی ڈاٹ اور نلی اچھی طرح خشک کر لیے جائیں خشک
کرنے کا عمل آدھ کویتھیلی رُوح سے دھو کر اور اُس میں سے ہوا کی رُو
گزار کر پورا کر سکتے ہیں۔ اب خشک صرّاحی کا وزن ۵ معلوم
کر لیا جاتا ہے۔

اس کے بعد ڈاٹ لگی ہوئی صرّاحی کو پانی کے ایک
برتن میں رکھتے ہیں جو رفتہ رفتہ نقطہ جوش تک گرم کیا جاتا ہے۔
اگر برتن میں تار کا دستہ لگا ہوا ہو تو اس سے پانی میں ڈوبی ہوئی
صرّاحی کے پکڑنے کا کام لیا جاسکتا ہے (شکل ۱۱۶)۔ نقطہ جوش
پہنچ چکنے کے بعد کم سے کم پانچ منٹ تک صرّاحی کو پانی کے
اندر ہی رکھا رہنے دیا جائے تاکہ اندر کی ہوا جوش کھاتے ہوئے پانی
کی تپش پر، جس کو ہم ۱۰۰ فرض کرینگے بکھینچ جائے۔ اس کے
بعد ربر کی نلی کو اٹکھوٹھے اور انگلی کے درمیان مضبوطی کے ساتھ
دبا دیا جاتا ہے۔ اور صرّاحی کو تسمیہ ہی کے ساتھ اُس برتن سے

باہر نکال کر ٹھنڈے پانی کے

ایک بڑے برتن میں اوندھا

دیتے ہیں (شکل ۱۱۷)۔

جوں ہی ڈاٹ ٹھنڈے

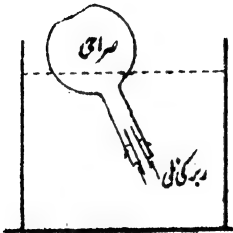
پانی کی سطح سے نیچے ہو جاتی

ہے ربر کی نلی کو چھوڑ دیا جاتا

ہے تاکہ ٹھنڈا پانی صرّاحی میں

داخل ہو سکے۔ صرّاحی کی گردن

کو نیچے کی طرف ہی رکھ کر صرّاحی



شکل ۱۱۷۔ صرّاحی ٹھنڈے پانی میں

کئی منٹ تک پانی کے اندر ڈوبا ہوا رکھنا چاہیے تاکہ اُس کا مایہ پانی کی تپش پر آجائے۔ فرض کرو کہ تپش تھم رہے۔ اس کے بعد صراحی کو اوجھا لیا جاتا ہے یہاں تک کہ پانی کی سطح صراحی کے اندر سر بھی وہی ہو جاتی ہے جو باہر کی سطح ہے۔ یعنی یہاں تک کہ اندر کی ہوا کا دباؤ دبی ہو جائے جو کہ ہوائی کا دباؤ ہے۔ جب یہ شرط پوری ہو جاتی ہے تو برکی نلی کو داب کر بند کر دیتے ہیں اور صراحی کو پانی سے باہر نکال لیا جاتا ہے اور پھر اُس کو سیدھا کر دیتے ہیں۔ بیرونی سطح کو خشک کر کے صراحی کو تول لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ وزن W ہے۔

اس کے بعد صراحی کو ٹھنڈے پانی سے بالکل بھر دیتے ہیں اور ڈاٹ لگا دیتے ہیں تاکہ پانی شیشے کی نلی کو بھی بھر دے اور وزن W معلوم کر لیا جاتا ہے۔

سادہ صراحی کو بھرنے والے پانی کا وزن $(W_1 - W_2)$ گرام ہے۔ لیکن ایک گرام پانی اکٹبا سمجھ لیتا ہے۔ پس بوتل کا حجم $W_1 - W_2$ مکعب سمر ہے۔ اب جب کہ بوتل جوش کھاتے ہوئے پانی میں تھی تو اُس کے اندر کی ہوا تمام حجم کو پُر کیے ہوئے تھی اور دباؤ کہ ہوائی کا تھا۔ فرض کرو کہ یہ حجم H ہے تو

$H = W_1 - W_2$ مکعب سمر
جب صراحی تھم والے ٹھنڈے پانی میں رکھی گئی تو ہوا کا حجم گھٹ گیا یہاں تک کہ H ہو گیا۔ ذرا غور کرو تو معلوم ہو گا کہ

$H = W_1 - W_2$ مکعب سمر
در اصل صورت حال یہی ہے کیونکہ اس کمتر تپش پر ہوا اُس قدر حجم گھیرے ہوئے تھی جس قدر کہ بوتل کے اندر چڑھا ہوا پانی پُر نہیں کرتا تھا۔ اس طرح حجم H اور H معلوم ہو جاتے ہیں۔

لیکن یہ ضروری ہے کہ ان جھول کو صفر کے حجم پر تبدیل کریں تاکہ پھیلاؤ کی شرح کا حساب لگایا جائے۔ یعنی ہمارے پاس دو مساواتیں ہیں:

$$ج = ج (1 + ۱۰۰\alpha)$$

$$ج = ج (1 + \alpha t)$$

جن میں دو جھول مقدار ہیں۔

پہلی مساوات کو دوسری سے تقسیم کر دو تو

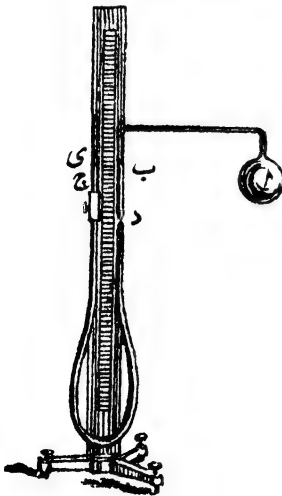
$$\frac{ج}{ج} = \frac{1 + ۱۰۰\alpha}{1 + \alpha t}$$

جس سے مندرجہ ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے:

$$\frac{ج}{ج} = \frac{1 + ۱۰۰\alpha}{1 + \alpha t}$$

اور اس رشتہ سے α کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔

مستقل حجم والا ہوائی پیش پیم



جب کسی گیس کی ایک معین کمیت ایسے برتن میں رکھی جائے جس کا حجم غیر متغیر رہتا ہے تو گیس کی وجہ سے برتن کی دیواروں پر جو دباؤ بڑھتا ہے، وہ پیش کے اصفاف کے ساتھ ساتھ بڑھتا جاتا ہے۔ گیس کے دباؤ اور پیش کے مابین رشتہ اس آدے کے ذریعہ جانچ سکتے ہیں جس کو مستقل حجم والا گیس پیش پیم کہتے ہیں۔ اور جس کو "جولی" (Jolly) نے ۱۸۴۸ء میں تیار کیا تھا۔

مکمل مسئلہ جولی کا مستقل حجم والا گیس پیش پیم

گیس ٹینے کے فانوس ۱ (شکل ۱۱۱) میں رکھی جاتی ہے جس کو کسی مظلومہ تپش تک پانی یا تیل کے جنٹر کی مدد سے جس میں وہ رکھا جاتا ہے گرم کر سکتے ہیں۔ اس فانوس کو دباؤ کی پیمائش کے لیے باریک سوراخ کی ایک ٹینے کی نلی کے ذریعہ پارے کے فشار پیمائش کے ساتھ ملحق کر دیتے ہیں۔ فشار پیمائش ٹینے کی دوبہت چوڑی نلیاں ب د اور سی ج ہوتی ہیں جو ایک لمبی برہ کی نلی سے ملا دی جاتی ہیں۔ اس میں پارا اتنی کافی مقدار میں ہوتا ہے کہ برہ کی نلی اور ٹینے کی چوڑی نلیوں کا کچھ حصہ بھر جاتا ہے۔ ٹینے کی نلی سی ج کو اونچا نیچا کر کے ب د میں پارے کی سطح کو مرتب کر سکتے ہیں یہاں تک کہ پارے کی ہلالی سطح ٹینے کے نمایندہ کی نوک کو عین چھو لے۔ یہ نمایندہ چوڑی اور تنگ نلیوں کے مقام اتصال کے قریب ب کے اندر لگا ہوتا ہے۔

آلے کے استعمال کے دوران میں ب د کے اندر پارے کی ہلالی سطح کا اس خاص وضع میں ہونا ضروری ہے تاکہ فانوس ۱ اور باریک نلی کے اندر گھری ہوئی گیس کا حجم مستقل رہے۔ گیس کی وجہ سے پڑنے والا دباؤ مقام ب پر کے پارے کی سطح پر دباؤ کے برابر ہے۔ یہ دباؤ اس طرح معلوم ہوتا ہے کہ ب پر پارے کی سطح اور سی ج میں پارے کی سطح کا فرق لیا جائے اور سی پر کرہ ہوائی کی وجہ سے پارے کی سطح پر واقع ہونے والا دباؤ بھی شمار کیا جائے۔ مشاہدات حاصل کرتے وقت کرہ ہوائی کا دباؤ باریتا کی بلندی پر پڑھ کر معلوم کر لینا چاہیے۔

آلے کے استعمال سے متعلق تین امور پر زور دینے کی ضرورت ہے:-
۱۔ پارے کی سطحوں کے مابین فرق کو صحت کے ساتھ معین کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ آلہ کو اس طرح ترتیب دیا جائے کہ نلیاں ج اور د اس پیمانہ سے بہت ہی قریب ہوں جو ارتفاع ناپنے کے لیے استعمال کیا گیا ہو۔

۲۔ دباؤ کی تعیین اس وقت عمل میں لائی جائے جب کہ گیس کی تپش مستقل ہو۔ جس جنٹر میں اکوڑ بویا گیا ہو اس کی تپش کو مستقل رکھنے کے متعلق کافی احتیاط کرنی چاہیے جب کہ سی ج کو

مرتب کیا جا رہا ہو اور پار سے کی سطحوں کے مابین فرق کا مشاہدہ کیا جا رہا ہو۔
یہ عمل زیادہ سہولت کے ساتھ اُس وقت ہو سکتا ہے جب کہ تپش گرم رہی ہو،
بہ نسبت اُس وقت کے جب کہ تپش بڑھ رہی ہو۔ لہذا یہ قرین مصلحت ہے کہ جس اعظم تپش تک کہ تجربہ کرنا
ہو اُس تپش تک جنٹر کو گرم کر دیا جائے اور پھر جنٹر کو آہستہ آہستہ سرد ہو۔ نے
دیا جائے۔ چونکہ اس میں وقت کا کافی فرق ہے اس لیے مناسب یہ ہے کہ
جنٹر کو کسی مطلوبہ تپش سے ایک یا دو درجہ زیادہ گرم کر کے شعلہ ہٹا لیا جائے۔
اب پانی کو اچھی طرح بلایا جائے یہاں تک کہ وہ مطلوبہ تپش تک ٹھنڈا ہو
جائے۔ پانی کے ٹھنڈا ہونے کے دوران میں تپش بھی طور پر پار سے کی
بلندی مرتب کر لی جاتی ہے۔ اور اُس کو ٹھیک قیمت پر لاتے ہیں۔ جب
یہ تپش پہنچ جاتی ہے تو اُس وقت مقررہ حاصل کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد
سارے جنٹر کو تیزی کے ساتھ دوسری مطلوبہ تپش سے کسی قدر زیادہ گرم کرتے
ہیں۔ اور پھر وہی عمل دہرایا جاتا ہے۔

تجربہ کی کامیابی کا انحصار اس امر پر ہے کہ جوفہ کے اندر گیس کی تپش
ٹھیک رہی ہو جو کہ باہر جنٹر کی تپش ہے اور اس امر پر بھی کہ اس تپش کا
تعین صحت کے ساتھ کیا گیا ہو۔

۳۔ جب جنٹر کو سرد ہونے دیا جاتا ہے تو اس امر کی بڑی احتیاط
کرنی چاہیے کہ گیس کے دباؤ میں کمی کے اثر سے ب د کے
اندہ کا پارا جوفہ کے اندر نہ بھینچ آئے۔ اس احتمال کو دور کرنے کے لیے
نلی ی ج کو اتنا نیچے کر دو کہ ب د کے اندر کا پارانی کے سرے سے کافی نیچا
رہے۔ جب تجربہ ختم کر دیا جائے تو نلی ی ج کو اس طریقہ پر
ہمیشہ نیچے کس دینا چاہیے۔

بھر ہا ۹۲۔ ہوا کی ایک مستقل کمیت کے

دباؤ کی تبدیلی تپش کے ساتھ جب کہ تپش پار سے

کے تپش پیمائے ذریعہ معلوم کی گئی ہو۔ ہوائی تپش

کے جو ذ کو گرم کرنے کے لیے پن جنٹر اور پن جنٹر کی تپش لینے کے لیے پارے کا تپش پیماس استعمال کرو۔ پانی کو نقطہ جوش تک گرم کرو اور جب تپش مستقل ہو جائے تو تپش پیماس کو پڑھ لو۔ فشار پیماس میں پارے کو ترتیب دے کر دب، اور ہی کا ارتفاع پڑھ لو۔ اس کے بعد تپش کو تقریباً ۲۰° گرنے دو اور دوبارہ تپش اور دباؤ کے مقررہ حاصل کرو۔ یکے بعد دیگرے متعین دوں کے درمیان تپش کو تقریباً ۲۰° گرنے دو اور اس طرح مشاہدات کا ایک سلسلہ حاصل کرو۔ یا مختلف تپشوں پر پارا اس وقت بھی مرتب کیا جاسکتا ہے جب کہ تپش بڑھ رہی ہو بشرطیکہ اوپر فقرہ ۲ میں بیان کردہ احتیاطیں برتی گئی ہوں۔ اس صورت میں آخری تپش ۱۰۰° ہوگی۔

نتائج کو مندرجہ ذیل طریقہ پر قلمبند کرو:—

بار پیماس کی بلندی =

نمایندہ نشان کی بلندی دب پر =

تپش	ہی کا ارتفاع	ارتفاع کا فرق (ی - ب)	۱ میں دباؤ

اب دباؤ کو معین اور تپش کو فصلہ مان کر ہوا کے دباؤ اور اس کی تپش کے مابین رشتہ ترکیبی طریقہ پر ظاہر کرنا چاہیے۔ اس طرح حاصل شدہ نقطے تقریباً ایک خط مستقیم پر ہونے چاہئیں۔ ان نقطوں میں سے گزرتا ہوا ایک ایسا خط سمیٹو کہ خط کے اوپر کی جانب اسی قدر نقطے واقع ہوں جتنے کہ نیچے کی طرف ہیں۔ اس خط کے ذریعہ جس کو تجربے کے نتائج کا اوسط بتانے والا فرض

کر سکتے ہیں، دو منتخب تیشوں ت اور ت کے متناظر دباؤ معلوم کرو۔ فرض کرو کہ یہ دباؤ د اور د ہیں۔
اگر گیس کے دباؤ کی شرح اضافہ بلحاظ تیش عدا ہو تو ہم لکھ سکتے ہیں:-
$$د = د (1 + عدا ت)$$

$د = د (1 + عدا ت)$
ایک مساوات کو دوسری سے تقسیم کر کے ہم د کو ساقط کر سکتے ہیں اور اس طرح مندرجہ ذیل رشتہ حاصل ہوگا:-

$$\frac{د + عدا ت}{د + عدا ت} = \frac{د}{د}$$

اس کو عدا کے لیے حل کریں تو حاصل ہوگا:

$$عدا = \frac{د - د}{د ت - د ت}$$

اس مساوات کی مدد سے عدا کی قیمت محسوب کرو۔
اگر ہم چاہیں تو منتخب تیشوں کو ت = ۰ اور ت = ۱۰۰ اہلے سکتے ہیں۔ ترسیم کی مدد سے ان کے متناظر دباؤ د اور د معلوم کرو اور عدا کو مساوات ذیل کی مدد سے محسوب کرو:-

$$د = د (1 + عدا ۱۰۰)$$

اس کے لیے ترسیم کو استعمال شدہ کترین تیش سے آگے بڑھانا چاہیے۔ اور اسی بڑھائی ہوئی ترسیم کے ذریعہ دباؤ د حاصل ہوگا۔

بجز ۹۳ — مستقل حجم والے ہوائی تیش پیم

کی مدد سے کسی شے کے نقطہ امان کی تعیین

— اس تجربہ میں پارے کا تیش پیم استعمال کرنے کی ضرورت

نہیں ہے لیکن مستقل حجم والے ہوائی تپش ہیما کے ذریعہ بنایا ہوا
تپش کا پیمانہ کام میں لایا جائے۔ اولاً تپش ہیما کے دو ثابت نقطوں
کو متعین کرو۔ جب کہ جو فہ کے اطراف جنٹر میں برف ہو تو جو فہ کے
اندر ہوا کا دباؤ معلوم کر کے نیچے کا ثابت نقطہ متعین کر سکتے ہیں۔
فرض کرو کہ یہ دباؤ D ہے۔ جب جنٹر نقطہ جو فہ پر ہو تو جو فہ کے
اندر ہوا کا دباؤ دیکھ کر اوپر کے ثابت نقطے کی تعیین کرو۔ دراصل
دیکھا جائے تو یہ ضروری ہوگا کہ جو فہ کے اطراف معیاری دباؤ پر
خالص پانی سے بنی ہوئی بھاپ ہونی چاہیے تاکہ یہ نقطہ صحت
کے ساتھ حاصل ہو۔ موجودہ غرض کے لیے یہ کافی ہوگا کہ جو فہ
کو بن جنٹر میں جوش کھاتے ہوئے پانی سے گھیر دیا جائے۔
فرض کرو کہ اس کے متناظر دباؤ D_1 ہے۔ تو

$$D_1 = D (1 + \alpha \text{ ص ۱۰۰})$$

اس طرح α کی قیمت تجربہ سے براہ راست معلوم
ہو سکتی ہے۔

اب بن جنٹر میں پانی کی تپش کو مرتب کرو یہاں تک کہ
وہ ٹھوس شے کے نقطہ انجمت کے برابر ہو جائے۔ اس مقصد
کے لیے ٹھوس کی ایک خفیف سی مقدار پتلی دیوار والی شعری نی
میں رکھی جاسکتی ہے۔ جس کو بن جنٹر میں ڈبو دیا جاسکتا ہے۔
اس تپش کے متناظر دباؤ D_2 پڑھ لو۔

تو مستقل حجم والے ہوائی تپش ہیما کے پیمانہ پر ہمیں
حاصل ہوگا :-

$$D = D_2 (1 + \alpha \text{ ص ۱۰۰})$$

جہاں T وہ تپش ہے جس کا تعیین مطلوب ہے۔ اور α
کی وہی قیمت ہے جو تجربے کے ذریعے پہلے ہی معلوم ہو چکی ہے۔
تپش T کو اس مساوات کے ذریعہ محسوب کرو۔

گیسوں پر تجربوں کے نتائج جو بائل اور شاسرل کے کلیتوں میں بیان کیے گئے ہیں ایک ہی جملے

د ح = م ت

کے ذریعہ بتائے جاسکتے ہیں۔ جہاں د دباؤ، ح گیس کی ایک دی ہوئی کمیت کے حجم کو ظاہر کرتی ہے، اور ت مطلق تپش ہے یعنی وہ تپش جو مٹی پیمانہ کے نقطہ انجماد سے ۲۷۳° م نیچے سے شمار کی جاتی ہے۔

ہر ایک متقل ہے جو بالعموم گیس متقل کہلاتا ہے۔ گیسوں سے متعلق حسابات لگانے میں اسی جملے کو استعمال کرنا چاہیے سو اے اُن صورتوں کے جب کہ گیس کی شرج عدد تجرباتی مشاہدات کے ذریعہ معلوم کرنی ہو۔

اگر گیس کی ایکائی کمیت پر غور کیا جائے تو $\frac{1}{\text{ح}}$ جہاں ٹ گیس کی کثافت ہے۔ اور گیس مسادات کو اس طرح لکھ سکتے ہیں:-

د ح = م ت

اس مسادات میں ہر گیس متقل ہے جو گیس کے ایک گرام کے لیے شمار کیا جائیگا۔

کسی شے کا گرام سالمہ، شے مذکور کی وہ کمیت ہے جس میں اتنے ہی گرام ہوں جتنی کہ اُس شے کے سالمی وزن میں اکائیوں موجود ہیں۔ گیس کے ایک گرام سالمے کا حجم طبعی تپش اور دباؤ پر ۲۲.۴۱۲ کعب سمر ہوتا ہے۔ ۶۰° م پر اے کے متناظر کرۂ ہوائی کا دباؤ ۰.۵ م اور ۴۵° م عرض بلد اور سطح سمندر پر ۱۰۱۳۲۰۰ ڈائن فی مربع سنتی میٹر ہوتا ہے۔ لہذا ایک گرام سالمہ کے لیے گیس متقل

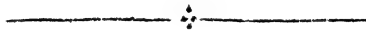
$$\frac{\text{ح}}{\text{ت}} = \text{م}$$

$$\frac{22.212 \times 103200}{26361} =$$

$$= 85315.4 \text{ ارگ فی درجہ فی گرام سالمہ}$$

$$= 15984 \text{ حرارے فی درجہ فی گرام سالمہ}$$

کسی گیس کے ایک گرام سالمے کے لیے ہر معلوم کرنا ہو تو اس عدد کو گیس کے سالمی وزن سے تقسیم کر دینا چاہیے۔



فصل سوم

حرارہ پیمائی

۱۔ حرارت کی مقداروں کی پیمائش

حرارہ پیمائی کے مضمون میں حرارت کی مقداروں کی پیمائش سے بحث کی جاتی ہے۔ اکائی مقدار حرارت وہ مقدار ہے جو پانی کی اکائی کیمت کی تپش کو ایک درجہ بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ جو اکائی عملی کاموں میں عموماً مستعمل ہے، وہ حرارہ ہے جس کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ کسی مخصوص تپش پر حرارت کی وہ مقدار جو ایک گرام پانی کی تپش کو 1° مہ بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ یہ مقدار 0.239 مہ اور 100 مہ کے درمیان مختلف تپشوں پر بالکل وہی نہیں ہے بلکہ تقریباً وہی ہے۔ مثلاً 100 مہ حرارہ 100 مہ کے حرارے سے بقدر ایک ہزار میں ایک حصے کے بڑا ہے۔ ذیل کے بیان میں یہ خفیف تبدیلیاں نظر انداز کر دی جائیں گی۔ پس پانی کے ک گراموں کی تپش کو 1° مہ سے 1 مہ تک بڑھانے کے لیے حراروں کی مطلوبہ تعداد

ح = ک (ت - ت)

کسی جسم کی تپش کو 1 مہ بڑھانے کے لیے ایک خاص مقدار حرارت درکار ہوتی ہے۔ اس مقصد کو جسم کی گنجائش حرارت کہتے ہیں۔ کسی جسم کا

آب مساوی پانی کی اُس مقدار کو کہتے ہیں جس کی تپش کو اُمر بڑھانے کے لیے اُسی قدر حرارت کی ضرورت ہے جس قدر جسم مذکور کو۔ آب مساوی کی مقدار (گرمیوں میں) عدداً گنجائش حرارت (حرارے فی درجہ سنی) کے برابر ہوتی ہے۔ اگر کسی جسم کا آب مساوی و گرام ہو تو اُس جسم کی تپش کو تہ مرتے تہ مرتبہ بڑھانے کے لیے حرارت کی مقدار:

ح = (تہ - ت۱) کسی شے کی اکائی کمیت کی گنجائش یا حرارت نوعی حرارۃ کی وہ تعداد ہے جو اُس شے کے ایک گرام کو اُمر بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ اگر کسی جسم کی حرارت نوعی کو خ حرارے فی گرام فی درجہ سنی سے ظاہر کریں تو اُسی شے کے ک گرمیوں کی تپش کو تہ مرتے تہ مرتبہ لانے میں حرارت کی مطلوبہ مقدار

$$ح = ک (تہ - ت۱)$$

حرارت کی مقداروں کی پیمائش سے متعلق یہ بنیادی مساوات ہے۔ اس مساوات کا مقابلہ گذشتہ مساوات سے کرنے پر ہم دیکھتے ہیں کہ آب مساوی و = ک خ ہے۔ پس کسی جسم کا آب مساوی اس طرح محسوب ہو سکتا ہے کہ جسم کی کمیت اور اُس کی حرارت نوعی کا حاصل ضرب لیا جائے۔

حرارہ پیم

وہ برتن جو مقدار حرارت کی پیمائش کے لیے استعمال ہوتا ہے، حرارہ پیم کہلاتا ہے۔ اس کو اس طرح ترتیب دینا چاہیے کہ متقی الاسکان بیرونی اجسام سے اس میں یا اس سے بیرونی اجسام میں حرارت منتقل نہ ہونے

پائے۔ حرارت کا یہ انتقال، ایصال، حل، یا اشعاع حرارت کی شکل میں وقوع پذیر ہو سکتا ہے۔ ایصال حرارت کو روکنے کے لیے حرارہ پیماکو کسی ناقص موصل جیسے نمہ، روئی، کالک یا آبنوس کے ذریعہ مہیا لیتے ہیں۔ حلی رُووں سے بچنے کے لیے بعض وقت برتن کو بھی طرح روئی سے لپیٹ دیتے ہیں۔ یا ضلاء دار پیرہن کے اندر لٹکا دیتے ہیں۔ اشعاع کے ذریعہ انتقال حرارت کو روکنے کے لیے عموماً یہ طریقہ اختیار کیا جاتا ہے کہ حرارہ پیماکے گرد ایک بیرونی برتن کا انتظام ہوتا ہے اور اندرونی برتن کی بیرونی سطح نہایت مجلّہ بنا دی جاتی ہے تاکہ اُس کی خروجیت کم ہو جائے اور بیرونی برتن کا اندرونی پہلو بھی نہایت مجلّہ بنایا جاتا ہے تاکہ اُس کی انعکاسی طاقت بڑھ جائے۔

ڈیوار (Dewar) کا خلائی برتن جس کو عام بول چال میں تھرماس سرچی کہتے ہیں، بعض تجویزوں کے لیے سہولت بخش حرارہ پیماکا کام دیتا ہے لیکن غیشہ تمام و کمال ایک ہی تپش پر نہیں ہوتا اس لیے یہ امر دقت طلب ہوتا ہے کہ اُس کی مہینائش حرارت کی کیا قیمت اختیار کی جائے۔

۲۔ کسی ٹھوس کی حرارت نوعی کی تخمین

تجربہ ۹۲۔ کسی ٹھوس کی حرارت

نوعی کی تخمین کے سادہ طریقے لقمے۔ ٹھوس کی ایک معلوم

کمیت کو خاص تپش تک گرم کر کے اس کو کمرے کی تپش پر رکھے ہوئے پانی کی ایک معلوم کمیت میں داخل کیا جاتا ہے۔ آخر میں چل کر ٹھوس اور پانی ایک مشترک تپش پر پہنچ جاتے ہیں جس کا مشاہدہ کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ٹھوس کی حرارت نوعی محسوب ہو سکتی ہے۔

سب سے پہلے ٹھوس کو تول لینا چاہیے تاکہ اُس کے گرم ہونے تک دوسری چیزیں تولی جا سکیں۔ اگر ٹھوس کسی دھات کا

مکڑا ہے تو اس کو باریک دھاگے یا سارے سے باندھ کر پانی کے ایک برتن میں ڈبو دو جس کو نقطہٴ جوش تک گرم کر سکتے ہیں۔ اگر ٹھوس کسی شے کے باریک مکڑے ہوں (جیسے سیسے کی گولیاں یا بیٹل کی چھیلین) تو ان مکڑوں کو شیشے یا دھات کی پتلی استحانی نلی میں ڈال کر نلی کو جوش کھاتے ہوئے پانی میں گرم کرو۔ ٹھوس، شے کو کافی وقت تک اس پانی میں رکھا رہنا چاہیے تاکہ وہ تمام دھال ایک مستقل پیش پر پہنچ جائے۔

جب کہ ٹھوس شے گرم ہو رہی ہو حرارہٴ پیم (مع پانی) تول نو اور پھر اس میں تقریباً دو تہائی تک پانی ڈال کر دوبارہ تول نو۔ پانی کی پیش قلبند کرو۔

جب ٹھوس کی پیش جوش کھاتے ہوئے پانی کی پیش پر پہنچ جائے تو اس کو حرارہٴ پیم میں جس قدر جلد ممکن ہو سکے منتقل کرو۔ اگر ٹھوس مکڑوں کی شکل کا ہو تو استحانی نلی کو ایک مناسب دستے سے پکڑ کر اس طرح جھکاؤ کہ مکڑے حرارہٴ پیم میں گر جائیں۔ حرارہٴ پیم کے اندر پانی کو ہلاتے رہو اور احتیاط کے ساتھ اس اعلیٰ پیش کا مشاہدہ کرو جو پیش پیم کے ذریعہ ظاہر ہوتی ہے۔ جب ٹھوس سالم مکڑے کی شکل کا ہو تو جس وقت اس مکڑے کو ڈوری کے ذریعہ پانی سے باہر نکال کر حرارہٴ پیم میں ڈالتے ہیں تو اس کے ساتھ پانی کی ایک تھوڑی سی مقدار حرارہٴ پیم منتقل ہو جاتی ہے جس کو کسی طرح نہیں روکا جاسکتا۔ اس کی وجہ سے تجربہ میں اہم خطا پیدا ہو جاتی ہے۔

مندرجہ ذیل مثال کے ذریعہ مشاہدات کے قلبند کرنے اور حساب لگانے کے طریقے کی توضیح ہوتی ہے:-

مثال — سیسے کے چھڑوں کی حرارتِ نوعی کی تعیین —
چھڑوں کی کثیت ۲۰۰ گرام

حرارہ پیا اور پانی کی کمیت = ۵۰۰ گرام

حرارہ پیا، پانی اور پانی کی کمیت = ۲۵۲۲ گرام

پانی کی کمیت = ۲۱۲۵۲ گرام

چھروں کی ابتدائی تپش = ۱۰۰° م

پانی کی ابتدائی تپش = ۱۵۰° م

پانی اور چھروں کی آخری تپش = ۱۴۳° م

بہاں پر ہم یہ فرض کیے لیتے ہیں کہ ٹھوس شے سے جو حرارت ۱۰۰° م سے تپش تک ٹھنڈا ہونے میں خارج ہوئی، ٹھیک برابر ہے اُس حرارت کے جو پانی اور حرارہ پیا میں جذب ہوئی جب کہ ان کی تپش ت سے بڑھ کر ت ہو جائے۔

اگر ٹھوس کی حرارت نوعی x ہو تو خارج شدہ حرارت

$200 \times x$ (۱۰۰- ت) حرارے ہوگی۔

حرارہ پیا کا "آب مساوی" مساوی ہے اُس کی کمیت مضروب اُس دھات

کی حرارت نوعی (۰.۹۵ فرض کرو)

$200 \times 0.95 = 190$ گرام

مجموعی آب مساوی (بشمول حرارہ پیا و پانی)

$21252 + 190 = 21442$ گرام

216 گرام

پانی اور حرارہ پیا کا کسب حرارت

$216 \times (15 - 14.3) =$

14.958 حرارے

اس کے بعد ہم ایک مساوات لکھ لیتے ہیں جو اس امر کو ظاہر کرتی ہے کہ ٹھوس سے خارج شدہ حرارت مساوی ہے اُس حرارت کے جو پانی اور حرارہ پیا نے حاصل کی۔

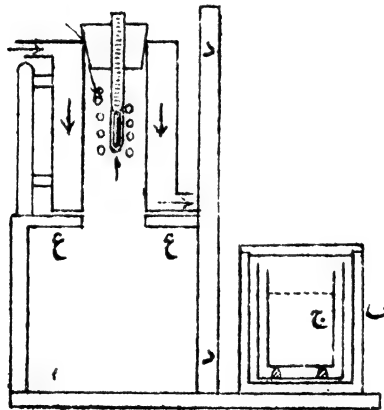
$200 \times x = (14.3 - 100) \times 14.958$

اس لیے $x = 0.3$ حرارے فی گرام فی درجہ معنی

ریونو کا آلہ

کسی ٹھوس کی حرارتِ نوعی کی صحیح تعین کے لیے ریونو کا تجویز کیا ہوا آلہ استعمال ہو سکتا ہے۔ اس آلے کی تجویز کے وقت جو اہم اور خاص نکات مدنظر تھے وہ یہ ہیں کہ ٹھوس کو پیش معین تک گرم کرنے میں رطوبت سے بالکل تماس نہ پیدا کیا جائے۔ گرم کرنے کے کمرہ سے حوارہ پیمائیں شے کی منتقلی بعمیلت عمل میں آئے اور تجربے کے دوسرے حصوں کی تکمیل کے دوران میں حوارہ پیمائیں کو گرم کرنے کے کمرے سے محفوظ رکھا جائے۔

ٹھوس کو مقام ۱ پر (نکسل ۱۱۹) ایک دوہری دیوار کے بھپائی پیر میں گرم کرتے ہیں جس میں سے جو اشارہ کے ذریعہ بھاپ کی رد گزاری جاتی ہے۔



نکسل ۱۱۹ - ریونو کا آلہ

جو اشارہ اور نکاس علی کو اس طرح ترتیب دینا چاہیے کہ اشعاع حرارت کا کوئی اثر حرارہ پتاج پر نہ پیدا ہو جو بھاپ سے گرم ہونے والے کمرے سے لکڑی کے پھسلواں پٹ کے ذریعہ محفوظ کیا گیا ہے۔ جس وقت ٹھوس گرم ہو رہا ہو، اس کمرے کا بالائی سرا ایسے کاگ کے ذریعہ بند کر دیا جاتا ہے جس میں سے ۱۰۰ ہر تک پڑھنے والا پیش یا گزرتا ہو۔ نیچے کا سرا لکڑی کے پلاٹ فارم کے کچھ حصہ سے ڈھکا ہوتا ہے۔ ٹھوس شے کو جس کا پیش پنا کے جو فے کے ساتھ چھوٹا ہوا رہنا ضروری ہے، باریک دھاگے سے لٹکا دیتے ہیں اور یہ دھاگا اس خاص وضع میں کاگ کے ذریعہ سہارا لیا جاتا ہے۔ دھات کی صورت میں مرغولہ کی شکل میں مڑا ہوا ہمارا استعمال کرنے میں سہولت ہوتی ہے۔

پتھیں پس ۹۵۔ ٹھوس کی حرارت نوعی

کے لیے ریو کا آلہ — چونکہ ٹھوس جسم کو مستقل تپش پر پہنچنے کے لیے خاصا وقت چاہیے اس لیے بھاپ کی رمد کا انتظام کر لینے کے بعد پہلا کام یہ ہونا چاہیے کہ ٹھوس کو تول کو گرم کرنے کے کمرے میں لٹکا دیں۔ اس کے بعد حرارہ پنا کا اندرونی برتن تولاجائے۔ اس کا تقریباً تین چوتھائی حصہ پانی سے بھر لیں۔ اس کے بعد یہ دوبارہ تول لیا جاتا ہے تاکہ پانی کی کمیت معلوم ہو جائے۔ اس کے بعد اس کو حرارہ پنا کے بیرونی دھاتی برتن کے اندر رکھ دیتے ہیں جس کو لکڑی کے ٹکڑوں کے ذریعہ مزید محفوظ کر دیا جاتا ہے۔ حرارہ پنا کے اندر پانی کی تپش کو حتی الامکان صحیح طور پر پیمائش کرنے کے لیے حساس تپش پنا استعمال کیا جاتا ہے۔ وہ تپش جو ”کمرے“ کے آئندہ کا تپش پیمائش بنا رہا ہے مستقل ہو جائے تو اس کے بعد بھی ٹھوس جسم کو کم از کم اور پانچ دقیقوں تک گرم کرنے کے کمرے کے اندر ہی رکھا رہتے دیں۔ بھاپ کے جاری ہو چکنے

کے بعد اندازاً اسیں تائیس دقیقے ٹھوس کے گرم کرنے میں صرف ہونگے۔

اس مستقل تپش کو قلبند کر لینے کے بعد گرم کرنے کے کمرے کو اس قدر گھماتے ہیں کہ یہ زمینع کے سوراخ کے اوپر آجائے۔ اب پٹ کو اٹھایا جاتا ہے اور بکس ف کو جس میں حرارہ پیا ہے ڈھکیل کر ایسی وضع میں لاتے ہیں کہ حرارہ پیا کا اندرونی برتن زمینع کے سوراخ کے عین نیچے ہو جاتا ہے۔ ٹھوس کو تیزی کے ساتھ حرارہ پیا میں اس طرح گراتے ہیں کہ چھینٹیں نہ اڑنے پائیں۔ اس کے بعد صندوق کو واپس ہٹا لیا جاتا ہے اور پٹ گرا دیا جاتا ہے۔ حرارہ پیا کی تپش کا احتیاط کے ساتھ مشاہدہ کیا جاتا ہے اور جس اعظم ترین تپش پر وہ پہنچے اُس کو قلبند کر لیتے ہیں۔ اگر تپش کی صحیح تخمینہ درکار ہو تو تجربہ کا منحنی بھی مرتبہ کیا جائے تاکہ اُس تصحیح کا تعین ہو سکے جو اشعاع کی وجہ سے حرارت کے زائل ہونے سے پیدا ہوتی ہے (دیکھو صفحہ ۳۵۲)۔

حرارت نوعی کو ان مشاہدات کی مدد سے بالکل اُسی طرح محسوب کر سکتے ہیں جس طرح صفحہ (۳۵۴) کے سادہ تجربے میں بیان کیا گیا ہے۔

- فرض کر دو کہ
- ک = ٹھوس کی کمیت
 - خ = نامعلوم حرارت نوعی
 - ح = حرارہ پیا کی کمیت
 - ک = حرارہ پیا کے اندر کے پانی کی کمیت
 - خ = حرارہ پیا کے باڑے کی حرارت نوعی
 - ت = گرم ٹھوس کی تپش
 - س = حرارہ پیا کی ابتدائی تپش
 - س = حرارہ پیا کی آخری تپش

پس تپش ت سے تہ تک ٹھنڈا ہونے میں ٹھوس سے خارج شدہ

حرارت

$$= \text{ک (ت - ت}_1\text{)}$$

پانی اور حرارہ پیماکوت سے تہ تپش میں بدل جانے کے لیے
جو حرارت حاصل کرنا پڑی

$$= \text{ک (ت}_2\text{ - ت}_1\text{)}$$

حرارت کی ان مقداروں کو مساوی فرض کر لینے سے مساوات

$$\text{ک (ت - ت}_1\text{)} = \text{ک (ت}_2\text{ - ت}_1\text{)}$$

حاصل ہوتی ہے جس سے سخ کی قیمت متعین ہو جاتی ہے -
طالب علم کو چاہیے کہ وہ اس شکل کی کوئی مساوات یاد رکھنے کی کوشش
نہ کرے بلکہ کسی خاص حالت کے لیے ابتدائی اصولوں کی مدد سے نتیجہ حاصل
کرے -

۳۔ مائع کی حرارت نوعی کی تخمین

طریقہ آمیزش کی مدد سے مایعات کی حرارت نوعی کی تخمین کئی طرح
ہو سکتی ہے -

تجربہ ۹۶۔ معلوم حرارت نوعی کے

ٹھوس کو استعمال کر کے کسی مائع کی حرارت نوعی

کی تخمین — مائع پر ٹھوس جسم کا کوئی کیمیائی عمل نہیں ہونا
چاہیے (ورنہ یہ طریقہ استعمال نہیں ہو سکتا) -

یہ تخمین بھی بالکل اُسی طرح انجام پاتی ہے جیسی کہ ٹھوس

کی حرارت نوعی (تجربات ۹۴۔ و ۹۵۔) لیکن اس میں پانی

کے بجائے دیا ہوا مائع استعمال کرتے ہیں -

فرض کرو کہ رخ مائع کی حرارت نوعی اور ک اس کی کثرت کو تعبیر کرتے ہیں۔

تو $(ک رخ - ست) = (ک رخ + ح رخ) (ت - ست)$
 جہاں دوسرے علامات کے وہی معنی ہیں جو پہلے مقرر کیے جا چکے ہیں۔
 تجربہ سے معلوم ہوتا ہے کہ مائع کے حرارت سے کسی مائع کی حرارت نوعی معلوم کرنا — حرارہ پیماس میں پانی کے اندر پتلی دیواروں کا دھاتی برتن رکھ کر اور اس برتن میں گرم مائع داخل کر کے مائع کی حرارت نوعی دریافت کر سکتے ہیں۔ یا اس کے بالعکس حرارہ پیماس میں دسے ہوئے مائع کے اندر پتلی دیواروں والا دھاتی برتن رکھ کر اور اس برتن میں گرم پانی داخل کر کے بھی دسے ہوئے مائع کی حرارت نوعی معلوم کی جاسکتی ہے۔ چونکہ ایک ہی تپش والے دو مایعات کی آمیزش سے اکثر اوقات کیمیائی تعامل کے ذریعہ حرارت پیدا ہوتی ہے لہذا اصولاً دو مایعات کو راست تماس میں نہیں لانا چاہیے۔

تجربہ ۹۷۔ طریقہ آمیزش سے مائع کی حرارت نوعی معلوم کرنا۔ ایک سہل تر طریقہ یہ ہے کہ مائع کو پتلی دیواروں والی آئینے کی بوتل یا دھات کے اسطوانے میں گرم کریں اور اس کو کاگ کے ذریعہ بند رکھ کر اس میں ایک تپش بیما گزاریں۔ گرم شدہ بوتل کو اس کی تپش قلب بند کر لینے کے بعد حرارہ پیماس میں منتقل کیا جاتا ہے۔ بوتل کو تپش پیماس کے تنے کے ذریعہ پکڑ کر ہلانے سے پانی کا کام مکمل جاتا ہے۔ حرارہ پیماس کے اندر پانی کی تپش معلوم کرنے کے لیے ایک

۱۔ ایونیم کے پتلی دیواروں والے اسطوانے دستیاب ہوتے ہیں جو اس مقصد کے لیے موزوں ہیں۔

اور تپش پیماس استعمال کیا جاتا ہے۔ آخری تپشس ان دونوں تپش پیمائوں کے مقروؤں کا اوسط لی جاتی ہے جب کہ ان کا باہمی فرق صرف ایک درجہ یا اس سے کم ہو۔ اُس برتن کے آب مساوی کا جس میں مائع رکھا ہے، ضروری لحاظ کرنا چاہیے اور نیز حرارہ پیمائے کے آب مساوی کا بھی خیال ضرور رہے۔

تجربہ ۹۹۔ حرارت بردار کے ذریعہ کسی مائع کی حرارت نوعی کی تخمین۔ حرارت بردار ایک ایسے تپش پیمائے کے مشابہ ہوتا ہے جس کا جوفہ بڑا ہو۔ لیکن اس کے سینے پر صرف دو نشان ہوتے ہیں۔ جوش کھاتے ہوئے پانی کے اندر حرارت بردار کو گرم کرنے سے جوفہ میں کا پارا بالائی نشان سے بھی اوپر چڑھ جاتا ہے۔ اس کے بعد حرارت بردار کو پانی میں سے نکال لیتے ہیں اور اس کو خشک کر کے مائع کی ٹلی ہوئی مقدار میں حرارہ پیمائے کے اندر عین اُس وقت رکھتے ہیں جب کہ پارا کسی قدر اتر کر اوپر کے نشان پر پہنچ جاتا ہے۔ اس کے بعد اُس کو حرارہ پیمائے اُس وقت تک رکھ چھوڑتے ہیں جب تک کہ پارا نیچے کے نشان پر پہنچ جائے۔ اس کے بعد اس کو فوراً نکال لیا جاتا ہے۔ حرارہ پیمائے مائع کی تپشس کا اضافہ ایک حساس تپشس پیمائے کے ذریعہ ناپ لیا جاتا ہے۔ اب اسی عمل کو حرارہ پیمائے پانی کی ایک معلوم کمیت پر دہراتے ہیں۔ چونکہ ہر دو صورتوں میں حرارت بردار کے ذریعہ حرارہ پیمائے حرارت کی ایک ہی مقدار منتقل ہوتی ہے لہذا مائع کی حرارت نوعی معلوم کرنا کچھ مشکل نہیں۔ طریق حساب طالب علم کے لیے بطور مشق چھوڑ دیا جاتا ہے۔

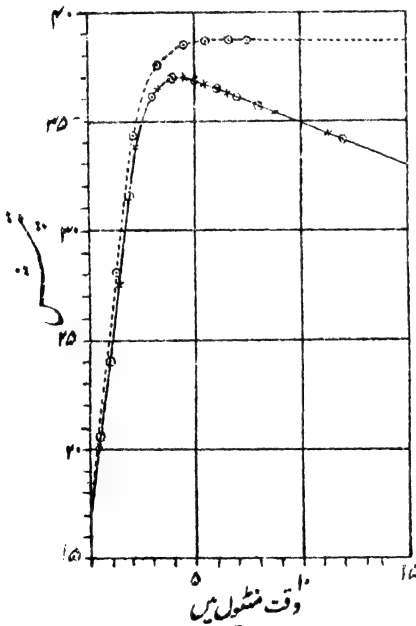
تبریر کے طریقے سے مائع کی حرارت نوعی کی تخمین کی توضیح صفحہ ۳۸۰

پریمیک

۲۔ اشعاع کے لیے حرارہ پیمائی مشاہدات کی تصحیح کا طریقہ

صحیح حرارہ پیمائی کے لیے ضروری ہے کہ حرارہ پیمایہ دوہری دیوار کے دھاتی برتن سے گھرا ہوا ہو جس کی دیواروں کے بیچ میں پانی رکھا جائے۔ پانی کی وجہ سے حرارہ پیمایہ مستقل تپش کے ماحول سے گھرا ہوا رہے گا۔ اور اس حالت میں اشعاع حرارت کے متعلق یہ فرض کیا جاسکتا ہے کہ یہ اُس فرق تپش کے متناسب ہے جو حرارہ پیمایہ اور اُس کے گرد اگر دہری برتن کے درمیان ہے۔

حرارہ پیمائی کی تپش تجربہ کے آغاز سے پہلے، انجام کے بعد اور نیز محدود دوران تجربہ میں ہر ۳۰ ثانیہ پر لکھ لی جاتی ہے۔ اور ایک منحنی جو وقت کے لحاظ سے تپش کی تبدیلی ظاہر کرے ترسیم کیا جانا ہے۔



شکل ۱۲۔ تصحیح کا منحنی

جس انتہائی تپش پر حرارہ پیمائیتا ہے، اُس وقت تپش کے گرنے کی شرح منحنی کی مدد سے معلوم کی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ لا درجے فی منٹ ہے اور سب سے اعظم تپش ماحول سے ت درجے زیادہ ہے۔
منحنی کو ایک ایک منٹ کے وقفوں میں تقسیم کرو اور اُس آن سے آغاز کرو جب کہ گرم جسم حرارہ پیمائے کے اندر گرایا گیا تھا۔ ان میں سے ہر ایک وقفے کے وسط کی تپش کو اُس منٹ کے لیے اوسط تپش مان لو۔ فرض کرو کہ یہ تپشیں گرد کے برتن سے (یعنی ماحول سے) ت، ت، ت، ت درجے زیادہ ہیں۔

پہلے منٹ میں جو حرارت ضائع ہوئی وہ اوسط اضافہ تپش ت کے متناظر ہے۔ اگر حرارت کی یہ مقدار ضائع نہ جاتی تو پہلے منٹ کے اختتام پر تپش اُس تپش سے جو حقیقتہً حاصل ہوئی بقدر $\frac{t}{2}$ = ت زیادہ ہوتی۔
دوسرے دقیقے میں زائل شدہ حرارت نقصان تپش $\frac{t}{2} = t - \frac{t}{2}$ ت کے متناظر ہوگی۔ وغیرہ بقیاس۔

پہلے دقیقے کے اختتام پر تپش بقدر $\frac{t}{2}$ درجے کم ہے اور دوسرے دقیقے کے دوران میں مزید $\frac{t}{2}$ درجے کی کمی واقع ہوتی ہے۔ اس طرح دوسرے منٹ کے ختم پر اُس تبرید کی وجہ سے جو گرم جسم کے داخل کیے جانے کے بعد دو منٹ میں واقع ہوئی، تپش بقدر $(\frac{t}{2} + \frac{t}{2})$ درجے کم ہو جاتی ہے۔

اسی طرح تیسرے منٹ کے ختم پر جو تصحیح چاہیے، $(\frac{t}{2} + \frac{t}{2} + \frac{t}{2})$ ہے۔ اور اسی طرح باقی وقت کے لیے بھی۔ ان تصحیحات کو مرکب کر دہ منحنی میں جوڑنے سے ایک نیا منحنی حاصل ہوگا جس سے وہ تپشیں معلوم ہوں گی جو اشعاع کی وجہ سے نقصان نہ ہونے کی صورت میں حاصل ہوتیں۔ یہ منحنی تجربے کے اختتام کے قریب افقی ہوگا اور افقی حصے کے معین (Ordinate) سے صحیح شدہ تپش لیگی۔

اگر ضرورت ہو تو آدھے آدھے منٹ کے وقفے بھی لیے جاسکتے ہیں۔ اس حالت میں بیان کردہ طریقے کے بجائے ہر آدھے منٹ پر تصحیح کو جوڑ لینا ہوگا۔

۵۔ مخفی حرارتیں

پانی کی مخفی حرارت معلوم کرنا

اماعتِ بخ کی مخفی حرارت — حرارت کی وہ مقدار جو ایک گرام برف کو بلاتبدیلی تپش ٹھوس سے مایع حالت میں بدل دینے کے لیے درکار ہے، پانی کی حرارتِ مخفی یا اماعتِ بخ کی حرارتِ مخفی کہلاتی ہے۔

جب حرارہ پیمائیں پانی کی معلوم کمیت لے کر اُس میں برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ڈالے جاتے ہیں تو برف پگھل کر ۰° حر کا پانی بن جاتی ہے اور یہ ٹھنڈا، برقیلا پانی گرم پانی اور حرارہ پیمائے سے حرارت حاصل کرتا ہے یہاں تک کہ متعادل تپش پہنچ جاتی ہے۔

اگر تجربہ کے آغاز پر حرارہ پیمائے کی تپش پر ہو تو برف کے داخل کرنے سے وہ ٹھنڈا ہو کر کمتر تپش پر آجائیگا۔ اور اس طرح تمام دورانِ تجربہ میں اشعاعِ حرارت کے ذریعہ بیرونی فضا سے حرارت حاصل کرنا رہیگا۔

اس خاص سبب سے پیدا ہونے والی خطا کو دور کرنے کے لیے مناسب ہے کہ حرارہ پیمائے اور اُس میں کے پانی کو کمرہ کی تپش سے تقریباً ۵° اونچا کر دیا جائے اور پھر کافی مقدار برف شامل کی جائے تاکہ کمرے کی تپش سے پھر اُسی قدر یعنی ۵° نیچے ہو جائے۔ ایسی صورت میں تجربے کے پہلے نصف میں جس قدر نقصان حرارت ہوا، اُس کب حرارت سے متوازن ہو جائیگا جو بقیہ نصف وقت میں حاصل ہوا بشرطیکہ تجربے کے دوسرے حصے کے لیے پہلے نصف حصے سے زیادہ

وقت درکار نہ ہو۔

تجربہ ۱۰۱۔ اماعیتِ بخ کی مخفی حرارت کی تعیین

— پہلے حرارہ پیماکو مع ہلانی تول لو۔ ۱۰۰ اکعب سے ۲۰۰ مکعب سمر تک پانی ڈال کر دوبارہ تول لو۔

ان دونوں اوزان کے فرق سے حرارہ پیمائیں پانی کی کسیت معلوم ہو جائیگی۔

حرارہ پیماکو گرم پانی کے برتن میں رکھ کر کمرہ کی تپش سے تقریباً ۵° اوپر تک گرم کرو۔

حرارہ پیماکے بیرونی سطح کو خشک کر لو اور اس کو تانبے کے ایک بڑے برتن میں نہدے، روئی یا کاگ پر اس طرح سہار کر رکھو کہ موصلیت کے ذریعہ حرارت منتقل نہ ہو سکے۔ حساس تپش پیمائے کی مدد سے پانی کی تپش معلوم کرو۔

کپڑے یا جاذب کاغذ کی مدد سے برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑیوں کو خشک کر کے پانی میں ڈالتے جاؤ اور اس دوران میں پانی کو ہلاتے رہو۔ برف اس قدر ڈالو کہ پانی کی تپش کمرے کی تپش سے تقریباً ۵° نیچے اتر آئے۔ تمام برف کے عین گھل جانے کے بعد جو آخری تپش حاصل ہو اُس کا مشاہدہ کرو۔

حرارہ پیماکو دوبارہ تول لو اور اس طرح شامل کردہ برف کا

۱۰۔ خطا سے بچنے کا یہ طریقہ اطمینان بخش طور پر استعمال نہیں ہو سکتا اگر کمرہ کی تپش بہت ہی کم ہو یا تبرید کی وجہ سے تپش نقطہٴ شبنم سے بھی بہت نیچے گر جائے جیسے کہ اکثر گرم ممالک میں ہوتا ہے۔ ایسی حالتوں میں یہ قرین مصلحت ہے کہ تجربہ کو کمرہ کی تپش سے زیادہ تپش پر شروع کیا جائے اور اُس وقت ختم کیا جائے جب کہ تپش تقریباً کمرہ کی تپش کے برابر ہو۔ اس کے لیے صفحہ ۳۶۳ پر بتائے ہوئے طریقے کے بموجب اشعاع کی وجہ سے نقصان حرارت کی تصحیح کر لی جائے۔

وزن معلوم کرو۔

مندرجہ ذیل مثال سے مناسبات کو درج کرنے اور نتیجہ کو محسوب کرنے کی توضیح

ہوتی ہے :-

مثال —

$$۴۰۰ = \text{گرام}$$

$$۲۴۰ = \text{گرام}$$

$$۲۰۰ = \text{گرام}$$

$$۲۶۲.۹ = \text{گرام}$$

$$۲۲.۹ = \text{گرام}$$

$$۱۵۰ = \text{مہ}$$

$$۲۰۰ = \text{مہ}$$

$$۱۰۰ = \text{مہ}$$

حرارہ پیمائش کی کمیت

اور پانی کی کمیت

صرف پانی کی کمیت

حرارہ پیمائش پانی اور برف کی کمیت

برف کی کمیت

کمرے کی تپش

پانی کی ابتدائی تپش

آخری تپش

اب ہمیں اس امر کا اظہار کرنا ہے کہ پانی اور حرارہ پیمائش کے تپ سے تپ تک ٹھنڈا ہونے میں جو حرارت خارج ہوئی، اس حرارت کے برابر ہے جو برف کو گھولانے اور اس طرح بننے ہوئے پانی کی تپش کو ۰ سے تپ تک لانے کے لیے درکار ہے۔

حرارہ پیمائش (مع پانی) کا آب مساوی جو حرارہ پیمائش کی کمیت اور تپ سے تپ کی حرارت نوی (۰.۹۵) کے حاصل ضرب کے برابر ہے۔

$$۴۰۰ \times ۰.۹۵ = ۳۸۰ \text{ گرام}$$

پانی سے خارج شدہ حرارت

$$= \text{پانی کی کمیت} \times \text{تپش میں کمی}$$

$$= (۲۰ - ۱۰) \times ۲۰۰$$

$$= ۲۰۰۰ \text{ حرارت کی اکائیاں یعنی حرارے۔}$$

حرارہ پیمائش سے خارج شدہ حرارت

$$= \text{حرارہ پیمائش کا آب مساوی} \times \text{تپش میں کمی}$$

$$= (۲۰ - ۱۰) \times ۳۸۰$$

$$= ۳۸۰۰ \text{ حرارے}$$

خارج شدہ حرارت کی کل مقدار

$$= 2038 \text{ حرارے}$$

حرارت جو ۲۲۵۹ گرام برف پگھلانے کے لیے درکار ہے

$$= 2259 \times \text{مح حرارے}$$

جہاں مح پانی کی مخفی حرارت ہے یعنی حراروں کی وہ مقدار جو ایک گرام برف کو پگھلانے کے لیے درکار ہے۔

حرارت جو ۲۲۵۹ گرام پانی کو ۰ سے ۱ تک پہنچانے میں درکار ہے

$$= 2259 \times \text{ت حرارے}$$

$$= 229 \text{ حرارے}$$

اب ہم ایک مساوات لکھتے ہیں جس سے اس واقع کا پتہ چلتا ہے کہ کل مقدار حرارت خارج کردہ = کل مقدار حرارت حاصل کردہ۔ اور اس کے ذریعہ مح کی قیمت دریافت کرتے ہیں۔

$$\text{پس } 2259 \times \text{مح} + 229 = 2038$$

$$2259 \times \text{مح} = 1809$$

مح = ۷۹ حرارت کی اکائیاں مٹی پیمانہ پر فی گرام برف

$$= 79 \text{ حرارے فی گرام}$$

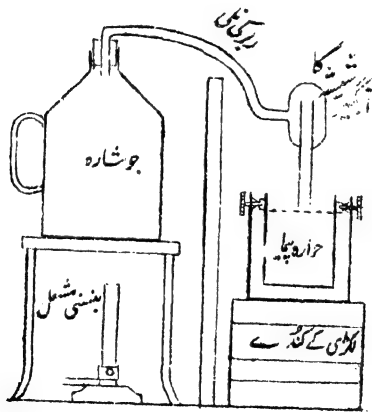
بھاپ کی مخفی حرارت کی تعیین

بھاپ کی مخفی حرارت - بھاپ کی مخفی حرارت یا پانی کی تبخیر کی مخفی حرارت حرارت کی وہ مقدار ہے جو ایک گرام پانی کو بلا تبدیلی تپش بھاپ میں تبدیل کر دے۔

جب حرارہ پیمائیں پانی کی ایک معلوم کمیت کے اندر جو اشارہ سے بھاپ گزاری جاتی ہے تو کچھ بھاپ بستہ ہو جاتی ہے اور پانی کی آخری

تپش ابتدائی تپش سے بڑھ جاتی ہے۔ مشاہدہ کردہ اضافہ تپش اور بہتہ شدہ بھاپ کی کمیت کے ذریعہ بھاپ کی مخفی حرارت محسوب کر سکتے ہیں۔ اگر تجربے کے آغاز پر حرارہ پیمائے کے اندر پانی کمرے کی تپش پر ہو تو جوں ہی اس کی تپش گرو تپش کی چیزوں سے زیادہ ہوگی، یہ اشعاع کے عمل سے حرارت کھونے لگیگا۔ اس وجہ سے مخفی حرارت کی بہت چھوٹی قیمت حاصل ہونے کا امکان ہے۔

اس سبب سے پیدا ہونے والی خطاء کو اس طرح گھٹا سکتے ہیں کہ تجربے کے آغاز پر پانی کی تپش کمرے کی تپش سے اسی قدر کم رکھی جائے جس قدر کہ تجربے کے اختتام پر آخری تپش کمرے کی تپش سے زیادہ ہوگی۔ اس خطاء کو اس طرح بھی گھٹایا جاسکتا ہے کہ پانی کو گرم کرنے کی مدت حتی الامکان کم کر دی جائے۔ اس مقصد کے لیے بھاپ ٹونٹی میں سے تیز دھسار کی طرح نکالی جانی چاہیے۔ اشعاع حرارت کو روکنے کی غرض سے حرارہ پیمائے اور جوشارہ کے مابین ایک پردہ حائل کیا جاسکتا ہے (شکل ۱۱۱)۔



شکل ۱۱۱۔ بھاپ کی مخفی حرارت

صحیح نتیجہ برآورد ہونے کے لیے یہ ضروری ہے کہ بھاپ خشک ہو۔ یعنی بستہ شدہ پانی سے پاک ہو۔ اس مقصد کے لیے خشکے کا آب گیر (Water trap) استعمال کرتے ہیں تاکہ بستہ شدہ پانی جس قدر ممکن ہو بھاپ کے ساتھ حرارہ پیمائیں داخل نہ ہو سکے۔ آب گیر اور جو شاہ کو جوڑنے والی ربر کی نلی چھوٹی ہونی چاہیے اور اس کو رُڈی سے لمبیٹ سکتے ہیں۔ بھاپ کو خشک رکھنے کی اہمیت اس واقعہ سے واضح طور پر ذہن نشین ہوگی کہ بھاپ کے ساتھ ایک گرام پانی کا چلا آنا تقریباً ۵۰ حرارہ کی خطا پیدا کرتا ہے۔

تجربہ ۱۱۱ - بھاپ کی مخفی حرارت کی تخمین - پہلے یہ دیکھ لو کہ جو شاہ میں پانی کی کافی مقدار موجود ہے۔ اس کے بعد اس کو کیسی شعلہ پر گرم کرو۔ حرارہ پیماء دو حصوں، ایک اندرونی اور دوسرے بیرونی برتن پر مشتمل ہوتا ہے۔ اندرونی برتن کو تول لو اور اس کو تقریباً دو تہائی تک پانی سے بھر لو۔

پانی میں برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ڈالتے جاؤ یہاں تک کہ پانی کی تپش تقریباً ۵۰ حر گر جائے۔ پھر اس برتن کو مع اس کے مافہ کے صحت کے ساتھ تول لو۔ کمرے کی تپش لکھ لو اور حرارہ پیماء کے تپش پیماء کو پھر ایک مرتبہ پڑھ لو۔ اُس تپش کا اندازہ کر لو جس پر تمہیں تجربہ ختم کرنا چاہیے۔ مثلاً اگر کمرہ کی تپش ۵۰ حر ہو تو انتہائی تپش ۲۵ حر ہونی چاہیے۔ اگر نکاس نلی کی ٹونٹی پر پانی کے کچھ قطرے ہوں تو انہیں جاذب کے ذریعہ نکال دو۔ حرارہ پیماء کے پانی میں بھاپ کی تیز رو ڈالو۔

۱۲۔ اس تجربے میں نلی کی ٹونٹی پانی کے اندر نہیں ڈبونا چاہیے بلکہ نلی کو اس طرح رکھنا چاہیے کہ اُس کا سر حرارہ پیماء کی سطح سے کسی قدر اندر کی طرف ہو تاکہ پانی کی سطح نلی میں سے (بقیہ صفحہ آئندہ)

اور اُس وقت پانی کو اچھی طرح ہلاتے رہتا کہ کیساں تپش کا یقین ہو سکے جب مطلوبہ درجہ تک تپش پہنچ جائے تو حرارہ پیماکو جو اشارہ کے قریب سے جس قدر جلد ہو سکے ہٹا دو اور تپش پیماک کی انتہائی تپش کا مشاہدہ کرو۔
بستگی میں آئی ہوئی بھاپ کا اندازہ کرنے کے لیے حرارہ پیماک کو تول لو۔
بار پیماک کی بلندی بھی پڑھ لو۔

۶۰ مرمعیاری دباؤ کے لیے بھاپ کی تپش ۱۰۰° حر ہے۔ اس دباؤ کے قریب پارے کے ۲۶۶.۸ حر کے متناظر اضافہ دباؤ سے نقطہ جوش ۱° حر بڑھ جاتا ہے اور خفیف تبدیلیوں کے لیے نقطہ جوش کی بلندی دباؤ کی تبدیلی کے متناسب ہے۔ پس مشاہدہ کردہ دباؤ کے متناظر نقطہ جوش کا حساب لگایا جاسکتا ہے لیکن چونکہ انگلستان میں اس طرح معلوم کردہ تپش ۱۰۰° حر سے کچھ زیادہ مختلف نہیں ہوتی ہے اس لیے بھاپ کی تپش ۱۰۰° حر لینے سے جو خطا شامل ہوگی ان خطاؤں کے مقابلے میں بالکل ناقابل احساس ہوگی جو تجربہ کی عملی بد احتیاطوں سے شامل ہوجاتی ہیں۔
نتائج کو حسب ذیل طریقے پر درج کرو:—

حرارہ پیماک کی کمیت	۱۶۰.۶۰ = گرام
حرارہ پیماک اور پانی کی کمیت	۶۸۴.۶۲ = گرام
پانی کی کمیت	۵۲۴.۶۲ = گرام
حرارہ پیماک، پانی اور بھاپ کی کمیت	۷۰۴.۶۲ = گرام
بستہ شدہ بھاپ کی کمیت	۲۰.۶۲ = گرام
پانی کی ابتدائی تپش ۱۰۰° حر	۶۶.۲ = حر

بقیہ حاشیہ ص ۳۷۰ نوٹ: نکلنے والی بھاپ کی زد کی وجہ سے نلی سے ذرا دور ہٹ کر رہے اور بھاپ صرف پانی کی سطح پر پھیلتی ہو۔ اگر نلی کا سوراخ پانی کے بالکل اندر کر دیا گیا تو بھاپ بہت جلد بستہ ہوجائے گی اور پانی بھاپ دان کے اندر داخل ہوجائے گا اور سارا تجربہ اکارت ہوجائے گا۔ بھاپ کے نکلنے سے کوئی غلطی نہیں پیدا ہوتی کیونکہ جو بھاپ نکلے گی اسے پانی میں بستہ نہیں ہوتی اس لیے اس کی مخفی حرارت پانی کو نہیں پہنچ سکتی اور نہ اس کی کمیت بستہ شدہ بھاپ کی کمیت میں شامل ہو سکتی ہے۔

پانی کی انتہائی تپش ۲۸۶۹° م

بارہ پیا کی بلند ۷۵۸ م

بھاپ کی تپش ۱۰۰° م

حرارہ پیا کا آب مساوی منسوب کرو۔ مجموعی آب مساوی اس طرح حاصل ہوگا کہ حرارہ پیا میں جو پانی ہے، اُس کو حرارہ پیا کے آب مساوی میں شامل کر لیا جائے۔ اگر اس کو اضافہ تپش ۲۸۶۹° سے ضرب دیا جائے تو ہمیں حرارہ پیا اور اس میں کے پانی کی جذب کردہ حرارت معلوم ہو جائیگی۔ اس کو حراروں میں بیان کرتے ہیں۔

اب اُس حرارت پر غور کرو جو بھاپ کی بستی میں اور حاصل شدہ پانی کی تپش کے پست ہونے میں خارج ہوتی ہے۔

بھاپ کے بستہ ہونے سے جو حرارت خارج ہوئی

= بستہ شدہ بھاپ کی کمیت \times ح

= بستہ شدہ پانی کی کمیت \times ح

= ۲۰۶۲ گرام \times ح

اس طرح حاصل شدہ پانی کی تپش کے ۲۸۶۹° سے تپ تک گرنے سے خارج شدہ حرارت

= پانی کی کمیت \times (ت - ۲۸۶۹°)

= $۲۰۶۲ \times (۱۰۰ - ۲۸۶۹)$ حرارے

یہ فرض کر کے کہ اشباع کی دہرے سے کوئی کسب یا نقصان حرارت نہیں ہوتا ہے، ان دونوں مقداروں کا حاصل جمع اُس حرارت کے برابر ہونا چاہیے جس کو حرارہ پیا اور اُس کے مافیہ پانی نے جذب کیا تھا۔

اس کے ذریعہ ایک سادہ مساوات حاصل ہوتی ہے جس سے ح کی تخمینہ ہو جائیگی۔

ڈیوارس (Dewar) کی صلاحی کا آب مساوی

ڈیوارس کی صلاحی کے آب مساوی کی تخمینہ کا یہ طریقہ

ویسٹ منسٹر ٹریننگ کالج کے ڈاکٹر ایل - ایف برچمن ڈینس کا ایجاد کردہ ہے۔ مندرجہ ذیل ہدایات ایک پائینٹ (Pint) (نصف لیٹر) گنجاؤش والی صراحی کے لیے ہیں۔ ٹھنڈے پانی کی ایک معلوم مقدار (تقریباً ۵۰ کعب سمر) کی پیشیت معلوم کر لو۔ صراحی کو تقریباً تین چوتھائی تک گرم پانی سے بھر لو اور چست بیٹھنے والے کاگ سے جس میں سے پیشیت پیا گزرتا ہو، صراحی کا منہ بند کر دو۔ اب صراحی کو اوندھا کر کے پانی کو اچھی طرح چکرو تاکہ صراحی کے تمام اندرونی حصے میں کیساں پیشیت قائم ہو جائے۔ نتیجہ کی صحت اس احتیاط پر منحصر ہے جو اس عمل میں برقی جاتی ہے۔ پیشیت کو لکھ لو۔ گرم پانی کو پھینک کر اس کے اندر ٹھنڈے پانی کی معلوم مقدار جلدی سے داخل کرو۔ کاگ کو پھر لگا دو اور دوبارہ ہلانے کے بعد صراحی کی پیشیت دیکھ لو۔ ان معطیات سے صراحی کا آب مساوی معلوم ہو جائیگا۔ اس صراحی کو پانی یا بھاپ کی حرارت خفی معلوم کرنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔

— — — — —

فصل چہارم

تبرید

۱۔ کلیئہ تبرید

جب کوئی گرم جسم مستقل تپش والے ماحول میں رکھا جائے تو گرم جسم کی تپش اس حد تک گرگی کہ وہ آخر میں ماحول ہی کی تپش کے برابر ہو جائیگی۔ اگر جسم اس طرح رکھا گیا ہو کہ ایصال کے ذریعہ حرارت کی منتقلی کو نظر انداز کر سکیں تو عمل تبرید کچھ تو اشعاع اور کچھ عمل حرارت کے ذریعہ ہوگا۔ اگر خلی روؤں کے اثر کو ساقط کر سکیں جیسا کہ تجربے کو خلا میں انجام دینے سے ہوتا ہے تو اشعاع حرارت تپش مطلق کی چوتھی قوت کے متناسب پایا جاتا ہے۔ یہ کلیئہ اسٹیفان (Stefan's law) کے نام سے موسوم ہے۔

معمولی صورت میں جب کہ گرم جسم ہوا میں کرہ ہوائی کے دباؤ پر ٹھنڈا ہوتا ہے تو شرح تبرید اس فرق تپش کے متناسب پائی جاتی ہے جو گرم جسم اور اس کے ماحول کی تپش میں ہو۔ نیوٹن کا کلیئہ تبرید کہلاتا ہے۔ زیادہ حال کے تجربات سے ظاہر ہے کہ یہ کلیئہ تپش کے کافی وسیع حدود کے لیے تقریباً درست ہے جب کہ تبرید کا عمل دووں طرح یعنی اشعاع اور حمل حرارت کے ذریعہ ہو رہا ہو۔

تجربہ ۱۰۰۔ مختلف تپشوں پر شرح تبرید کا

تعین — نوٹن کے کلیڈ تبرید کی توضیح کے لیے پستلی دیواروں والے دھاتی برتن کو ایک دوسرے بڑے برتن کے اندر اس طرح قائم کرو کہ جہاں تک ممکن ہو حرارت کی منتقلی ایصال حرارت کے ذریعہ بہت ہی کم ہو۔ چھوٹے برتن کو تقریباً ۸۰° حر کے گرم پانی سے قریب قریب پر کر دو۔ ہر نصف منٹ کے وقفے سے پانی کی تپش کے مقروضے حاصل کرو یہاں تک کہ تپش گر کر کمرے کی تپش سے تقریباً دس درجے کے اندر ہو جائے۔ تپش کو معین اور وقت کو فصلہ مان کر ایک ترسیم کھینچو اور اس بات کی احتیاط رکھو کہ منحنی مشاہدہ شدہ نقطوں کے درمیان مسلسل کھینچا جائے (شکل ۱۲۱)۔ اس تبریدی منحنی کا ڈھال اولاً بہت زیادہ ہوگا لیکن جوں جوں پانی کی تپش کمرے کی تپش کے قریب آتی جائیگی اس کا ڈھال کم ہوتا جائیگا۔ کمرے کی تپش کو تعبیر کرنے کے لیے مربع دار کاغذ پر ایک افقی خط بھی کھینچ لو۔

کسی خاص تپش پر جو ترسیم میں نقطہ پ کے متناظر ہو، شرح تبرید یا تپش کی تبدیلی کی شرح معلوم کرنے کے لیے اس نقطہ پر منحنی کا ایک مماس کھینچو۔ اس خط کے کھینچنے میں احتیاط سے کام لینا چاہیے تاکہ خط کی سمت حتی الامکان صحت کے ساتھ اس نقطہ پر منحنی کی سمت کو تعبیر کرے۔

فرض کرو کہ یہ مماس انتصابی

محور سے نقطہ ا پر اور کمرہ کی تپش کو

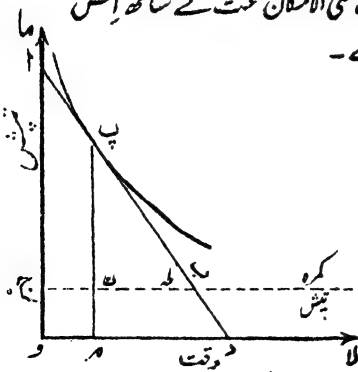
تعبیر کرنے والے افقی خط سے نقطہ

ب پر ملتا ہے۔ تو اس خط کے

ڈھال یعنی زاویہ اب ج یا ط

کے مماس سے تپش کی شرح تبدیلی

حاصل ہو جائیگی۔ فاصلے ا ج اور



شکل ۱۲۱ - شرح تبرید

ب ج ناپ لو اور مس طما کو محسوب کر دو $\frac{ا ج}{ب ج}$ کے برابر ہے۔ جسم اور کرے کی ہشوں کا باہمی فرق خط پ ن سے ظاہر ہوتا ہے۔ اس فرق ہشوں کا بھی تعین کر لو۔

پس نیوٹن کے کلیہ تبرید کی رو سے مس طما یعنی ہش کی شرح تبدیلی پ ن یعنی فرق ہش کے متناسب ہونی چاہیے۔ یعنی مس طما $ح پ ن$ یا مس طما $= م \times پ ن$ ، یا $\frac{مس طما}{پ ن} = م$ جو ایک مستقل ہے۔

تربیم کے کم از کم تین نقطوں کے لیے اس مقدار کا تعین کرو۔ یہ نقطے ایسے منتخب کیے جائیں کہ پورے منحنی کے مختلف حصوں کی اچھی طرح تعبیر ہو سکے۔ اور یہ دیکھو کہ آیا نتیجہ تقریباً مستقل رہتا ہے یا نہیں ہے۔

حاصل شدہ نتائج کی سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمتوں کا فرق معلوم کرو اور فی صدی فرق کا حساب لگاؤ۔

جب ایک مقدار دوسری مقدار کے ساتھ اس طرح بدلتی ہو کہ دوسری مقدار کے لحاظ سے پہلی مقدار کی شرح تبدیلی متناسب ہو خود پہلی مقدار کے تو کہتے ہیں کہ یہ تبدیلی کو کارتمی یا قوت نمائی قانون کی پابندی کرتی ہے۔

یہی حالت اُس وقت بھی ہوتی ہے جب کہ کوئی رقم سود مرکب کے لحاظ سے بڑھتی جائے۔ لیکن اُس وقت تو رقم مسلسل بڑھتی چلی جاتی ہے اور جو مسئلہ اس وقت زیر غور ہے اس میں گرم جسم کی ہش مسلسل گرتی جاتی ہے۔ اگر ہم ہش کی زیادتی (کرے کی ہش سے) کے کو کارتم کو وقت کے مقابلے میں مرتبہ کریں تو ایک خط متقیم حاصل ہونا چاہیے۔ ایسے

$$\text{لہ۔ چونکہ مس طما} = \frac{پ ن}{ن ب} ، \frac{مس طما}{پ ن} = \frac{ا ب}{ن ب}$$

لہذا اگر $\frac{مس طما}{پ ن}$ مستقل ہو تو ن ب کو بھی مستقل ہونا چاہیے۔

اس سادہ تربیمی طریقے سے اس کلیہ کی جانچ کا ایک طریقہ ہاتھ آتا ہے۔ مختلف ذریعہ نقطوں کے لیے خط ن ب کا طول ناپ لو اور یہ دیکھو کہ آیا یہ طول تقریباً مستقل رہتا ہے یا نہیں۔

طالب علم جو تفرقی احصاء کے ابتدائی معلومات رکھتے ہوں، کلیئر نیوٹن کی تصدیق حسب ذیل طریقے سے کر سکتے ہیں۔ اگر زیر بحث ترسیم ایک خط مستقیم ہو تو
لوک سر - لوک ز = ۱ و
جہاں ز وقت و پرتش کی زیادتی ہے اور سر ابتدائی زیادتی ہے جب کہ ۱ = ۰، اور
ایک مستقل ہے۔

عمل تفرق سے

$$1 - \frac{1}{\text{فرز}} = \frac{\text{فرز}}{\text{فرز}}$$

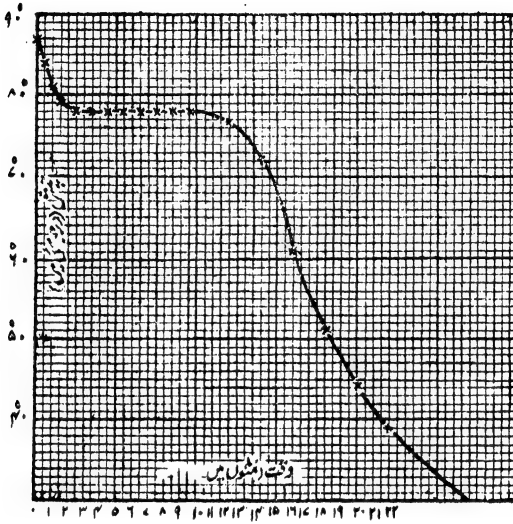
$$1 - \frac{\text{فرز}}{\text{فرز}} = \frac{\text{فرز}}{\text{فرز}}$$

یعنی و پرتش کے منزل کی شرح، وقت و پرتش کی زیادتی کے تناسب ہے۔

۲۔ تبرید کا منحنی جب کہ مائع ٹھوس بن رہا ہو

گزشتہ تجربے میں نیوٹن کے کلیئر تبرید کو دھات کے پتلی دیواروں والے گرم پانی کے برتن کی تبرید کے ذریعہ واضح کیا گیا ہے۔ ایسے تجربے کے ذریعہ حاصل کردہ نتائج کی ترسیم ایک خاص طریقے پر اُس وقت ہو جاتی ہے جب کہ برتن کے اندر کا مائع اُس تپش میں سے گزرے جس پر انجماد واقع ہوتا ہے۔ موجودہ تجربہ میں ایسی شے استعمال کر سکتے ہیں جس کا نقطہ انجماد ۰° ہوئی کی معمولی تپش سے زیادہ لیکن ۰° سے کم ہو۔ مثلاً نفتھالین، سٹیرین (Stearin) یا اچھی قسم کا پیرافنی موم استعمال کر سکتے ہیں۔ اگر تجربے کے آغاز پر مائع کی حالت میں ہو اور برتن کو ٹھنڈا ہونے کا موقع دیں تو نقطہ انجماد کے پہنچنے تک مائع کی تپش مسلسل گرتی جائیگی۔ اب چونکہ مائع کے تمام حصے یکے بعد دیگرے ٹھوس بنتے جائینگے اس لیے ہر حصہ اپنی غنفی حرارت خارج کرتا جائیگا اور اس طرح تپش گرنے نہیں پائی۔ لہذا جب تک کہ تمام شے ٹھوس نہ بن جائے تپش تقریباً مستقل رہتی ہے۔ اس کے بعد تپش بھگرنے لگتی

ہے اور آخر کار ٹھوس جسم کمرے کی تپش پر پہنچ جاتا ہے (شکل ۱۲۳)۔



شکل ۱۲۳۔ ترمیدی منحنی نکھائیں کا نقطہ اماعت دکھانے کے لیے

تجربہ ۱۳۔ نقطہ اماعت کی تعیین
ترمیدی منحنی کے ذریعہ — دھات کے چھوٹے سے
برتن کو جس میں زیر تجربہ مادہ مثلاً موم رکھا ہو، گرم پانی کے برتن
میں ڈبو کر احتیاط سے گرم کیا جاتا ہے یہاں تک کہ سارا موم پگھل کر
ایسی تپش پر پہنچ جائے جو ۸۰ در یا ۹۰ در کی تپش سے زیادہ بلند
نہ ہو۔

اب اس چھوٹے برتن کو دوسرے بڑے برتن کے اندر
سہارا لیا جاتا ہے اور تپش کے مقروضے ہر نصف منٹ کے وقفے پر

لیے جاتے ہیں۔ جب شے ٹھوس بننے لگتی ہے تو یہ ضروری ہو جاتا ہے کہ پیش پیماکو ٹھوس بننے والے جسم کے وسط میں ایک حالت پر چھوڑ دیا جائے کیونکہ اس تجربے میں ہلاتے رہنا مناسب نہیں ہے۔ پیش پیماکو پڑھتے رہو یہاں تک کہ وہ شے کے نقطہ اجماعت سے ۱۰ یا ۱۵ سینچے گر جائے۔

وقت کو فضلے اور پیشوں کو معین ان کر ایک منحنی مرسوم کرو۔ پیمانہ منتخب کرنے میں اس امر کا لحاظ رکھا جائے کہ منحنی تقریباً تمام کاغذ کو پُر کر دے۔ اس منحنی کے ذریعہ شے کا نقطہ اجماعت یعنی وہ پیش معلوم کرو جس پر منحنی پہلی مرتبہ افقی ہو جاتا ہے۔ اگر شے آمیزہ ہو تو منحنی پر اجماعت کے مختلف نقطے ظاہر ہونگے یا کوئی صریح تغیر مشاہدہ نہ ہوگا۔ سستی قسم کے پیرافنی موم، پیرافنی گروہ کے مختلف ارکان کے آمیزے ہوتے ہیں جو مختلف پیشوں پر پھیلنے ہیں۔ ان کے مختلف اجزاء خفیف سی حد تک ایک دوسرے کو حل کر لیتے ہیں اور اس طرح کوئی خاص نقطہ اجماعت حاصل نہیں ہوتا۔

پُر سردی — عکاسی کا معمولی ہائیپو (Hypo) عمل تبرید کا ایک دلچسپ واقعہ پیش کرتا ہے۔ اگر اس کو بچھلایا جائے اور معمولی طور پر اس کا تبریدی منحنی حاصل کیا جائے تو کافی وقت تک اس کی پیش بالکل یکسانیت کے ساتھ گرتی چلی جائیگی اور نیوٹن کے کلیئر تبرید کے تابع ہوگی۔ اس کے بعد یکایک انجماد کا عمل شروع ہوگا اور پیش میں فوراً ہی قابل لحاظ اضافہ واقع ہوگا اور یہ پیش حقیقی نقطہ اجماعت تک بڑھیں گی اور اس کے بعد قائم ہو جائیں گی، جب تک کہ تمام کا تمام ”ہائیپو (Hypo) ٹھوس نہ بن جائے۔ اس کے بعد وہ پھر ایک مرتبہ معمولی کلیئر تبرید کے مطابق گرنے لگیں گی۔ طالب علم کو چاہیے کہ کوئی ایسا نظریہ قائم کرنے کی کوشش کرے جس سے انجمادی عمل شروع ہونے پر پیش کی ترقی کی توجیہ ہو سکے۔

بعض اوقات ایسا بھی مشاہدہ میں آ سکتا ہے کہ مائع کی پیش، فضائی

تپش سے چند ہی درجے اوپر تک گرمی چلی ہے لیکن پھر بھی شے ٹھوس نہیں بنی۔ اگر شے کے ٹھوس بننے کے بغیر تپش ۲۵ درجے سے نیچے گر جائے تو ٹھوس ہائیپو (Hypo) کی ایک قلم پھیلی ہوئی کیفیت کے اندر گرا دی جائے اور اس وقت احتیاط کے ساتھ تپش مشاہدہ کی جائے۔

۳۔ مایع کی حرارت نوعی تبرید کے طریقے سے

کسی دیے ہوئے ماحول کے اندر کسی شے سے فی ثانیہ حرارت کی ضایع ہونے والی مقدار، ٹھنڈا ہونے والے جسم کی تپش، اس کے کھلے رقبے، اور کھلی سطح کی نوعیت کے تابع ہے۔

تپش کا تنزل فی ثانیہ = $\frac{\text{خارج شدہ حرارت فی ثانیہ}}{\text{جسم کی حرارتی گنجائش}}$

جب مایع کی کوئی مقدار جو کافی بلند تپش تک گرم کی گئی ہو، مستقل تپش کی فضا میں رکھے ہوئے حرارہ پیمائے کے اندر سرد ہونے دی جائے تو ہر نصف منٹ یا ایک منٹ کے وقفوں سے حاصل کردہ مشاہدات تپش کی مدد سے اس مایع کے لیے تبرید کا تخمینہ کر سکتا ہے۔ اس کے بعد اس مایع کو پانی سے بدل سکتے ہیں اور پھر پانی کے لیے اسی طرح تجربہ انجام دیا جاسکتا ہے۔

اگر ان ہر دو حالتوں میں تپش کے مماثل سلسلے لیے جائیں تو نقصان حرارت کی اوسط شرح میں بھی مماثل ہوگی اگرچہ تپش کے تنزل کی اوسط شرحیں ایک دوسری کے مماثل نہ ہوں۔ اگر ان دونوں صورتوں میں تپش کے تنزل کی شرحیں متعین سے حاصل کی جائیں تو نقصان حرارت کی شرحوں کے لیے، جملے حاصل کر سکتے ہیں اور ان جملوں کو ایک دوسرے کے مساوی رکھ کر مایع کی حرارت نوعی معلوم ہو سکتی ہے۔

فرض کر دو کہ

ک = استعمال کردہ مایع کی کمیت اور x اس کی حرارت نوعی

و = پانی کی کمیت
ک = حرارہ پیمائی کی کمیت اور α اُس کی حرارتِ نوعی۔
نیز فرض کرو کہ ہر حالت میں پیش طہ سے طہ تک گرتی ہے اور پیش
کے اس منزل کے لیے وقت ϕ صرف ہوتا ہے جب کہ مائع استعمال
ہو اور ϕ اُس وقت جب کہ پانی لیا جائے۔

پہلی صورت میں نقصان حرارت کی اوسط شرح

$$\frac{(ک \text{ نخ} + ک \text{ غ}) (طہ - طہ)}{\phi} \text{ ہے۔}$$

اور دوسری صورت میں

$$\frac{(و + ک \text{ غ}) (طہ - طہ)}{\phi} \text{ ہے۔}$$

یہ شرحیں مساوی ہیں۔ اس لیے

$$\frac{(ک \text{ نخ} + ک \text{ غ})}{\phi} = \frac{(و + ک \text{ غ})}{\phi}$$

اس مساوات سے α معلوم ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۱۲۱۔ مائع کی حرارتِ نوعی کی تخمین

تہرید کے طریقے سے۔ (۱)۔ دو ہری دیواروں کا

کوئی ایسا برتن جس کی دیواروں کے بیچ میں پانی ہو مستقل

پیش کی فضا کے طور پر استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اس تجربہ

کے لیے پیرافنی تیل موزوں مائع ہے۔ دھات کا ایک چھوٹا سا

حرارہ پیمائش کے ڈھکن میں پیش پیمائش اور ہلانی کے لیے سو رخ ہوا

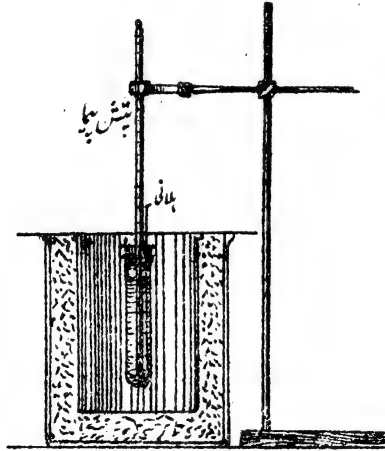
ایچ رکھنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔ یہ بات بہت اہمیت

رکھتی ہے کہ تجربے کے دونوں حصوں میں حرارہ پیمائی کی بیرونی

سطح ایک ہی نوعیت پر ہو۔ یہ سیدہ مجلا بنائی جاسکتی ہے یا اس پر

بالکل سیاہ وارنش چڑھایا جاسکتا ہے۔

حرارہ پیماکو تول لو۔ کسی دوسرے برتن میں پیرافنی تیل کو گرم پانی میں رکھ کر تقریباً ۵۰ درجہ تک گرم کر دو۔ اور گرم پیرافن کو حرارہ پیمائیں انڈیل کر حرارہ پیماکو ڈھانک دو۔ اور فضا میں اس طرح غیر موصول کے ذریعہ سہارا کر رکھ دو کہ وہ اپنے اطراف کے برتن سے مس نہ کرنے پائے (شکل ۱۲۲)۔ جب تپش ۵۰ سے ۳۰ درجہ تک گر رہی ہو ہر ایک منٹ کے وقفے سے تپش پیماکو پڑھتے رہو۔ اس دوران میں مالیج کو آہستہ آہستہ ہلاتے رہو۔ مشاہدات کے اختتام پر حرارہ پیماکو ہٹا کر تول لینا چاہیے تاکہ پیرافن کی کیفیت معلوم ہو۔ پیرافن کے بجائے پانی استعمال کر کے اسی طریق عمل کو دہرایا جائے اور اس بات کی احتیاط کی جائے کہ اشعاعی سطح میں کسی سطح بھی کوئی تبدیلی نہ پیدا ہو۔



شکل ۱۲۲۔ مالیج کی حرارت نوشی

تپش کو معین اور وقت کو فصلے مان کر مہربار کاغذ پر دونوں تیرہ کی ضخیم

مرسم کرو۔ پیرافن اور پانی کو ایک ہی حدود پر پیش کے درمیان
(مثلاً ۱۵ تا ۳۰ مہ) ٹھنڈا ہونے میں جتنے ثانیہ صرف ہوں ان کی
تعداد تخمینوں کی مدد سے معلوم کرو۔ صفحہ ۳۸۱ پر دیے ہوئے ضابطے
کی مدد سے پیرافن کی نوعی حرارت محسوب کرو۔

بعض اوقات دو حرارہ پیماس استعمال کیے جاتے ہیں۔ ایک میں پانی
اور دوسرے میں مائع (پیرافن) ہوتا ہے۔ اگر ایسا کیا جائے تو ان دونوں
حرارہ پیماس کو ایک ہی دھات (ایلیمنیئم) کا اور مساوی ابعاد کا ہونا چاہیے اور دونوں
احتیاط کے ساتھ جملہ کیے ہوں۔ اور وہ ایک ہی احاطہ میں کسی قدر
فاصلے سے لٹکا دیے جاتے ہیں۔ سوائے اس کے کہ تہریدی مائع کے
ایسے شہادت بہ یک وقت حاصل کرنے میں وقت کی کفایت ہے،
اس طریقے کی کبھی سفارش نہیں کی جاسکتی کیونکہ اس کا یقین کرنا بالکل
غیر ممکن ہے کہ ٹھنڈی ہونے والی سطحیں، گورقبہ میں برابر ہوں لیکن
جملہ میں بھی ضرور مساوی ہونگی۔ جو حرارہ پیماس استعمال ہوتے ہیں چونکہ
وہ چھوٹے ہوتے ہیں اس لیے یہ فرض کر لیا جاتا ہے کہ پیش پیماس سے جو
پیش ظاہر ہوتی ہے، خود مائع کی پیش کے برابر ہے حالانکہ اس وقت
مائع کو ہلایا نہیں جا رہا ہے۔

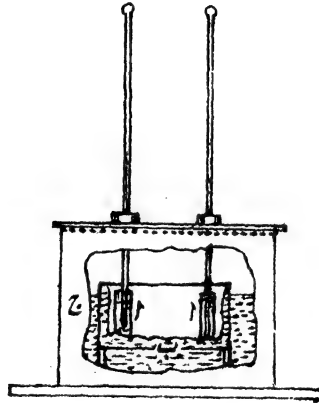
فرض کرو کہ کپسول حرارہ پیماس اور کپسول دوسرے حرارہ پیماس کی
کمیت کو ظاہر کرتے ہیں۔

تو (ک نغ + ک غ) (طہ - طہ) مساوی ہے (د + ک غ) (طہ - طہ)

ہیں (ک نغ + ک غ) = (د + ک غ)

اس مساوات سے غ کی قیمت محسوب کر سکتے ہیں۔
تجربہ ۵۱۔ مائع کی حرارت نوعی کی
تخمین تہرید کے طریقے سے۔ (۲)۔ اندرونی

لہ کرے کلب اور بیرونی کمرے ج کی درمیانی فضاء کو ٹھنڈے پانی سے بھر دو تاکہ اندرونی کمرہ مستقل تپش کے برتن کا کام دے سکے۔ ب کے اندرونی طرف پانی نہیں ڈالا جاتا کیونکہ دونوں حرارہ پیماؤں سے تہرہ کا عمل اشعاع اور ہوا میں حمل حرارت کے ذریعہ انجام پاتا ہے۔ دونوں حرارہ پیماؤں کو گرم کرنے کے لیے گرم پانی کا برتن چاہیے۔ جب یہ برتن گرم ہو رہا ہو تو خالی حرارہ پیماؤں کو تول لو۔ ایک حرارہ پیمہ کو دو تہائی کے قریب پیرافن سے بھرو اور دوسرے کو پانی سے۔ شکل ۱۲۵ میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب دہر کے ڈاٹوں میں سے تپش پیمہ گزار کر حرارہ پیماؤں کو احاطہ کے دھکن کے



شکل ۱۲۵۔ مائع کی حرارت نوی

ذریعہ سہارا لو۔ گرم پانی کے برتن میں ڈلو کہ حرارہ پیماؤں کو مع مافیہ مائع کے تقریباً ۷۰ ہر تک گرم کرو۔ حرارہ پیماؤں کو اسی طرح لگا ہوا رکھ کر احاطہ کا دھکن لگا دو اور اس بات کی احتیاط کرو کہ حرارہ پیماؤں کی

برق بکوس نہ کرنے پائے۔ ڈھکن کو اس کی وضع پر رکھ دینے کے بعد تپش پیمائوں کے مقروئے حاصل کرو۔

اس کا ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ پہلے تپش پیماکا مقروءہ اُس وقت حاصل کیا جائے جب کہ گھڑی کی ثانیوں کی سوئی ۶۰ پر ہو اور دوسرے تپش پیماکا مقروءہ اُس وقت میں جب کہ ثانیوں کی سوئی ۳۰ پر ہو۔ مقروئے اُس وقت تک دیے جائیں جب تک کہ دونوں تپش پیمائیں تقریباً ایک ہی تپش (۶۰ اور ۷۰ کے درمیان) دکھاتے ہوں۔ مقروؤں کو جاری رکھو یہاں تک کہ ہر حالت میں تپش ۳۰ درجہ سے نیچے گر جائے۔ پیرافن زیادہ تیزی سے ٹھنڈا ہو گا لہذا اس تپش پر پیرافن پہلے پہنچ جائیگا۔ جب صورت حال اس طرح ہو تو پیرافن کے تپش پیماکے مقروئے ختم کر دیے جائیں۔ لیکن پانی کے تپش پیماکے تپش پڑھنے کا عمل ابھی جاری رکھنا چاہیے۔ ہمیں تو تپش کے مساوی وقتوں میں ٹھنڈا ہونے کا وقت مطلوب ہے نہ کہ مساوی وقتوں میں تپش کی تبدیلی۔

ان مشاہدات کے اختتام پر حرارہ پیمائوں کو ہٹا لو اور ان کو تھول کر ہر ایک میں مائع کی کمیت معلوم کرو۔ مریدار کاغذ کے ایک تختے پر دونوں حرارہ پیمائوں کی تہرید کو ظاہر کرنے کے لیے ترمیم کھینچو جن میں تپشوں کو فصلے اور وقتوں کو معین مانا جائے۔

مغنیوں کی مدد سے ثانیوں کی تعداد کا تعین کرو جو ہر حالت میں طہ (تقریباً ۶۰ درجہ) سے طہ (تقریباً ۳۰ درجہ) تک ٹھنڈا ہونے کے لیے درکار ہیں۔ صفحہ ۳۸۳ پر دیے ہوئے منابط کی مدد سے مائع کی حرارتِ نوعی کی تخمین کرو۔

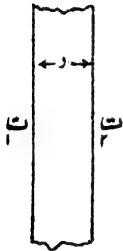
گزشتہ تجربوں میں پیرافن تیل کے بجائے زیتون کا تیل، گلسپرین، یا نمک کا مائع ماحول استعمال کر سکتے ہیں۔

فصل پنجم

موصیلت حرارت کی قدر

۱۔ تعریفات

جب کسی جسم کے ایک نقطے پر اُس کے پاس والے دوسرے نقطے سے زیادہ تپش ہو تو حرارت پہلے نقطے سے دوسرے نقطے کی طرف بہنے کا تقاضا کرتی ہے۔ اگر ان دونوں نقطوں پر تپش t_1 اور t_2 ہو اور ان کا باہمی فاصلہ d ہو تو مقدار $(t_1 - t_2) \times d$ کو تپش کا میلان یا تپش کا ڈھال کہتے ہیں اور اس کو درجے فی سمر کی رقوم میں ظاہر کرتے ہیں۔



شکل ۱۲۶۔ متوازی رقوم کا گنڈا

جب کسی مادی شے کا ایک گنڈا جس کے اُرخ متوازی ہوں اور جس کی دبازت d ہو اس طرح رکھا ہو کہ اس کے ایک اُرخ کو تپش t_1 پر اور دوسرے کو تپش t_2 پر رکھا جائے تو گنڈے کے رقوم کے علی القوائم خطوط کی سمت میں حرارت کا یکساں بہاؤ دفعۃً واقع ہونے لگیگا اور تپش کا میلان پیدا ہوگا جو $(t_1 - t_2) \times d$ کے مساوی ہوگا۔

لہ احصائے تفرق کی ترقیم میں اس کو ضابطہ لکھتے ہیں اگر لا فاصلے کو تعبیر کرنا ہو۔

حرارت کی مقدار ح جو وقت و میں گندے کے ایک رُخ کے رقبہ میں سے بہتی ہو، وقت رقبہ اوپریش کے ڈھال کے مناسب ہوگی۔ اس کا اختصار گندے کے مادہ ترکیبی پر بھی ہوگا۔ پس ہم اس کو اس طرح بیان کر سکتے ہیں کہ

$$ح = م \times \frac{ت_۱ - ت_۲}{ت_۱}$$

جہاں م ایسی مقدار ہے جو گندے کے مادہ کی نوعیت پر منحصر ہے۔ اس مساوات سے مقدار م کے معنی کی توضیح بھی ہوتی ہے کہ یہ موصلیت حرارت کی قدر یا مختصراً مادہ کی موصلیت حرارت ہے۔ اس مساوات کو م کے لیے حل کریں تو

$$م = \frac{ح}{\frac{ت_۱ - ت_۲}{ت_۱}}$$

حاصل ہوگا۔ شمار کنندہ $\frac{ح}{ت_۱}$ سے گندے میں حرارت کے بہاؤ کی شرح ناپی جاتی ہے۔ اس کو حرارے فی ثانیہ کی رقوم میں بیان کرتے ہیں۔ پس مختصر طور پر موصلیت حرارت کی قدر کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ یہ فی اکائی رقبہ حرارت کے بہاؤ کی شرح ہے اگر تیش کا ڈھال اکائی ہو۔ اس قدر کو حرارے فی ثانیہ فی مربع سمر فی اکائی ڈھال کی رقوم میں بیان کیا جائیگا اور یہ [حرارے x (سمر^۱) (ثانیہ^۱) (درجہ سمر^۱)] کے مساوی ہے۔

پس معلوم ہوا کہ موصلیت حرارت کی قدر کی پیمائش میں یہ بات بطور نتیجہ شامل ہے کہ ایک قائم حالت پر پہنچ چکنے کے بعد ان تین مقادیر یعنی

۱۔ حصائے تفرق کی ترتیم میں یہ مساوات اس طرح لکھی جائیگی۔

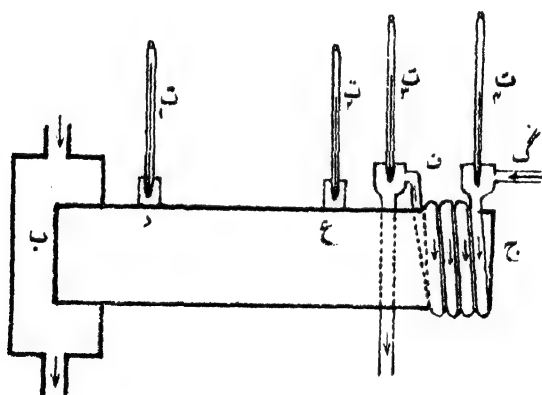
$$م = \frac{ق}{\frac{ق_۱ - ق_۲}{ق_۱}}$$

حرارت کے بہاؤ کی شرح، رقبہ جس میں سے حرارت بہ رہی ہو، اور تپش کے ڈھال کی ضخیم کی جائے۔

۲ - تجرباتی تعینات

دھاتی صلاح کی موصلیت حرارت کی قدر

دھات جس کی موصلیت حرارت کی قدر معلوم کرنی ہے، اسطوانی صلاح کی شکل کی ہے (شکل ۱۲۷)۔ صلاح کے ایک سرے کو گھمڑے ب میں سے بھاپ کی رو گزار کر گرم کیا جاتا ہے اور دوسرے سرے کو ج کے پاس صلاح کو گھیرے ہوئے ٹولہبی نلی میں پانی کی رو بہا کر سرد رکھا جاتا



شکل ۱۲۷ - دھاتی صلاح کی موصلیت حرارت

نے۔ نلی کے طول میں دو نقطوں 'د' اور 'ع' کی تپشیں 'ت' اور 'ت' تپش پیمائوں کے ذریعہ معلوم کی جاتی ہیں۔ پانی کی تپشیں نقطہ 'ف' پر جہاں

پانی ٹوکی نلی میں سے باہر نکلنا ہے، تپش پیمائش کے ذریعہ اور مقام
 گ پر جہاں یہ نلی میں داخل ہوتا ہے، تپش پیمائش کے ذریعہ معلوم کی جاتی ہیں۔
 تجربہ ۱۶۔ دھاتی صلاح کی موصلیت حرارت
 کی قدر کی تخمینہ — تجویز کی انجام دہی کے لیے یہ ضروری
 ہے کہ جو اشارہ سے بھاپ کی ایک مستقل رد بھاپ کے کمرے
 میں سے گزاری جائے اور پانی کی مستقل رد ٹوکی نلی میں سے گزرتی
 رہے۔ صلاح کو چاروں طرف ناقص موصول حرارت مادے مثلاً
 نمک سے اچھی طرح لپیٹ دیتے ہیں اور اس کو اسی طرح چھوڑ دیا
 جاتا ہے یہاں تک کہ ایک مستقل حالت پر پہنچ جائے۔ اس کے لیے
 ۲۰ منٹ سے نصف گھنٹہ تک وقت صرف ہوگا۔ چاروں تپش پیمائشوں
 کو وقت بہ وقت یہ دیکھنے کے لیے پڑھتے رہنا چاہیے کہ آیا تپش
 مستقل ہو گئی ہے یا نہیں۔ آخر کار جو تپشیں معلوم ہونگی، ان کا
 انحصار اس شرح پر ہوگا جس پر پانی نلی میں سے بہ رہا ہے۔ تپشوں میں
 اور مقام کے امین کافی زیادہ فرق حاصل کرنے کے لیے یہ مناسب
 ہوگا کہ پانی کی بہت ہی سست دھار سے کام لیا جائے۔ دراصل
 نلی میں سے ٹپکنے سے جو پانی حاصل ہوتا ہے اس سے کسی قدر زیادہ
 پانی باہر نکلنا چاہیے۔ نلی میں سے بہنے والے پانی کی فی ثانیہ
 مقدار اس طرح معلوم کرتے ہیں کہ ایک معلومہ وقت (۲ یا ۳ منٹ)
 کے دوران میں نکلنے والے پانی کو جمع کر کے اور اس کو تول کر یا
 درجہ دار برتن کے ذریعہ اس کا حجم ناپ لیتے ہیں۔ اس طرح
 وٹائیوں میں نلی میں سے گزرنے والے پانی کے ک گراموں
 کی تعداد معلوم ہو جائیگی۔ پانی کی اس کثیت کی تپش میں سے
 تپ تک بڑھ گئی یعنی پانی نے صلاح سے ک (مقام - مقام)
 حرارت کی اکائیاں حاصل کر لیں۔ یہ فرض کر کے کہ صلاح کے
 پیمائشوں سے کوئی حرارت خارج نہیں ہوئی، سوچ کے لیے

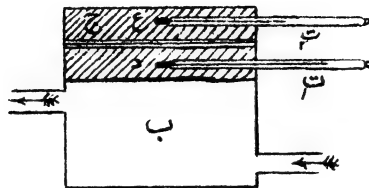
جو موصلیت حرارت کی قدر کی تعریف میں شامل ہے، جملہ
ک (تسم - تسلیم) درج کر سکتے ہیں۔

نرل چاپ کی مدو سے سلاخ کا قطر معلوم کر کے سلاخ کی تراش
عمودی کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ اور $\pi = 3.14$ ص جہاں ص مدور
تراش عمودی کا نصف قطر ہے۔ پیش کا ڈھال پیشوں ت اور ت
اور نقاط د اور ع کے امین فصل د کے ذریعہ معلوم ہو سکتا ہے۔
پس اس طرح م کی تخمین کے لیے تمام ضروری رقمیں معلوم کر سکتے
ہیں۔

تختی کی شکل کے ایک ناقص موصل کی موصلیت حرارت کی تعیین

ناقص موصل حرارت کی صورت میں زیر تجربہ مادہ کی تختی کی موٹائی بہت
کم ہونی چاہیے۔ ذیل میں جس آلہ کی توضیح کی گئی ہے، بلحاظ اصول اس آلے
کے مشابہ ہے جو پروفیسر سلیج - پزن نے اپنی تحقیقات میں استعمال
کیا تھا۔ لیکن استعمال میں سہولت کے مد نظر پروفیسر مذکور کے آلے
کو جو ایک خالی برتن میں ڈوریلوں کے ذریعہ لٹکایا گیا تھا، آٹ دیا گیا ہے۔
تجربہ شدہ کسی ناقص موصل مثلاً مقوسہ
کی موصلیت حرارت کی قدر کی تخمین — شے ایک
پتلی مدور تختی کی شکل کی ہے۔ تختی کے ایک رخ کو ایک دھاتی کمرے
ب کے ساتھ تماس میں رکھ کر گرم کیا جاتا ہے (شکل ۲۸)
جس میں سے بھاپ کی نوگزاری جاتی ہے۔ تختی کا دوسرا رخ

دھات کے دو قرض ج کے ساتھ تماس میں ہے۔ دھات



شکل ۱۲۸ - مقوے کی موصلیت حرارت

کی تمام سطحوں پر بیکل کا طبع کیا گیا ہے۔ پیش پیاؤ اور ع کو کرے
ب اور قرض ج کے اندر سوراخوں میں داخل کر دیا گیا ہے۔
آلے میں بھاپ اُس وقت تک گزاری جاتی ہے
جب تک کہ دونوں پیش پیاؤ مستقل نہ ہو جائیں اور اس کے بعد
پیش پیاؤں کے مقروؤں کو تھبند کیا جاتا ہے۔
فضا کی پیش کش کا بھی مشاہدہ کرنا چاہیئے۔

یہ فرض کر لیا گیا ہے کہ پیش پیاؤں سے حاصل شدہ پیش کش اور ت
مقوے کی تختی کے دونوں رخوں کی پیشوں کو تعبیر کرتی ہیں۔ مقوے کی
موٹائی معلوم ہونے سے پیش کا ڈھال محسوب کیا جاسکتا ہے۔ رقبہ جس میں
سے حرارت بہتی ہے، مقوے کے ایک رخ کے رقبہ کے برابر لیا جاتا
ہے۔ اور اس کو تدریجی کے نصف قطر کی مدد سے معلوم کرتے ہیں۔

اب مقوے میں سے حرارت کے بہاؤ کی شرح معلوم کرنی
ہے۔ اس کے لیے ایک علمدہ تجربے کی ضرورت ہے۔ جب پہلے
تجربے میں مستقل حالت پہنچ جاتی ہے تو یہ ضروری ہے کہ مقوے میں
سے حرارت کے بہاؤ کی شرح اُس شرح کے ٹھیک برابر ہونی چاہیئے

جس شرح سے قرص ج کی سطح سے حرارت کا اخراج اشعاع اور حمل حرارت کے ذریعہ عمل میں آتا ہے۔ وجہ یہ ہے کہ جب تپش مستقل ہو جاتی ہے تو قرص میں کوئی حرارت جمع نہیں ہو سکتی اور اس لیے قرص کی حاصل کردہ حرارت خارج کردہ حرارت کے برابر ہونی چاہیے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اگر ہم اس شرح کا تعین کر سکیں جس سے حرارت خارج ہو رہی ہے تو ہمیں معلوم ہو جائیگا کہ حرارت کس شرح سے مقوے میں سے بہ رہی ہے۔

گرم کرنے والے کمرے ب کو مٹا دیا جاتا ہے اور قرص ج کو جس کے ایک رخ پر مقوے کی تختی تماس کر رہی ہے اس طرح سہارا لیا جاتا ہے کہ ایصال کے ذریعہ انتقال حرارت کم سے کم ہو۔ یہ عمل بعض وقت اس طرح کیا جاتا ہے کہ قرص کو ڈوریوں کے ذریعہ لٹکا دیتے ہیں لیکن یہ زیادہ سہل ہے کہ مقوے کو کسی سہارے مثلاً ککڑی کے گندے پر جو خود ناقص موصل ہے رکھ دیا جائے۔

اس کے بعد قرص کو بنسنی شعلے کے ذریعہ گرم کرتے ہیں حتیٰ کہ اس کی تپش مستقل تپش سے ۵ یا ۶ درجے اونچی ہو جاتی ہے۔ اس کے بعد اس کو سرد ہونے دیتے ہیں تاکہ اس کی تپش موجودہ تپش سے گر کر تپہ پر پہنچ جائے جو تپہ سے اتنے ہی درجے نیچے ہے جتنے درجے تپہ اس کے اوپر اس تبرید کے دوران میں صرف شدہ وقت کو بھی کافی احتیاط کے ساتھ لکھ لیتے ہیں۔

تبرید کے دوران میں صنایع شدہ حرارت کس رخ (تپہ) سے ہے جہاں کہ قرص کی کمیت اور رخ دہشت کی حرارت نوعی ہے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ حرارت کے خارج ہونے کی شرح کس رخ (تپہ) سے ہے۔

یہ فرض کر کے کہ یہ مقدار موصلیت حرارت کے مقابلے میں سچ کے برابر ہے، ہم کو وہ تمام معطیات حاصل ہو جاتے ہیں جو مؤخر الذکر مقدار کے محسوب کرنے کے لیے ضروری ہیں۔

نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیت حرارت کی تخمین

نلی کی شکل کے کسی ناقص موصل کی موصلیت حرارت کی شرح کی تعیین اس طرح پر ہو سکتی ہے کہ اس نلی میں سے یا نلی کے اطراف پیرہن میں سے بھاپ کی آواز گزاری جائے اور نلی کی دیواروں میں سے منتقل شدہ حرارت کی مقدار کو حرارہ پیمائی کے سادہ طریقوں کی مدد سے ناپ لیا جائے۔ پہلی قسم کا آلہ — بھاپ خود نلی میں سے گزاری جاتی ہے۔ حرارہ پیمائی میں پانی کی معلوم کمیت لے کر نلی کو اس کے اندر غرق کر سکتے ہیں اور کسی خاص وقت کے لیے پانی کا اضافہ تپش مشاہدہ کیا جاسکتا ہے۔

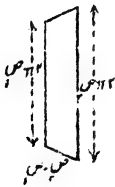
تجربہ — نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیت حرارت کی قدر کی تخمین — برقی نلی کی حالت میں ایک ایسا حرارہ پیمائیں کر جو جس کی گنجائش کافی سے زیادہ (۵۰ یا ۶۰ مکعب سمر) ہو تاکہ کافی لمبی نلی لچھے کی شکل میں حرارہ پیمائے کے اندر رکھی جاسکے۔ حرارہ پیمائے کے اندر دینی برتن کو تول لو

۱۔ یہ مفروضہ کامل طور پر درست نہیں ہے۔ کیونکہ جب مبدائے حرارت کو ہٹا لیا جاتا ہے تو قرص کی تھوڑی سی حرارت مقوسے میں سے ایصال کے ذریعہ نائل ہو جاتی ہے۔ یہ زیادہ قرین صحت ہوگا کہ مبدائے حرارت کو اس کی ابتدائی دینے ہی میں رکھ کر قرص کے نقصان حرارت کی شرح کی تخمین کی جائے۔ لیکن اس کو اسی تپش پر ہونا چاہیے جس پر قرص سے ناکہ مقوسے میں کوئی میلان پیش موجود نہ ہونے پائے۔ کم از کم تقریبی طور پر اس شرط کے سمجھنے میں عملاً کوئی دقت نہیں ہے۔

اور تقریباً دو تہائی تک پانی سے بھرو۔ پھر سے ہوئے برتن کو تول لو تاکہ پانی کا وزن معلوم ہو جائے۔ پانی کی تپش مت معلوم کرو جس کو بوقت آغاز سہولت کے ساتھ کمرے کی تپش سے نیچے رکھ سکتے ہیں۔ نلی کا لچھا بنا کر پانی کے اندر اس طرح رکھو کہ دونوں سرے حرارہ پیمائے کسی قدر باہر نکلے رہیں۔ اس کے بعد نلی کے سرے کو بھاپ کے ٹکوں کے سوراخ کے ساتھ جوڑ دینا چاہیے تاکہ اس کے اندر سے بھاپ کی مستقل رو بہائی جاسکے۔ نلی کا دوسرا سر قلعی (Tin) کے برتن کے اندر ڈبو دیا جائے تاکہ بستر شدہ بھاپ کے قطرے جمع ہو سکیں۔

نلی کے اندر سے بھاپ کو مقررہ اور مشاہدہ کردہ وقت تک گزرنے دو تاکہ پانی کی تپش ۱۰ یا ۲۰ درجہ بڑھ جائے۔ اُس وقت کا مشاہدہ کرو جس دوران میں بھاپ گزرتی رہی اور پانی کی انتہائی تپش تسلیم کا بھی مشاہدہ کرو۔

پانی کے اندر ڈوبی ہوئی نلی کا طول ناپ لینا چاہیے۔ اس مقصد کے لیے یہ امر باعث سہولت ہے کہ نلی کے اُن مقامات پر دو نشان لگا دیے جائیں جہاں نلی حرارہ پیمائے کے پانی میں داخل ہوتی اور باہر نکلتی ہے۔ فرض کرو کہ ڈوبی ہوئی نلی کا طول l سمجھو نلی کے اندر ونی اور بیرونی نصف قطر بھی ناپ لو۔



ان کو علی الترتیب r اور R مان لو۔ تو نلی کی دیوار کی موٹائی $R - r$ سمجھو گی۔ اگر ہم یوں تصور کریں کہ نلی کے کمرے کو اُس کے محور کے متوازی کاٹ کر کھول دیا گیا ہے (شکل ۱۲۹) تو یہ ٹکڑا اُس شے کی ایک ایسی تختی کے تقریباً مثال ہو گا جس کی دبازت $R - r$ ہے۔

شکل ۱۲۹۔ نلی سے تختی بنانا

جس رقبہ میں ہے حرارت گزرتی ہے، اُس کو

اُس تختی کے دونوں رُخوں کے رقبوں کا تقریباً اوسط لے سکتے ہیں یعنی

$$ص = \frac{1}{2} (\pi 2 \text{ ص ل} + \pi 2 \text{ ص ل}) = \pi 2 \text{ ص ل}$$

جہاں $\text{ص} = \frac{1}{2} (\text{ص} + \text{ص})$ نلی کا اوسط نصف قطر ہے۔

نلی کے باہر کی طرف پیش مستقل نہیں رہتی لیکن پیش کے ڈھال کو

محسوب کرنے میں ہم ابتدائی اور انتہائی پیشوں کا اوسط لے لیتے ہیں۔ نلی کے

اندرونی رُخ کی پیش $\text{ت} = \dots$ اُہر لی جاسکتی ہے۔ پس پیش کا ڈھال

$$\frac{\text{ت} - \text{ت}}{\text{ص} - \text{ص}}$$

$$\text{ص} - \text{ص}$$

ہے، جہاں $\text{ت} = \frac{1}{2} (\text{ت} + \text{ت})$ نلی کی بیرونی اوسط پیش ہے۔

اب اس کے علاوہ جو مقدار درکار ہے، وہ مقدار حرارت ہے جو وقت

و میں نلی کی دیوار میں سے گزرتی ہے۔ چونکہ یہی حرارت حرارہ پیمائے اور اُس کے

مانیہ کی پیش کو ت سے ت تک بڑھانے میں صرف ہوئی ہے لہذا

اس کو بھی آسانی سے شمار کر سکتے ہیں۔ اس طرح سے موصلیت حرارت کی

قدر کی تخمین کے لیے جتنی مقداریں درکار ہیں دستیاب ہو جائیں گی اور صفحہ ۳۸

کی تعریف کے بموجب حاصل کردہ مساوات کی مدد سے اس قدر

(Co-efficient) کا تعین ہو جاتا ہے۔

$$م = \frac{\frac{H}{A}}{\left(\frac{\text{ت} - \text{ت}}{\text{ص} - \text{ص}} \right) \pi 2 \text{ ص ل}}$$

لے کھو کھلے اُسطوانے کی دیواروں میں سے حرارت کے بہاؤ پر غور کرنے سے جو زیادہ صحیح مضابطہ

حاصل ہوتا ہے، اُس سے

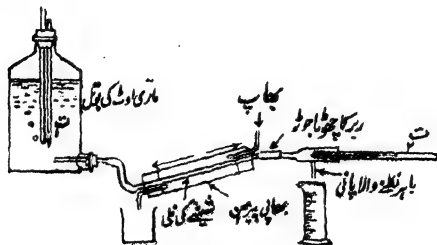
$$م = \frac{\frac{H}{A}}{\left(\frac{\text{ت} - \text{ت}}{\text{ص} - \text{ص}} \right) \pi 2 \text{ ص ل} + \left(\frac{\text{ت} - \text{ت}}{\text{ص} - \text{ص}} \right) \pi 2 \text{ ص ل}}$$

حاصل ہوتا ہے۔

جب نلی کی دیوار اتنی پتلی ہو کہ $\text{ص} - \text{ص}$ بہ مقابلہ ص یا ص بہت چھوٹا ہو تو یہ مساوات مندرجہ بالا شکل اختیار کر لیتی ہے۔

دوسری قسم کا آلہ — اگر نلی طائع نہ ہو جیسے کہ شیشے کی نلی تو اس کی موصلیت حرارت کی حسب ذیل طریقے پر تخمین ہو سکتی ہے۔
نلی میں پانی کی دو آہستہ آہستہ بہانی جاتی ہے اور اس کو دو کو یکساں رکھنے کے لیے ماسری اوجٹ (Mariotte) کی بوتل کو کام میں لاتے ہیں۔ نلی کو کسی قدر نال رکھا جاتا ہے تاکہ تجربے کے دوران میں ہمیشہ پانی سے بھری رہے۔ اس کو بھاپ کے پیرہن سے گھیر دیا جاتا ہے جس میں سے بھاپ گزرتی رہتی ہے (شکل ۱۳)۔

تجربہ ۱۳ — نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیت حرارت کی قدر کی تخمین — جب پانی نلی میں داخل ہوتا ہے تو اس کی پیش ت لے لی جاتی ہے۔ جب پانی نلی میں سے بہتا ہے تو ایصال کے ذریعہ نلی کی دیواروں میں سے حرارت حاصل کرتا ہے اور اس عرصہ میں کہ یہ پانی نلی کے 'پیرہنی' حصے میں سے بہ نکلتے اس کی پیش بڑھ کر مت ہو جاتی ہے۔ عین باہر نکلنے والے پانی کی پیش بھی لے لی جاتی ہے اور باہر نکلنے والے پانی کو بیانہ دار اسطوانی میں جمع کر لیا جاتا ہے۔ اس عمل سے کسی خاص وقت میں نلی کے اندر سے بہ نکلنے والے



شکل ۱۳۔ شیشے کی نلی کی موصلیت حرارت

پانی کی مقدار معلوم کر لی جاتی ہے۔ وقت کا یہ وقفہ اتنا ہرنا چاہیے کہ گرم از کم ۳۰۰ مکعب سیر پانی پینے کے اندر جمع ہو جائے اور اس پانی کی کثافت اکائی فرض کر کے اس کی کمیت محسوب کر لی جاتی ہے۔ اگر وٹانوں میں نلی میں سے بہنے والے پانی کی کمیت ک گرام ہو تو اس مدت کے اندر نلی کی دیواروں سے ایصال شدہ مقدار حرارت ح کی قیمت ک (ت - ت) حرارے ہوگی۔

بھاپ پیر ہن کے سروں کے درمیان نلی کے طول کو ناپ لیتے ہیں اور نلی کے اندر دنی اور بیرونی نصف قطروں کی بھی پیمائش کر لی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ علی الترتیب ل، ص، اور ص ہیں۔ تو اوسط رقبہ π^2 ل - ص ہے جس میں سے حرارت ہتی ہے اور جہاں ت = $\frac{1}{2}(ص + ص)$ نلی کے اندر پیش کا اوسط ڈھال

$$\frac{100 - ت}{ص} = \frac{ت - ت}{\frac{1}{2}(ص + ص)}$$

پیر

$$ک (ت - ت) = \pi^2 ل \left[\frac{100 - ت}{ص} - \frac{ت - ت}{\frac{1}{2}(ص + ص)} \right] و$$

ان میں سوائے م کے دوسری تمام رقیں پانی یا مشاہدہ کی جاسکتی ہیں۔ لہذا م محسوب ہو سکتا ہے۔

لے اگر زیادہ صحیح مساوات استعمال کی جائے تو

$$ک (ت - ت) = \frac{\pi^2 ل (100 - ت) و}{\frac{1}{2}(ص + ص)}$$

فصل ششم

حرارت کا مُعادِلِ حِیلِی

۱۔ حرارت کے مُعادِلِ حِیلِی کی تعریف اور تخمین

ڈاکٹر جے۔ بی۔ جُول (۱۸۱۸ء - ۱۸۸۹ء) نے یہ ثابت کیا کہ جب
 میکانیکی توانائی کے خراج سے حرارت پیدا کی جاتی ہے تو پیدا شدہ حرارت کی ہر
 اکائی کے لیے کام کی اکائیوں کی ایک خاص تعداد صرف کرنا پڑتی ہے۔ اس
 تعداد کو حرارت کا مُعادِلِ حِیلِی کہتے ہیں۔ اس طرح ایک حرارہ (گرام درجہ مٹی)
 پیدا کرنے کے لیے 4.2×10^7 آرگ یا 4.2 جُول کام درکار ہے۔ س۔ گ۔ ت
 نظام میں تپش کا مٹی پیمانہ استعمال کرنے پر حرارت کے مُعادِلِ حِیلِی کی قیمت
 4.2×10^7 آرگ فی حرارہ یا زیادہ صحیح طور پر 4.2×10^7 آرگ فی 40° حرارہ
 ہوتی ہے۔

تجربہ ۱۱۔ پارے کو ایک نلی کے
 اندر گزار کر حرارت کے مُعادِلِ حِیلِی کی تعیین کرنا۔
 شیشے کی ایک جوڑی اور تقریباً ایک مینہ لیمی اور ۳ تا ۴ سمرقتر کی

نلی کا ایک سر اسرہر کر دیا جاتا ہے۔ اور دوسرے سر سے پچا
ر بڑ کی چست ڈاٹ لگائی جاتی ہے جس میں سے ستاس تپش پیا
گزارتے ہیں۔ تقریباً ۵۰ مکعب سمر پارا نلی میں ڈالا جاتا ہے اور ڈاٹ
کو اُس کی جگہ پر احتیاطاً سے لگا دیتے ہیں۔ نلی کو اُس کے وسط میں
مضبوطی کے ساتھ اس طرح پکڑ کر انتصاب کرتے ہیں کہ اس کا زیرین سرا
کسی میز کے ساتھ ایک ہی سطح میں رہے۔ اب نلی کو تیزی کے ساتھ
اس طرح اٹھتے ہیں کہ نلی کا بالائی سرا اسی وضع میں آ جاتا ہے جس وضع
میں پہلے زیرین سرا تھا۔ اس کے یہ معنی ہیں کہ نلی کو اُس کی لمبائی کے
وسط میں سے گزرنے والے افقی محور کے گرد گھمایا جائے۔ گھمانے کے
دوران میں پارا نلی کے سرے کی طرف ہی رہتا ہے لیکن جب نلی
انتصابی ہو جاتی ہے تو پارا ایک سرے سے دوسرے سرے کی طرف
گرتا ہے۔

پارے کو اوپر اٹھانے میں جو کام صرف کیا گیا تھا گزرنے کے دوران
میں توانائی بالفعل میں تبدیل ہو جاتا ہے اور جب پارا نلی کے پینڈے پر ساکن
ہو جاتا ہے تو یہی کام حرارت میں تبدیل ہو جاتا ہے۔ تپش میں مناسب اضافے
کے لیے یہی عمل تقریباً ۵۰ مرتبہ دوہرایا جائے۔

فرض کرو کہ

ک = نلی میں پارے کی کمیت

خ = پارے کی حرارت نوعی

ت = آخری تپش

ت = ابتدائی تپش

تو یہ فرض کر کے کہ کوئی حرارت ضائع نہیں ہوئی، پیدا شدہ حرارت کی

جملہ مقدار

ج = ک (خ - ت)

فرض کرو کہ ۵ = وہ انتصابی فاصلہ جس میں پارے کا مرکز ثقل نلی کو

اُٹنے کی صورت میں گرنا ہے (یاد رہے کہ یہ شیشے کی نلی کا طول نہیں ہے) اور $n =$ تعداد جتنی مرتبہ یہ عمل دہرایا گیا۔

تو میکائی ٹوائی جو غائب ہوئی $y = n \text{ ک ج } ۵$

$$\text{جہ} = \frac{y}{x} = \frac{n \text{ ک ج } ۵}{n \text{ ج } ۵} = \frac{\text{ک غ (ت-۳)} - \text{غ (ت-۳)}}{\text{غ (ت-۳)}} = \frac{\text{ک غ (ت-۳)} - \text{غ (ت-۳)}}{\text{غ (ت-۳)}}$$

اس نتیجہ کی مدد سے جہول کا معادل محسوب کر سکتے ہیں۔

یاد رہے کہ 'جہ' کی قیمت استعمال شدہ پارے کی کمیت کے غیر تابع ہے۔ کسی حقیقی تجربے میں پارے کی تھوڑی سی مقدار استعمال نہ کی جائے اور نہ نلی کو گرم کرنے میں جو حرارت صرف ہوگی پارے کو گرم کرنے میں نہ صرف حرارت کے مقابلہ میں قابل لحاظ ہو جائیگی۔ اس سے کمتر صحیح طریقہ، جس میں پیش پیمائے کے ٹوٹنے کا کم اندیشہ ہے، یہ ہو سکتا ہے کہ ٹھوس کاگ استعمال کیا جائے اور پارے کو اس عمل سے پہلے اور بعد کسی چھوٹے سے پیالے میں ڈال کر اس کی پیش معلوم کی جائے۔

دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ حرارت کی پیدائش

دو دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ حرارت کے معادل جہول کی تخمین کا مندرجہ ذیل طریقہ جہول کے استعمال کیے ہوئے ایک طریقے سے اخذ کیا گیا ہے:-

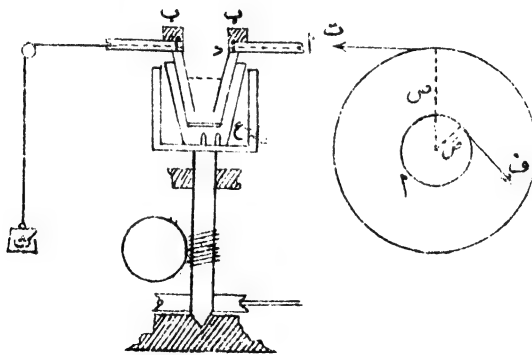
دو دھاتی مخروط d اور c (نسل ۱۳۱) لیے جاتے ہیں جو ایک دوسرے کے اندر خوب پھنس کر بیٹھتے ہیں بیرونی مخروط پر قوت لگا کر گھمایا جاتا ہے۔ اس عمل کے لیے مخروط کو ایک ایسے انتصابی پٹکے (Spindle) سے ملحق کر دیتے ہیں جو ہاتھ سے گھومنے والے آرہیے کے ذریعہ چلایا جاتا ہے۔ اندرونی مخروط کو

گھومنے سے باز رکھتے ہیں۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ تماسی سطحوں میں رگڑ پیدا ہوتی ہے اور اس طرح پیدا شدہ حرارت مخروطوں کو اور نیز اُس مائع (بالعموم پانی یا بعض اوقات پارا) کو گرم کرنے میں صرف ہوتی ہے جو اندرونی مخروط کے اندر رکھا جاسکتا ہے۔

حرارت کی پیدا شدہ مقدار کا تعین مائع کا اضافہ تپش اور برتن کا آب مساوی معلوم کرنے پر موقوف ہے۔

حرارت پیدا کرنے میں جس قدر میکائی کام صرف ہوا، اُس کا تخمینہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ اندرونی مخروط کو گھومنے سے باز رکھنے کے لیے قابل پیمائش مروڑ لگائی جائے۔ اور بیرونی مخروط کی تعداد گردش گن لی جائے۔

ایک لکڑی کا مدور قرص ہے جو اندرونی مخروط پر ٹکا ہوا ہے اور اس سے دو ٹاب تھیں کے ذریعہ لچتی ہے۔ اس کو اپنی جگہ پر قائم رکھنے کے لیے اس کے اوپر سے کابوچب رکھ دیا گیا ہے۔ قرص کے عیط کے ساتھ لی ہوئی ایک ڈور دی چمڑی پر سے گزرتی ہے اور اس کو اس کے دوسرے سرے پر بندھے ہوئے معلوم وزن ک (۱۰۰ یا ۲۰۰ گرام) کے ذریعہ کھینچا ہوا رکھتے ہیں۔ جب بیرونی مخروط گھمایا جاتا ہے تو اندرونی مخروط بھی اس کے ساتھ گھومنے کا



شکل ۱۳۱۔ حرارت کا معادل جلی

تقاضا کرتا ہے لیکن اُس قوت کے معیار اثر کی وجہ سے جو ڈوری کے تناؤات کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے، یہ سمجھنے سے باز رکھا جاتا ہے۔ جب الماء استعمال ہو رہا ہو تو ڈوری کو لکڑی کے قرص کے محیط کے ساتھ ہمیشہ مما سی وضع میں راہنا چاہیے۔

فرض کرو کہ قرص کا نصف قطر ص ہے اور مخروطوں کی تماسی سطحوں کا اوسط نصف قطر ص، اگر ف مخروطوں کے مابین فرک (رگڑ) کی اوسط قیمت ہو تو

$$F = T \times V$$

$$= K \times J \times V$$

جہاں ک معلقہ جسم کی کیفیت ہے۔

اندرونی مخروط کے ساکن رہنے کی صورت میں بیرونی مخروط کے ایک پکڑ میں جس قدر کام ہوا وہ ف πr^2 ص کے برابر ہے۔ لہذا ان پکڑوں میں جو کام ہوگا $\pi r^2 = N \times F \times V$

اگر چیک ف اور ص کی جداگانہ قیمتیں صحت کے ساتھ نہیں معلوم کی جا سکتیں، تاہم ف ص کی قیمت مندرجہ بالا مساوات سے معلوم ہو سکتی ہے۔ کام کے لیے اس محصلہ قیمت کو مندرج کرنے سے

$$K = \frac{N \times F \times V}{J \times V}$$

پس حلی کام کو ارگ کی رقوم میں محسوب کر سکتے ہیں۔

تجربہ بالا - حرارت کے متبادل حلی کی تخمین دودھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے

ذریعہ - اس تجربہ کی انجام دہی کے لیے یہ لازم ہے کہ مخروطوں کے مابین رگڑ کی مقدار مناسب ہو ورنہ معلقہ وزن کو مقررہ سطح بلندی پر قائم رکھنا غیر ممکن ہوگا۔ عموماً پکڑنے والے تیل کا ایک چھوٹا سا قطرہ اندرونی اور بیرونی مخروطوں کے بیچ میں ڈال دینا کافی ہوتا ہے۔ اگر ان مخروطوں کو پکڑنا نہ جائے تو تماسی سطحیں ایک دوسرے کو ”پکڑ“ لیں گی۔

تجربے کے آغاز سے قبل مدھن کی مناسب مقدار معلوم کر لینا چاہیے۔ اس کے لیے چلاؤ پیہرہ کو گھما کر آلہ کا امتحان کر لیتے ہیں تاکہ یہ معلوم ہو جائے کہ اس کو کافی چال کے ساتھ گھمانے سے آیا وزن تقریباً ایک مقررہ اونچائی پر برقرار رہتا ہے یا نہیں۔

پہلے دونوں خالی مخروطوں کو ایک ساتھ تول لو اور جب اندرونی مخروط دہائی پانی سے بھرا ہوا ہو تو پھر دوبارہ تول لو۔ اس کے بعد مخروطوں کو آلے میں واپس رکھ دو اور تپش معلوم کرنے کے لیے ایک حساس تپش پیماء داخل کرو۔ اگر احتیاط سے کام لیا جائے تو نوڈ تپش پیماء سے ہلانی کا کام لے سکتے ہیں۔ بعض وقت تپش پیماء کو ایک نیکن کے ذریعہ سہار رکھتے ہیں اور ایک علمبرہ ہلانی کام میں لائی جاتی ہے۔

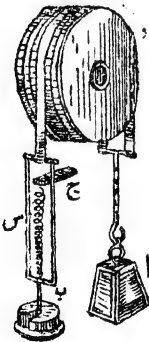
یہ بات اہم ہے کہ اشعاع کی وجہ سے جو نقصان یا کسب حرارت ہو اُس کا لحاظ کیا جائے۔ اس کے لیے یہ ضروری ہے کہ تجربہ کے آغاز سے پہلے ایک ایک منٹ کے وقفے سے پانچ منٹ تک تپش پیماء کے مقروءے حاصل کیے جائیں۔ اُس کے بعد آلہ پیہرہ کو گھما کر حسب ضرورت گردشیں دی جائیں۔ گردشوں کی تعداد معدومہ ج کے ذریعہ معلوم ہوتی ہے جو گردش کرنے والے ٹیکے کے ساتھ گیرایا ہوا (Geared) ہے۔ اس امر کے لیے کہ اضافہ تپش اتنی مقدار میں حاصل ہو کہ مناسب صحت کے ساتھ اس کی پیمائش ہو سکے یہ ضروری ہے کہ گردشیں کافی تعداد میں دی جائیں۔ اس غرض کے لیے غالباً ۵۰۰ یا ۶۰۰ گردشیں درکار ہونگی۔ اس میں جو وقت صرف بولکھ لیا جائے جب یہ عمل ختم ہو جائے تو تپش بڑھ کر آئے اور پھر پانچ منٹ تک ایک ایک منٹ کے وقفے سے تپش پیماء کے مقروءے حاصل کیے جائیں۔ تجربہ کے آگے اور پیچھے ان مقروءوں سے تبدیلی تپش کی اوسط شرح معلوم ہو جائیگی اور نتیجہ دیر تجربہ جاری رہا اُس وقت کے معلوم ہونے پر اس دور ان

میں اصلی تبدیلی محسوب کر سکتے ہیں۔ محزوظوں کے مابین رگڑ سے
تپش کے اضافے کا اندازہ کرتے وقت اس تبدیلی کو بھی ملحوظ رکھنا
چاہیے۔

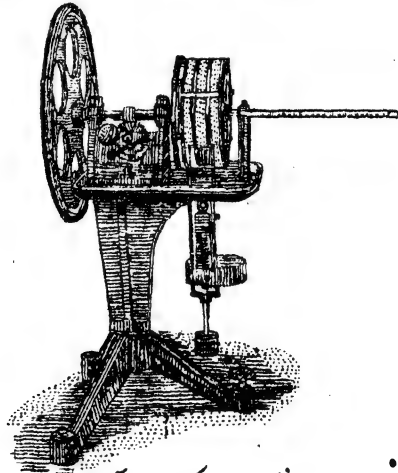
آب مساوی اور اضافہ تپش کی مدد سے پیدا شدہ حرارت کے
حراروں کی تعداد معلوم کرو۔ ایک بڑے سرل چاپ کے ذریعہ لکڑی کے
قرص کا قطر معلوم کرو اور جملہ "کام" = 332 N جی "ص" کو استعمال
کر کے صرف شدہ کام کی مقدار محسوب کرو۔ معادل جیلی کو امہرگ فی حرارہ اور
نیز جول فی حرارہ کی رقوم میں بیان کرنا چاہیئے۔

حرارت کے معادل جیلی کے لیے کیلنڈر کا آلہ

اس قسم کے آلے میں (شکل ۱۳۲) پانی ایک بخوف اسطوانے کے
اندہ رہتا ہے جس کو برقی موٹریا ہاتھ سے گھمایا جاتا ہے۔ اس اسطوانے پر سے



شکل ۱۳۲۔ کیلنڈر کے آلہ کا ڈیٹا میٹر



شکل ۱۳۳۔ کیلنڈر کا آلہ

ریشمی صابٹ پٹی گزرتی ہے جس میں تین فیٹے ہوتے ہیں۔ بیرونی دو فیتوں کو
 اُسطوانے کے گرد ایک مرتبہ لپیٹ کر اس کے ایک سرے پر وزن
 ۱ (شکل ۱۳۳) جو کئی کلو گرام (۳ تا ۵) ہوتا ہے، لٹکا دیتے ہیں۔ ان
 فیتوں کے دوسرے سرے باقی دانت یا وولکانائیٹ (Vulcanite)
 کے ٹکڑے سے باندھ دیے جاتے ہیں جس سے وسطی فیتہ کا سرا بھی باندھ
 دیا جاتا ہے۔ یہ فیتہ پہلے دو فیتوں کے بیچ میں سے ہوتے ہوئے اور ان
 تسلسل قائم رکھتے ہوئے اُسطوانے کے اوپر سے گزرتا ہے۔ اس کے
 ساتھ ایک جُوا (Yoke) میں اس کے دوسرے سرے پر لٹکا رہتا ہے
 اور اس جُوے کے ساتھ ایک چھوٹا سا تقریباً ۲۰۰ یا ۳۰۰ گرام کا وزن باندھا
 لٹکا دیا جاتا ہے۔ جُوے کے زبرین سرے میں سے ایک کمانی دائرہ تراش گزرتی
 ہے جو آلہ کے ڈھانچے کے ساتھ ج پر لٹکی ہوئی ہوتی ہے۔ یہ کمانی وزن ب
 پر اوپر کی طرف عمل کرتی ہے اور دورانِ تجربہ میں کسی حد تک ب کو سہارے
 رکھتی ہے۔ اس کا کام یہ ہے کہ آلے کے عمل کو یکساں رکھے۔
 فرض کرو کہ اُسطوانہ پیکانی سمت میں گھوم رہا ہے تو بیٹوں کی رگڑ کی وجہ
 سے ۱ اوپر چڑھ گیا اور ب نیچے گر گیا۔ پٹی کے سروں کے مابین تناؤ کا فرق
 اُسطوانے اور بیٹے کے درمیان رگڑ کی قوت کے برابر ہے۔ اُسطوانے یا
 ثابت چرخے کے گرد فرکی قوت کا انحصار آزاد سرے کے تناؤ پر ہے
 (دیکھو صفحہ ۱۴۶)۔ اگر ب کے وزن کو احتیاط کے ساتھ ٹھیک
 کر لیا گیا ہو تو یہ ممکن ہے کہ جب اُسطوانہ ایک خاص چال سے گھوم رہا ہو تو
 ب ۱ کو ٹھیک طور پر متوازن رکھے۔ بہر حال اگر ب کو ٹھیک اس کے
 برابر قیمت کے لیے مرتب نہ کیا گیا ہو تو بیٹے آہستگی سے ساتھ اُسطوانے کی
 سمت گردش میں یا اس کے برخلاف سمت میں حرکت کرنے لگیگی لہذا اس کے

۱۔ ریشمی پٹی صاف اور خشک رہنی چاہیے اور جب آلہ استعمال میں نہ ہو تو اس کو کاغذ کے
 لٹانے میں علحدہ لپیٹ کر رکھ دینا چاہیے۔

کہ ب اس خاص مقدار سے بڑا ہے یا چھوٹا۔ اصناف پیش، رفتار کی تبدیلی، یا کسی اور سبب سے رگڑ کی قدر میں خفیف سی تبدیلی ہو جائے تو ب کو دوبارہ ٹھیک کر لینے کی ضرورت ہوگی۔ یا اگر ضابطہ پہلی اور اسٹوا نے کے مابین زاویہ تماس میں کسی سرے کے خفیف اتہزاز سے فرق پیدا ہو جائے تو پہلی کسی نہ کسی سمت میں حرکت کرنے لگیگی۔

اگر کمافی دار ترازو استعمال نہ کی جائے تو وزن ب کو ترتیب دینا وقت طلب ہوگا۔ اور دوران تجربہ میں متعدد وقفوں پر دوبارہ ترتیب دینے کی ضرورت پڑتی رہیگی۔ کمافی کے ذریعہ مندرجہ ذیل طریقے پر اس وقت طلب ترتیب کی ضرورت باقی نہیں رہتی: اگر کسی آن میں فرکی قوت بہت زیادہ ہوگئی ہو تو ب نیچے کی طرف حرکت کرنے لگتا ہے۔ اور اس طرح اس کے وزن کا کچھ حصہ کمافی پر آ جاتا ہے۔ اس حصہ وزن کے کم ہو جانے سے اسٹوا نے پر پہلی کی فرکی قوت کسی قدر کم پیدا ہوتی ہے اور اس طرح ب کی زیرین حرکت روک دی جاتی ہے۔ رگڑ کی قوت میں زوال کی وجہ سے ب اوپر اٹھنے لگتا ہے۔ اور پھر اس کا وزن بڑھ جاتا ہے اور اچھی طرح بڑھتا ہے۔ اور لازماً رگڑ بڑھ جاتی ہے۔ پہلی کی حرکت دوبارہ بند ہو جاتی ہے۔ کسی اسٹوا نے کے گرد اس طرح ضابطہ پہلی کے انتظام کو ڈینامومیٹر (Dynamometer) کہتے ہیں۔

فرکی قوت (ت - ت) کے برابر ہے۔ جہاں ت ۱ کا وزن ہے اور ت ۲ وہ فرق ہے جو ب کے وزن اور کمافی دار ترازو کی لگائی ہوئی قوت کے مابین ہے۔ یہ تمام قوتیں ڈائنوں (Dynes) میں ناپی جاتی ہیں۔ صرف شدہ کام کی مقدار اسٹوا نے پر لگائے ہوئے فرکی جفت اور نقطہ یوں میں اسٹوا نے کے گردشی زاویے کے حاصل ضرب کے برابر

ملہ۔ ٹھوس سطحوں سے مابین رگڑ کی قوت اُن کی انسانی رفتاروں کے تقریباً غیر تابع تو ہوتی ہے مگر قطعی غیر تابع نہیں ہوتی۔

ہے۔ پس n گردشوں میں جو کام کیا گیا $\pi^2 n$ (ت - ت) ص کے برابر ہے۔ جہاں ص اسطوانہ کا نصف قطر ہے۔
گردشوں کی تعداد کا تعین گردشیں معدودہ کے ذریعہ کیا جاتا ہے جو اسطوانے کی دھری پر لگا دیا جاتا ہے۔

گردشوں کی ایک معلومہ تعداد کے لیے پیدا شدہ حرارت کا تعین پانی کی تپش کے اصناف اور اسطوانے اور اس کے مافیہ کے حرارتی معادل کے حاصل ضرب کے ذریعہ معلوم کیا جاتا ہے۔ ایصال کے ذریعہ نقصان حرارت کو رفع کرنے اور حرارتی معادل کو ایک خاص قیمت پر رکھنے کی غرض سے اسطوانے کو باقی دانت یا ولکانائیٹ (Vulcanite) کی گولینوں پر چڑھا دیتے ہیں جو اسطوانے کے محیط پر چھ جگہ لگی ہوتی ہیں۔ ان گولینوں کے ذریعہ اسطوانہ چلاؤ قرص اور تھکے کے ساتھ ملتی ہوتا ہے۔ اسطوانے کے سرے کی تختی میں ایک سوراخ ہوتا ہے جس میں سے تپش پیا داخل کرتے ہیں اور اسطوانے کے اندر پانی ڈالا جاتا ہے۔ تجربہ سے پہلے اسطوانہ کو نصف پانی سے بھر لیتے ہیں اور اندر ڈالنے سے پہلے پانی کا وزن و گرام معلوم کر لیا جاتا ہے۔ جب اسطوانہ گھومتا ہے تو پانی کو بھی گردش حرکت ملتی ہے اور یہ بھی اسطوانے کے ساتھ ساتھ گھومنے لگتا ہے۔ اس کو اسطوانے سے باہر نکل جانے سے صرف مرکز گریز قوت روکتی ہے۔ جس کی وجہ سے وہ کنارے کے ساتھ ہمیشہ ملا رہتا ہے۔

اس آلہ کا تپش پیا ایک خاص وضع کا ہوتا ہے۔ یہ خمیدہ ہوتا ہے تاکہ اس کا جوہ اسطوانے کے کنارے کے قریب اور اندر رہے اور درجہ دار تنہ مرکزی سوراخ سے باہر نکلا رہتا ہے۔ اس کو شکل ۱۳۲ میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب چکڑ دیا جاتا ہے۔ پانی جو فے سے نکلتا ہوا گزرتا ہے اور تپش پیا پر اس کی تپش مندرج ہوتی جاتی ہے۔ گردش حرکت سے پانی ابھی طرح ملتا رہتا ہے اس کا نتیجہ یہ ہے کہ سارے مائع میں تپش کی یکسانی پیدا ہو جاتی ہے۔ چونکہ تپش پیا ایک جگہ قائم

رہتا ہے اس لیے دور ان تجربہ میں کسی آن بھی پیش لینے میں اس سے مدد ملتی ہے۔ اس لیے یہ ممکن ہے کہ اگر ضرورت ہو تو وقت و پیش کا منحنی کھینچ سکتے ہیں اور اس منحنی کی مدد سے انتہائی پیش کے لیے اشعاعی نقصانات کی تصحیح بھی کر سکتے ہیں (صفحہ ۳۶۳)۔ اسطوانے کا آب مساوی اس کی کمیت تک اور حرارت نوعی منحنی کے ذریعہ معلوم ہو سکتا ہے۔ صرف شدہ کام اور پیدا شدہ حرارت کے ذریعہ حرارت کا معادل حیل "جو" مساوات

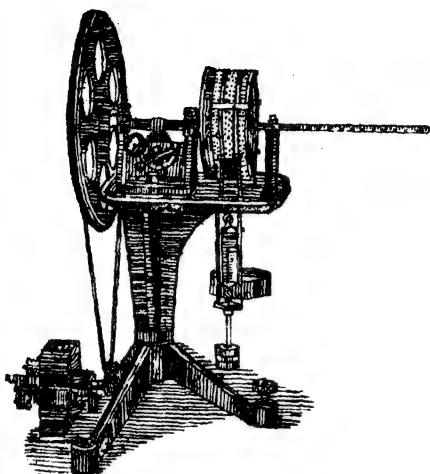
کام = جوح
کے ذریعہ متعین ہو جاتا ہے۔ صرف شدہ کام کی مقدار ۳۲۲ (ت - ت) سے حاصل ہو جاتی ہے۔

ح پیدا شدہ حرارت کی مقدار ہے اور (و + ک بخ) (ت - ت) کے مساوی ہے جہاں تہ اور تہم اسطوانے کے اندر پانی کی ابتدائی اور انتہائی پیشیں ہیں۔

تجربہ ۱۱۲۔ کیلو گرام کے آلے کے ذریعہ حرارت کے معادل حیل کی تخمین۔ آلے کو ہاتھ سے یا موڑ کے ذریعہ چلانے کے لیے ترتیب دیتے ہیں۔ نرم گپڑے پر کوئی رقیق دھاتی پالش ڈال کر اس سے اسطوانہ کی گھومنے والی سطح کو بڑی احتیاط سے ساتھ پالش کرو۔ ضابطہ پیڑوں کو شکل ۱۱۲ میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب ترتیب دے لو۔ سرسہ اپو ۵ کلو گرام اور سرسے ب پر ۴۰۰ گرام کا بوجھ لگاؤ اور نیز گمانی دار ترازو کو آلے کے ڈھانچے کے ساتھ ج پر لٹکا دو۔

پانی کی اتنی مقدار ملاپ لو جو اسطوانے کو تقریباً اُس کے مرکزی سوراخ تک پُر کر سکے۔ اندازاً ۳۰۰ اور ۵۰۰ کعب سم کے درمیان پانی کی ضرورت ہوگی۔ فرض کرو کہ اس کی کمیت

و گرام ہے۔ پانی کو اُسٹوانے کے اندر داخل کرو۔



شکل ۱۱۱۱ - کیلنڈر کا آلہ موٹر کے ذریعہ چلانے کے لیے
(کیمبرج ماسٹنگ انسٹرومنٹ کمپنی)

پیش پیمائے جانے کو اُسٹوانے کے اندر رکھ دو اور اس کو اُس قبضہ کے اندر جو آلے میں لگا ہوا ہے، اس طرح جکڑ دو کہ پیش پیمائے جانے کو اُسٹوانے کے محور کی سمت میں باہر نکلا رہے۔ چونکہ داخل کرنے کے وقت غایت احتیاط کی ضرورت ہے کیونکہ موٹر کے مقامات پر پیش پیمائے آسانی سے ٹوٹ جاتا ہے۔

موٹر چلا دو اور اس کی چال کو یا ۱۱ اور ب کی کمیتوں کو مرتب کرو تا آنکہ اُسٹوانے کے گھومنے پر پہلی ساکن رہے۔ اس امر کی احتیاط کرنی چاہیے کہ گجرا، آلہ سے ڈھانچے کو مس نہ کرنے پائے اور نیز کمائی دار ترازو کا نمائندہ

پیمانے کے دونوں سروں سے کافی دُور ہٹا رہے۔ جب یہ انتظامات ختم ہو جائیں تو موٹر روک دی جاتی ہے اور پانی کو ساکن ہونے کا موقع دیا جاتا ہے۔ پانی کی تپش ستم اور گردشِ مُعَد کے مَقَر وُتے حاصل کر لیے جاتے ہیں۔

اب اصلی تجربے کو انجام دینے کے لیے موٹر چلا دو اور اُسٹوانے کی ہر پچاس یا ایک سو گز دُنوں کے لیے پانی کی تپش پڑھ لو۔ تپش کے مَقَر وُتوں کے ہر جوڑے کے درمیان کمائی دار ترازو کا کھنچاؤ بھی دیکھتے رہو تاکہ اضافہ تپش کے اس حصے میں کمائی کی اوسط قوت کا اندازہ ہو سکے۔ کل تجربے میں جتنا وقت لگے اُس کو بھی لکھ لو۔

ایک ہزار (یا کوئی اور مناسب تعداد) پکروں کے بعد موٹر کو روک دو اور جب پانی ساکن ہو جائے تو تپش ستم حاصل کرو۔ اس کے بعد آلے کو اتنے ہی وقت کے لیے چھوڑ رکھتے ہیں جتنا کہ تجربے میں صرف ہوا تھا۔ اس دوران میں تپش کی کمی معلوم کر لیتے ہیں۔ فرض کرو کہ یہ کمی صف تہ ہے۔

دورانِ تجربے میں تپش کی جو اوسط زیادتی ماحولی تپش پر ہوتی ہے وہ آخری زیادتی کا نصف ہے۔ لہذا دورانِ تجربے میں نقصانِ حرارت کی اوسط شرح اختتامِ تجربے پر نقصانِ حرارت کی شرح کا نصف ہوگی۔ پس تجربے کے دوران میں اشعاعی تصحیح کے لیے مشاہدہ کردہ اضافہ تپش میں $\frac{1}{2}$ صف تہ جمع کر دینے سے ہمیں

$$ح = (وہک\ خ) (ستم - ستم + صف\ تہ)$$

حاصل ہوگا جہاں ح دورانِ تجربے میں پیدا شدہ حرارت کی مقدار ہے۔ اس جملے میں ک اُسٹوانے کی قیمت ہے اور خ اُسٹوانے کے مادہ کی (جو عموماً پیتل ہوتا ہے) حرارتِ نوعی ہے۔ ک کی قیمت اُسٹوانے کے سرے پر آلہ ساز خود کندہ کر دیتے ہیں۔

صرف شدہ کام کی پیمائش کے لیے یہ ضروری ہے کہ اسطوانہ کا قطر معلوم کیا جائے۔ فرض کرو کہ ص ہے۔ پٹی کے دونوں سروں کے مابین تناؤ کے ذوق سے فرکی قوت حاصل ہو جائیگی۔ فرض کرو کہ کمائی دار ترازو کے مقروء کی اوسط قیمت س گرام ہے۔ پس پٹی کے اُس سرے پر جس پر کہ ب لٹکا ہوا ہے تناؤ ت (ب - س) گرام وزن کے برابر ہو گا۔
پٹی کے دوسرے سرے پر تناؤ ت' ا گرام وزن کے برابر ہے۔ پس اس طرح فرکی قوت ذیل کے جملہ سے حاصل ہو جائیگی :-

$$ف = (ت - ت') \{ ۱ - (ب - س) \} \text{ کج ڈائین}$$

یہ قوت اسطوانے کے احاطہ کے گرد عمل کرتی ہے اور رگڑ کی وجہ سے پیدا ہونے والا جفت

ف ص ڈائین سر ہے۔

اور ن گردشوں میں جو کام ہوتا ہے وہ برابر ہے

$$۲۲ ن ف ص ارگ کے$$

پیدا شدہ حرارت ح اور صرف شدہ کام کی مقدار کو گردشوں کی ایک خاص تعداد کے لیے محسوب کرو۔ اور مساوات ذیل کی مدد سے معادل جیسی "جو" کو شمار کرو :-

$$\text{کام} = ج ح$$

نوٹ :- کیلنڈر کے آلے کا اطمینان بخش استعمال، سطح اسطوانہ پر ابھی پالش حاصل کرنے پر متوقف ہے۔ اس کے لیے کافی احتیاط و توجہ اور وقت کی ضرورت ہوگی نہ صرف جب کہ اگر ضرورت سے استعمال نہ کیا گیا ہو۔

فصل ہفتم

رطوبت پیمائی

۱۔ تعریفات

ہوا کی رطوبت پیمائی حالت یا مرطوبیت اضافی کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ یہ ہوا کی فی صد یا کسری سیری ہے کسی تپش پر ہوا میں بخارات آبی کی ایک اعظم مقدار موجود رہ سکتی ہے۔ یہ اعظم مقدار اس تپش پر کے آبی بخارات کی سیری کے دباؤ کے متناظر ہے۔

بخارات کی جو مقدار حقیقتہً موجود رہتی ہے، اس اعظم مقدار کے شاذ ہی برابر ہوتی ہو۔ موجودہ بخارات کی حقیقی مقدار کی متناظر سیری کا بخاری دباؤ دہوتا ہے جو بالعموم د سے بہت کم ہوتا ہے۔ موجودہ بخارات آبی کی کمیت د کے متناسب ہوتی ہے۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ کسری سیری کو $\frac{D}{D_s}$ سے یا فی صد $\frac{D}{D_s} \times 100$ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

ہوا میں جو آبی بخارات موجود ہوتے ہیں، کسی خاص تپش پر ہوا کو سیر کرنے کے لیے کافی ہو سکتے ہیں۔ اگر ہوا کو مقامی طور پر اس تپش تک گرم کیا جائے تو جو کوئی چھٹی سطح اس سرد شدہ ہوا میں کھلی رہیگی، اس پر شبنم جمع ہو جائیگی: اس تپش تک کو نقطہ شبنم کہتے ہیں۔

تقرب کے بہت ہی قریب درجہ تک نقطہ شبنم پر جو سیری کا بخاری دباؤ (س۔ ب۔ د) ہوتا ہے، اُس کو ہوا میں موجودہ بخارات کے دباؤ کے مساوی فرض کر سکتے ہیں۔ پس اگر ہم نقطہ شبنم معلوم کر سکیں تو اس سے ہوا کی رطوبت پیمائی حالت حاصل کر سکتے ہیں کیونکہ جگہ و لوہاں (دیکھو صفحہ ۴۲۶) کی مدد سے کسی تپش پر بخارات آبی کے لیے سیری کا بخاری دباؤ معلوم ہو سکتا ہے۔ پس

$$\text{رطوبت پیمائی حالت} = \frac{\text{نقطہ شبنم پر س۔ ب۔ د}}{\text{ہوا کی تپش پر س۔ ب۔ د}}$$

۲۔ نقطہ شبنم کی تعیین کے طریقے

رطوبت پیم

تعماتی طور پر ہوا کو سرد کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ ایک دعتاتی مجلا سطح کو سرد کیا جائے۔ جب اس پر شبنم جمع ہو جاتی ہے تو یہ مجلا سطح دھندلی پڑ جاتی ہے اور زیادہ مشق ہونے کی صورت میں شبنم کا ذرا سا شائبہ بھی معلوم کر لیا جاسکتا ہے اب اگر اس وقت سطح کی تپش حاصل کی جائے تو یہی تپش نقطہ شبنم ہوگی۔ اس مقصد کے لیے جو آلہ بنایا جاتا ہے اُسے رطوبت پیم کہتے ہیں۔

دانیالی رطوبت پیم

نمک ۱۲۵۔ میں دانیالی رطوبت پیم دکھایا گیا ہے۔ آلہ کی اس

صورت میں دھاتی سطح ایک طلائی پٹی ہوتی ہے جو شیشے کے زیرین جوئے کے ساتھ چسپاں کر دی گئی ہے۔ اس جوئے کے اندر تپش پیم ہوتا ہے جس کا تہہ اُس نلی کے سرے تک جاتا ہے جو اس جوئے کو ٹیکین کی دوسری جانب کے ایک دوسرے جوئے ب کے ساتھ ملتی کرتی ہے۔ ان جوئوں اور الحاقی نلی میں صرف ایٹھر اور ایٹھر کے بخارات ہوتے ہیں۔



شکل ۱۳۵۔ دانیالی رطوبت پیم

بالائی جوئے کو ڈھکے ہوئے کیڑے پر ایٹھر ڈالنے اور اس کو جلد تر تخیج کا موقع دینے سے یہ جوئے سرد ہو جائیگا۔ جوئے کے اندر کے ایٹھری بخارات کی تکثیف ہوگی اور ان کی جگہ وہ بخارات لے لینگے جو دوسرے جوئے میں سے نکلتے ہیں۔ بالائی جوئے میں تکثیف جاری رہیگی اور تکثیف شدہ بخارات کی جگہ پر کرنے کے لیے زیرین جوئے میں سے بخارات

آتے جائینگے۔ اور اس طرح زیرین جوئے میں اُس وقت تک مسلسل تخیج جاری رہیگی جب تک کہ بالائی جوئے سرد کیا جا رہا ہو۔ زیرین جوئے کے اندر تخیج کی وجہ سے اس کی تپش میں کیساں طور پر کمی ہوتی جائیگی اور آخر کار طلائی پٹی نقطہء شبنم تک سرد ہو جائیگی جب شبنم کے پہلے شاخے نظر آئیں تو آلے کے اندر والے تپش پیم کی تپش لے لی جاتی ہے۔ اور ساتھ ہی کمرہ کی ہوا کی تپش بھی معلوم کر لی جاتی ہے اس غرض کے لیے بالعموم آلے کی ٹیکین پر ایک دوسرا تپش پیم چڑھا دیا جاتا ہے۔

ان تپشوں میں سے پہلی تپش کو نقطہء شبنم مان لیتے ہیں اور ان مشاہدات کی بناء پر رطوبت پیمائی حالت محسوب کی جاتی ہے۔

یہ آلہ کوئی اچھی قسم کا نہیں ہے۔ آلے کا اندرونی تپش پیمائے طلانی بیٹی سے اس طرح پر جدا کر ہوتا ہے کہ ان کے مابین مایع کی کم از کم ایک سمر موٹی تہ ہوتی ہے۔ اور علاوہ بریں شبنم کی ۲ تا ۱۲ سمر موٹی پرت بھی ہوتی ہے۔ مایع عملی طور پر بالکل مساکن رہتا ہے۔ اور خود مایع میں تپش کے بہت زیادہ تغیرات کا امکان ہے۔ نیز شبنم خود ناقص موصول حرارت ہے۔ اس سے یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ تپش پیمائی تپش طلانی بیٹی کی تپش سے ۲ تا ۹ کم ہوتی ہے۔ لہذا نقطہ شبنم کے لیے حاصل کردہ قیمت اسی حد تک غلط ہو سکتی ہے۔

اس قسم کے آلے کے متعلق اور بھی اعتراضات ہیں۔ آلے کے چاروں طرف ہوا ایتھر کے ذرات سے لدی ہوتی ہے اور علاوہ بریں شرح تبرید کو منظم نہیں کر سکتے۔ اس کا تعین مختل کپڑے پر ایتھر کی بخیر کی شرح سے ہوتا ہے۔

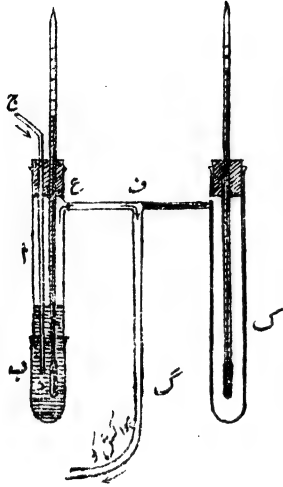
تجربہ ۱۱۳۔ دانیالی رطوبت پیمائے کے ذریعہ نقطہ شبنم کی تعیین۔ آلے کی ٹینک پر لگے ہوئے تپش پیمائے کے ذریعہ کمزور کی ہوا کی تپش معلوم کرلو۔ اوپر دالے جوئے کے اطراف لپٹی ہوئی ٹل پر تھوڑا سا ایتھر ڈالو اور طلانی بیٹی کو شبنم کے ابتدائی شاخے پیدا ہونے تک دیکھتے رہو۔ اگر اس کی سطح کو لمبی کاغذ کی بنی ہوئی بتی یا کسی برے ذریعہ چھوتے رہیں تو شبنم کی موجودگی کا پتہ زیادہ مہولت سے لگے گا۔ جوں ہی شبنم کا جمع ہونا پایا جائے فوراً ہی آلے کے اندرونی تپش پیمائے کی تپش پڑھ لو۔

صفحہ ۴۲۶ پر دی ہوئی جدول کے ذریعہ ان دونوں تپشوں کے مناظر سیری کا بخاری دباؤ معلوم کرو۔ اور اس سے مرطوبیت اضافی کو محسوب کرو۔

رینو کا رطوبت پیم

اگر مہینو کا تجویز کردہ رطوبت پیم درست طریقہ سے تیار کیا جائے اور مناسب طور پر استعمال کیا جائے تو دانیالی رطوبت پیم کے نقائص سے بچ سکتے ہیں۔ شیشے کی ایک کھلی نلی ۱ کے زیرین سرے پر ایک تقری ٹیپی ب بٹھا دی جاتی ہے۔ (دیکھو شکل ۱۲۶)۔ اس میں ایٹھر کی اتنی کافی مقدار رکھی جاتی ہے کہ تقری ٹیپی بڑھ جائے۔ اور ایٹھر میں ایک پیش پیم ڈوبا رہتا ہے۔ دونوں ج ڈ اور ع ف کے ذریعہ جو شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب لگائی گئی ہیں ا لے میں سے ہوا کی ردھینچی جاتی ہے۔ ہوا بلبوں کی شکل میں مائع میں سے ہوتی ہوئی جانبی نلی گ کے ذریعہ مکمل جاتی ہے۔ جب ہوا بلبے بن کر نکلتی ہے تو ایٹھر کے بخار سے لہ جاتی ہے اور اس تیز بخیر کے عمل سے مائع کی پیش گر جاتی ہے۔ چونکہ یہ مائع تقری ٹیپی اور پیش پیم دونوں سے راست تماس میں ہے اور نیز ہوا کے بلبوں کے ذریعہ ابھی طرح ہلایا بھی جاتا ہے اس لیے پیش پیم مائع اور تقری ٹیپی مینوں ایک ہی پیش پر رہیں گے۔ جوں ہی نقطہ شبنم کی پیش پہنچتی ہے شبنم بننے لگتی ہے۔ پس جس وقت ٹیپی پر ابتداؤ شبنم دکھائی دے تو اس وقت پیش حاصل کر لینے سے نقطہ شبنم کافی صحت کے ساتھ معلوم ہو جاتا ہے۔

تجربہ ۱۱۶۔ رینو کے رطوبت پیم سے نقطہ شبنم کی تعیین۔ شیشے کی چھوٹی نلی کو ہوا کش کے ساتھ جوڑ دو۔ ابتداؤ ہوا کی تیز رو سے کام لے کر نقطہ شبنم کو سرسری طریقے پر معلوم کر لینا چاہیے۔ اس میں تیز سرعت کے ساتھ



شکل ۱۳۶۔ رینو کا رطوبت پیمائے

ہوگی اور شبنم اُس وقت تک
مشاہدہ نہ ہوگی جب تک
تپش اصلی نقطہ شبنم سے
کسی قدر نیچے نہ گر جائے۔
اگر اُس وقت ہوا کی رو
روک دی جائے تو تمام آد
آہستگی کے ساتھ گرم
ہوگا اور شبنم غائب ہو جائیگی۔
وہ تپش جس پر شبنم غائب
ہو لکھ لی جائے۔ یہ اصلی
نقطہ شبنم سے زیادہ قریب
ہوگی بہ نسبت اُس قیمت
کے جو پہلے پہل حاصل
کی گئی تھی۔ لیکن یہ کسی قدر
زیادہ ہوگی۔

اب ہوا کش کو دوبارہ چالو کیا جاتا ہے لیکن اس طرح
پر کہ آد میں سے ہوا کی بالکل دھیمی رو بہتی رہے۔ اس عمل
سے تپش پھر گرنے لگتی ہے۔ لیکن یہ عمل بہت سست ہوگا
اور نقطہ شبنم کے پہنچنے کے بعد ہی فوراً شبنم کی موجودگی کا علم ہو
جائیگا۔ اس طرح نقطہ شبنم کی صحیح تر قیمت حاصل ہوگی۔
حسب صراحت بالا آدے کو متواتر ٹھنڈا کرنے اور پھر
گرم ہونے کا موقع دینے سے بالآخر شبنم کے نمودار اور غائب
ہونے کے لیے ایسی تپشیں حاصل ہوگی جن میں ایک درجے
کے ۵۰ حصے سے زیادہ فرق نہیں رہیگا۔ جب یہ صورت پیدا
ہو تو نقطہ شبنم ان کا اوسط لیا جاسکتا ہے۔ نلی ک کے اندر

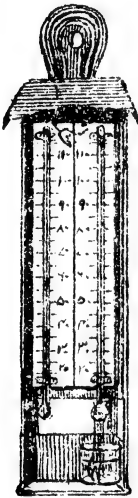
کے تیش پیا سے کمرہ کی تیش معلوم ہوگی۔
صفحہ ۴۳۶ کی جدول کی مدد سے نقطہ شبنم کے مناظر
اور نیز کمرے کی تیش کے لیے بھی سیری کا بخاری دباؤ معلوم کرو۔
اور اس سے مرطوبیت اضافی کی قیمت محسوب کرو۔

نوٹ - شبنم کا ذرا سا بھی شائبہ معلوم کرنا ہو تو یہ امر
باعث سہولت ہوگا کہ ایک لمبا خشک پریا خط لکھنے کے کاغذ کے
ایک ورق کو تہی کی طرح لپیٹ کر استعمال کریں۔ اس کو ایک سرے
سے پکڑ کر رکھیں اور تقری ٹوپی کو کاغذ کی تہی یا پر کے دوسرے
سرے سے آہستہ آہستہ زد کرتے جائیں۔ اس طریقے سے ذامی بھی
جمع شدہ شبنم کا پتہ چل جائیگا۔ کیونکہ جب جھگی ہوئی سطح پر کاغذ کی
زد ہوگی تو اس جگہ کی سطح زیادہ چمکدار نظر آئے گی۔ تجربہ کے دوران
میں تقری ٹوپی سے ۲۰ سمر فاصلے کی حد کے اندر ہاتھ نہ پہنچنا
چاہیے۔ اور مشاہدہ اور آلہ کے درمیان شیشے کی ایک بڑی تختی
عائل ہونی چاہیے۔ تجربہ ایسی جگہ پر انجام نہ دیا جائے جہاں پانی
کی ایک وسیع سطح کھلی ہوئی ہو۔

بہت سے آلہ ساز ایک سالم امتحانی نلی لے کر اُس کے سرے پر
تقری ٹوپی چڑھا دیتے ہیں اور اس کو سرینو کے رطوبت پیا کے نام سے
فردخت کرتے ہیں۔ اس قسم کے آلے کے استعمال میں تیش پیا اور
تقری سطح کے مابین ایک ناقص مواصل واسطہ رکھنے سے وہی خطا از سر نو
شریک ہو جاتی ہے جس کو رفع کرنے کے لیے رینو کا آلہ تجویز کیا گیا تھا۔
ایسی حالت میں امتحانی نلی کا سرا ریتی سے کاٹ کر تقری ٹوپی کو
نلی سے چمٹا دینا چاہیے تاکہ نلی تقری ٹوپی سے ڈھکی رہے اور یہ ٹوپی
ایسٹر سے راست تماس میں ہو۔

خشک اور تر جو فہ دار رطوبت پیم

ایک ہی ٹیکن پر دو پیش پیم لگا دیے جاتے ہیں۔ ایک تو ہوا میں کھلا رہتا ہے اور دوسرے کے جوئے کو اطراف سے کپڑے میں ڈھک دیتے ہیں۔ اس کپڑے کے زیرین سرے کو پانی کے ایک برتن (شکل ۱۳۷) میں ڈوبا ہوا



رکھ کر تر رکھا جاتا ہے۔ ہوا جس قدر خشک ہوگی اسی قدر تیزی کے ساتھ تر جوئے میں بخیر ہوگی اور اس کی پیش اُسی قدر کم ہوگی۔ ان دونوں پیشوں کو پڑھنے سے رطوبت پیمائی حالت کا اندازہ ہو سکتا ہے۔

سریلو کا رطوبت پیم مقابلے کے لیے استعمال کر کے ان مقررہوں کو تبدیل کرنے کے لیے آزمائشی طور پر جدولیں تیار کر لی گئی ہیں۔ اس

شکل ۱۳۷ - خشک اور تر جو فہ دار رطوبت پیم

قسم کی ایک جدول صفحہ ۲۱۸ پر دی گئی ہے۔

(Meteorologists)

گو اس آلہ کو ماہرین شہابیات بہت کثرت سے استعمال کرتے ہیں لیکن راست طور پر اس کی کوئی علمی قدر نہیں ہے۔

فی لیٹر کرہ ہوائی میں بخارات آبی کی کسیت کا شمار ایک لیٹر اینڈر جن کا وزن ط - ت - ۰.۹ گرام ہوگا۔

کسی دباؤ دھماور تپش تہ پر اس کی کمیت

$$9.54 \times \frac{2}{240} \times \frac{243}{243+2} \text{ گرام ہوگی}$$

اب ہمارے پاس بخارات آبی تپش تہ (نقطہ شبنم) اور پائش کردہ دباؤ دھماور موجود ہیں۔ ایک ہی حالات کے تحت بخارات آبی ہائڈروجن سے ۹ گنا زیادہ کثیف ہوتے ہیں۔ پس فی لیٹر موجود بخارات آبی کی کمیت

$$81.5 \times \frac{2}{240} \times \frac{243}{243+2} \text{ ہونی۔}$$

بعض اوقات یہ اعتراض کیا جاتا ہے کہ بخارات آبی ہوا کی تپش اور دھماور پر موجود رہتے ہیں۔ لہذا مندرجہ بالا جملے میں ت کے بجائے ت یعنی ہوا کی تپش درج ہونی چاہیے۔ حساب کرنے کے لیے کوئی سا طریقہ اختیار کیا جاسکتا ہے۔ کیونکہ ان میں سے کوئی ایک جملہ استعمال کرنے میں جو فی صد خطا (اگر کوئی ہے) ہوتی ہے، وہ اُس فی صد خطا سے بدرجہا کم ہوتی ہے جو د معلوم کرنے میں پیدا ہوتی ہے۔ بخارات آبی کی کمیت فی لیٹر کی تعیین کیمیائی طریقوں سے بھی ہو سکتی ہے، اس کے لیے ہوا کی ایک معلوم کمیت کو پہلے سے تولی ہوئی خشک کرنے والی نلیوں کے راستے کھینچا جاتا ہے اور ان نلیوں میں جذب شدہ بخارات کی کمیت معلوم کی جاتی ہے۔

تراور خشک جو فہ دار رطوبت پیما

مندرجہ ذیل جدول میں پہلے انتصابی خانہ سے خشک جو فہ والے تپش پیمائی پیشین ملتی ہیں اور پہلی افقی سطر میں دونوں تپش پیمائوں کا فرق دیا گیا ہے۔ باقی اعداد سے بوقت مشاہدہ جو حقیقی بخاری دباؤ ہو حاصل ہو جاتا ہے۔ جب ہوا سیر شدہ ہو تو دونوں تپشوں کا باہمی فرق صفر ہے اور دیں حالت دوسرے انتصابی خانہ سے بخاری دباؤ حاصل ہوگا۔

ت م	صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۰	۴۶۶	۴۷۷	۴۸۹	۴۹۱	۴۹۳						
۱	۴۶۹	۴۸۰	۴۹۲	۴۹۴	۴۹۶	۵۰۸					
۲	۵۰۳	۵۱۴	۵۲۴	۵۲۶	۵۲۹	۵۴۰					
۳	۵۰۷	۵۱۷	۵۲۷	۵۲۸	۵۳۲	۵۴۳					
۴	۶۰۱	۶۱۱	۶۲۱	۶۲۲	۶۲۴	۶۳۸	۵۰۸				
۵	۶۰۵	۶۱۵	۶۲۵	۶۲۶	۶۲۹	۶۴۸	۱۶۰				
۶	۷۰۰	۷۰۹	۷۱۹	۷۲۰	۷۲۴	۷۴۰	۱۶۱				
۷	۷۰۵	۷۱۴	۷۲۴	۷۲۵	۷۲۹	۷۴۳	۱۶۴	۵۰۴			
۸	۸۰۰	۸۰۹	۸۱۸	۸۲۰	۸۲۴	۸۴۰	۱۶۷	۵۰۸			
۹	۸۰۶	۸۱۴	۸۲۴	۸۲۵	۸۲۹	۸۴۳	۱۶۱	۵۰۲			
۱۰	۹۰۲	۹۰۰	۹۰۸	۹۱۰	۹۱۴	۹۳۰	۱۶۵	۵۰۵			
۱۱	۹۰۸	۹۰۶	۹۱۴	۹۱۵	۹۱۹	۹۳۰	۱۶۹	۵۰۹			
۱۲	۱۰۰۵	۹۰۲	۹۰۰	۹۰۸	۹۱۴	۹۳۰	۱۷۳	۵۱۳			
۱۳	۱۱۰۲	۹۰۸	۸۰۶	۸۱۴	۹۲۰	۹۳۰	۱۷۷	۵۱۷			
۱۴	۱۲۰۰	۱۰۰۶	۹۰۲	۸۰۰	۹۰۷	۹۱۴	۱۸۱	۵۲۲			
۱۵	۱۲۰۸	۱۱۰۳	۹۰۹	۸۰۶	۹۱۴	۹۲۱	۱۸۵	۵۲۶			۵۰۵
۱۶	۱۳۰۶	۱۲۰۱	۱۰۰۷	۹۰۳	۸۰۰	۹۰۸	۱۸۹	۵۳۰			۱۶۰
۱۷	۱۴۰۵	۱۳۰۰	۱۱۰۵	۱۰۰۱	۸۰۷	۹۱۴	۱۹۳	۵۳۴			۱۵۵
۱۸	۱۵۰۵	۱۳۰۸	۱۲۰۳	۱۰۰۹	۹۱۵	۸۰۱	۱۹۷	۵۳۸			۲۰۰
۱۹	۱۶۰۵	۱۴۰۶	۱۳۰۲	۱۱۰۷	۱۰۰۳	۸۰۹	۲۰۱	۵۴۲			۲۰۵
۲۰	۱۷۰۵	۱۵۰۷	۱۴۰۱	۱۲۰۶	۱۱۰۱	۹۰۷	۲۰۵	۵۴۶			۲۱۰

صحیح	غلط	۱	۲	صحیح	غلط	۱	۲
قد	قہ	۱۳-۱۱	۲۳۶	جائیں کہ	جائیں کہ	۲۱	۲۰۰
دو	دو	۱۲-۳	۲۳۸	جائے تو	جائے تو	۱	۲۰۱
جاذبہ	جاذبہ	۱۲	۲۳۹	جبری	جموی	۱۹	۲۰۲
گرتے	گرے	۹	۲۳۸	جس	حس	۸	۲۰۳
د	د	۱۳	۲۳۹	Hick	Hick	۱۶	۲۰۴
د	د	۲۰	۲۳۲	سرا	سرا	۱۶	۲۰۵
د	د	۲۳	۲۳۲	۲	۲	۲۳	۲۰۶
جاذبہ ہو کر	جاذبہ ہو کر	۲	۲۳۸	متناسب	متناسب	۱۹	۲۰۷
ہ	ہ	شکل	۲۳۸	قیمت	قیمت	۲۳	۲۰۸
صفحہ ۲۴۷	صفحہ ۲	۱۳	۲۵۲	وا	وا	۱۳	۲۰۹
فی ثانیہ	فی ثانیہ	۱۶	۲۵۳	متحرک مادہ x اسراع	متحرک مادہ x اسراع	۱۰	۲۱۰
جہاں	جہاں	۱۸	۲۵۸	متلافی	متلافی	۸	۲۱۱
فی	فی	۷	۲۶۹	عملیات	عملیات	۱۱	۲۱۲
ہو تو	ہو تو	۴	۲۸۲	چھوٹا	چھوٹی	۱۴	۲۱۳
نلی	نلی	۱۳	۲۸۷	لگا رہتا	لگی رہتی	۱۵	۲۱۴
صلبے	صلبے	۶	۲۹۹	تبیقن	تبیقن	۲۴	۲۱۵
۱۲۲	۱۲۲	۲۰	۳۰۰	جیسے	جیسا	۲۲	۲۱۶
Atwood	Atwood	۳۰۳	۳۰۳	یام	یام	۱۰	۲۱۷
۹۸۱	۹۸۱	۱۸	۳۰۴	چھوٹے	چھوٹے	۱۲	۲۱۸
نسب نما	نسب نما	۴	۳۰۸	ہوگی	ہوگی	۵	۲۱۹
۱۱۰	۱۱۱	۱۱	۳۰۹	ر	ر	۱۰	۲۲۰
۱۱۰	۱۱۱	۱۵	۳۱۰	ہیں	ہیں	۱۱	۲۲۱
تقریباً	تقریباً	۱۰	۳۱۱	سے	سے	۲۴	۲۲۲

نمبر	کلمہ	لفظ	صحیح	نہج	کلمہ	غلط	صحیح
۳۱۰	رزد مندور	رزد مندور	۳۶۹	شکل ۱۱	آگیر شیشہ کا	شیشہ کا آگیر	
"	۰.۶۴ - ۰.۶۵	۰.۶۴ - ۰.۶۵	"	"	خفی	خفی	
۳۲۰	س	س	۳۷۹	۱۳	کے	کے	
۳۲۴	۱۱۳۷	۱۱۳۷	۳۸۵	۲	د	د	
۳۲۵	مقروہ	مقروہ	۳۸۶	۷	و	و	
۳۲۶	ث	ث	۳۸۶	۱۱	اُخ	اُخ	
۳۲۷	نجم	نجم	۳۸۷	۱۵	(درجہ می) ۱	(درجہ می) ۱	
"	((۳۹۱	۷	نپش	نپش	
"	بلہ	بلہ	۳۹۲	۲۵	نخ (ت)	نخ (ت)	
"	اوسط	اوسط	۳۹۹	۱	سرا سر بہر	سرا سر بہر	
۳۳۸	ش	ش	۴۰۰	۶-۴	جو	جو	
۳۳۹	پہا	پہا	۴۰۱	شکل ۱۲	کٹ	کٹ	
۳۴۲	انگوٹھے	انگوٹھے	۴۰۲	۸-۶	ص	ص	
۳۵۱	۱۰۱۳۲۰۰	۱۰۱۳۲۰۰	۴۰۳	۲۵	دوران	دوران	
۳۵۵	ٹھوس	ٹھوس	۴۰۸	۹	سحین	سحین	
۳۶۲	حوارت	حوارت	"	۱۱	تہ	تہ	
۳۶۳	تصحیح	تصحیح	"	۲۰	ہ	ہ	
۳۶۵	نیچے	نیچے	۴۲۰	۱۹	اُفتی	اُفتی	

اشاریہ

عملی طبیعیات

خواص مادہ اور حرارت

صفحہ	مضامین	صفحہ	مضامین
۲۶۵	اسراع بوجہ جاذبہ زمین	۱	آب مساوی
۲۶۴	اسراع زاویائی	۳۵۳	آبی بخارات کا دباؤ
۲۶۳	اشعاع کے لیے تصحیح	۲۱۲	اُچھال
۱۶۳	اشعاع کے لیے حرارہ پیمائی تصحیح	۷۹	اختلاف منظر
۱۳	اکائیاں بنیادی اور مشتق	۲۵	اُذنی اور عینی تخمینہ
۳۵۲	اکائی مقدار حرارت	۴۱	ارتفاع پیم
۱۳	اکائی وقت کی	۳۱۶۳۱۳	ارشمیدس کا اصول
۳۶۶۳۶۵	اعتمادی سطح کی منفی حرارت	۸۰	ارگ
۲۹	اعمال	۱۹۳	اُڑ پیم کے جمود کا اختیار اثر
۱۴۵	انتہائی رگڑ	۲۳۲۲۲۴	استعداد
۱۶۰	انتہائی لچک	۱۵۴۱۵۰	استوار جسم کی گردش
۱۵۰	انجن	۲۲۳	استواری کا مقياس
۵	انحرافی طریقہ	۲۶۴۱۸۳۱۴۲	استیفان کا کلیہ
۶۹	انحناء	۳۴۴	اسراع
۶۶۶۳	انحناء کا نصف قطر	۲۰۴۲۰۰	

صفحات	مضامین	صفحات	مضامین
۲۵	بیم کپاس	۶۹	انخاؤ کی پیمائش
۲۶۶	بے غم بار پیمیا	۲۰۲	اندفاعی ترازو
	پ	۴۰۵	اوسط شمسی ثنائیہ
۲۶۹	پرسردی	۲۱۵	ایٹ وڈ کا آلہ
۳۲۶	پھیلاؤ، طولی	۲۱۶	ایٹ وڈ کا آلہ: ستونی وضع کا
۳۳۹	پھیلاؤ، ظاہری	۲۲۱	ایٹ وڈ کا آلہ: فیتہ دار
۳۳۰	پھیلاؤ، کبھی		ب
۳۲۶	پھیلاؤ کی شرح، طولی		بار پیمیا
۳۳۹	پھیلاؤ کی شرح، ظاہری	۲۶۶	بار پیمیا، بے غم
۳۳۱	پھیلاؤ کی شرح، کبھی	۲۶۱	بار پیمیا، فورٹن کا
۳۳۱	پھیلاؤ کی شرح، گیس	۲۶۱	بار پیمیا، لائنائی کی شکل کا
۳۳۱	پھیلاؤ، گیسوں کا	۲۶۸	بار پیمیا میں ہمیش کی تصحیح
۳۳۰	پھیلاؤ، مانع کا	۲۶۰	بار، دباؤ کی اکائی
۱۶۱	پیچ	۲۶۶، ۱۶۹	بائیل، رابرٹ
۳۲۹، ۳۲۸، ۳۳۲، ۳۳۱	پیچدار غروہ پیمیا	۲۱۲	بخارات آبی کا دباؤ
۳۳	پیچ کی گھائی	۸۳	برآمدہ میرم کے لیے ینگ کا معیاس
۴۰	پیمائش، وقت کی	۳۳۰	بسط کی شرح
	ت		بھریے
۱۸۵	سار کا مرڈنا	۶۹	بقائے توانائی
۱۶۲	سار کی شکل کی شے کے لیے ینگ کا معیاس	۱۱۳	بلندی کی پیمائش بار پیمیا سے
۳۶۸	تبخیر کی حرارت مخفی	۲۶۶	بنیادی اکائیاں
۳۶۶	تبرید کا کلیہ	۱۴	بھاپ کی مخفی حرارت
۳۸۰	تبرید کے طریقے، حرارت نوعی کے لیے	۳۶۸	سیانسیس
۳۶۸، ۳۶۳	تبرید کی مخفی	۳	بیرم
۲۶۸	تپش اور بار پیمائی، بلندی	۱۱۸	

صفحات	مضامین	صفحات	مضامین
۲۹۳	تناؤ سطحی	۳۷۲	تپش اور دباؤ
۳۱۳	تنے کے تعریے کا اثر	۳۱۳	تپش پیمائشی کے سیمائی
۱۹۳	توانائی ایسے جسم کی جس میں فساد پیدا ہو گیا ہو	۳۱۸	تپش پیمائی کی تعبیر
۲۲۶، ۲۲۴، ۲۰۶، ۱۹۶	توانائی بالافضل	۳۲۱، ۳۲۰	تپش پیمائی کی درجہ بندی
۳۹۸	توانائی حرارت	۳۱۳	تپش پیمائی کے ثابت نقطے
۱۹۳	توانائی کی اکائی	۳۲۴	تپش پیمائی مستعمل حجم والا ہوائی
۱۱۳	توانائی کی بقا	۳۳۷	تپش پیمائی وزن
	ط	۳۱۲	تپش پیمائی
۲۱۰	ٹرائی، فیلیچر کی	۳۱۲	تپش کا پیمانہ
۳۵۴	ٹھوس کی حرارت نوعی	۳۸۶	تپش کا ڈھال
	ث	۳۸۶	تپش کا میلان
۲۱۴	ثابت نقطے، تپش پیمائی کے	۳۱۲	تپش کی پیمائش
۲۰، ۱۵	ثانیہ، اوسط شمسی	۳۵۰	تپش، مطلق
	ج	۱۲۷، ۱۱	تھیب کے ترسیمی طریقے
۳۶۵، ۲۶۴، ۲۵۲، ۲۲۰، ۲۰۹	جاذبہ زمین، بوجہ اسراع	۷	تھیب، تپشوں کی
۱۲۸، ۱۲۳	جاذبہ کامرکز	۱۰۹	تحلیل، سمتیں کی
۱۷۲	جز	۱۶	ترازو
۲۲۳، ۱۳۱	جمود کا معیار، اثر	۱۸	ترازو کی روک
۴۰۰، ۳۹۸	جول - جے - پی	۳۷۸، ۳۷۵، ۳۶۳، ۳۱۸، ۳۱۷، ۲۶۳، ۲۵۶، ۱۱	ترسیم
۳۴۴	جولی	۱۳۵	ترسیمی سکونیات
	چ	۱۳۵، ۱۲۷، ۱۱	ترسیمی طریقے
۱۵۹	چرخ اور محور	۲۳۳، ۲۱۷، ۱۷۱، ۱۱۲	تصویر، بوجہ گرد
۱۶۵	چرخ، جلدی (یا چرخ گیرانی)	۱۲۴، ۱۱۷	تبادل
۲۳۹	چرخ، سطح مائل پر	۱۵۹	تفریقی چرخ اور محور

صفحہ نمبر	مضامین	صفحہ نمبر	مضامین
۱۴۱	حرکی رگڑ	۱۴۶	چرخہ پر رستی کی رگڑ
۲۴۵، ۲۴۲	حیطہ استنزاع	۱۵۵	چرخہ کے بلات
۱۵۲	جینی مفاد	ح	حاصل
۳۶	خرد مین	۱۰۰	خرد مین
۳۶	خرد مین خردہ پیا	۸۴، ۶۲	خرد مین خردہ پیا
۳۷	خرد مین متحرک یا ورنیٹ	۲۶۶	خرد مین متحرک یا ورنیٹ
۳۲۸، ۳۲	خردہ پیا پیا	۱۴۳	خردہ پیا پیا
۳۱۹، ۲۹۸، ۳۶	خردہ پیا پیمائش	۳۶۲	خردہ پیا پیمائش
۳۶	خردہ پیا خرد مین	۴۲۲	خردہ پیا خرد مین
۲۳۵	خطی اور زاویہ حرکت کا مقابلہ	۳۹۸	خطی اور زاویہ حرکت کا مقابلہ
۳۰۱	خواص مادہ	۳۵۲	خواص مادہ
۴۱۳	دباؤ	۳۰۰	دباؤ
۷۹	دباؤ	۳۵۳	دباؤ
۳۱۲	دباؤ، آبی بخار کا	۳۵۸	دباؤ، آبی بخار کا
۳۱۲	دباؤ، بخارات	۳۸۰، ۳۶۰	دباؤ، بخارات
۲۹۹	دباؤ، مائعوں کے مابین	۳۹۸، ۳۵۲	دباؤ، مائعوں کے مابین
۳۶۷	دباؤ، گڑھ ہوائی کا	۳۵۳	دباؤ، گڑھ ہوائی کا
۶۰، ۲۶۹، ۷۹	دباؤ کی اکائی	۳۵۲	دباؤ کی اکائی
۷۹	دباؤ کی تعریف	۳۶۲	دباؤ کی تعریف
۳۱۶	دباؤ کے لیے نقطہ جوش کی تصحیح	۲۴۱	دباؤ کے لیے نقطہ جوش کی تصحیح
۳۴۶، ۲۸۱، ۲۶۶	دباؤ، گیٹوں کا	۲۰۰	دباؤ، گیٹوں کا
۳۲۱، ۳۲۰	دباؤ، بند کی پیمائش	۲۰۰	دباؤ، بند کی پیمائش

صفحات	مضامین	صفحات	مضامین
۱۳۵	رسمانی کثیر الاضلاع	۲۲۱، ۲۴۵-۲۵۱، ۲۶۱	دوران
۳۱۵	دینو	۲۲۱	دوری حرکت
۳۵۸	دینو کا آلہ حرارت نوعی کے لیے	۵	ڈائین
۴۱۶	دینو کا رطوبت پیم	۲۰۹	ڈینامو میٹر
	نسب	۲۰۶	ڈیوار کا خلائی برتن
۲۲۶	زاویہی اسراع	۲۵۴	ڈیوار کا بائیل
۲۴۲، ۲۴۸، ۲۴۶	زاویہی رفتار	۲۶۶، ۲۶۹	ربر کی موصلیت حرارت
۲۴۵	زاویہی سادہ موسیقی حرکت	۳۹۳	ربر کی کثیر الاضلاع
۱۴۰	زور	۱۳۵	رطوبت پیمائی
	س	۲۱۲	رفتار
۲۵۲، ۲۴۶، ۲۲	سادہ رقاص	۲۰۸، ۲۰۰	رفتار زاویہی
۲۵۹	سادہ معادل رقاص	۲۴۲، ۲۴۸، ۲۴۶	رفتاری اور قوائی نسبت
۲۴۱	سادہ موسیقی حرکت	۱۵۲	رفتاری نسبت
۳۰	سرل چاپ	۱۵۲	رقاص سادہ
۲۵	سرل چاپ اندرونی یا بیرونی	۲۵۲، ۲۴۶، ۲۴۲	رقاص سادہ معادل
۴۸	سطح پیم	۲۵۹	رقاص مرکب
۵۳	سطح پیم کا صغری دائرہ	۲۶۲، ۲۵۸، ۲۴۴	رقاص مردولی
۵۵	سطح پیم کی تعبیر	۲۶۴، ۲۴۹	رقبہ کی پیمائش
۱۴۳، ۱۱۱	سطح مائل	۴۴	رگڑ
۲۲۵	سطح مائل پر چرخ	۴۰، ۱۳۹	رگڑ چرخ پر رسی
۲۳۴	سطح مائل پر رولنے والے ٹھوس اجسام	۱۴۶	رگڑ کی تصحیح
۲۹۲	سطحی تناؤ	۲۴۳، ۲۱۴، ۲۱۳	رگڑ کرنے مکرر
۹۸	سکونیات	۱۴۰	
۱۴۱	سکونی رگڑ		

صفحات	مضامین	صفحات	مضامین
	ظ	۱۱۱	سکونی سطح اقل
۳۳۹	فابری پھیلاؤ	۲۶۰، ۲۰۹، ۱۲	سنگ، ٹ، اکائیاں
	ع	۱۰	سلائیڈ رول
۱۹۹	علم حرکت	۹۸	سمتیاں
۴۱	صنعتی اور اذنی تخمینہ	۹۹	سمتیوں کا متوازی الاضلاع
	ف	۱۰۹	سمتیوں کی تحلیل
۱۷	فساد	۴۷	سمن کے قاعدے
۲۱۰	فلیچر کا رالی دار آلہ	۱۴	سنتی میٹر
۲۷۱	فورمن کا بار پیم		ش
	ق	۲۹۴	شعریت
۳۸۶	قدر موصلیت حرارت	۲۷	شمار اقل
۲۳۹	قرص کے جود کا معیار اثر	۲۹۳	غیشہ کی حرارتی موصلیت
۸۸	قطر کی پیمائش	۳۱۳	غیشے کے پیمائی پیش پیم
۱۵۲	قوانی نسبت		ص
۱۹۹، ۶۹	قوت	۳۰۰	صاہبن کے محمول کا سطحی تناؤ
۸۱	قوت اجمال	۳۱۵، ۳، ۳۱	صفر کی غلطی
۱۱۷	قوت کا معیار اثر	۵	صفری طریقے
۲۰۹	قوت کی اکائی	۳۱۵، ۳۵، ۳۱	صفری غلطی
۱۰۷، ۹۹	قوتوں کا متوازی الاضلاع		ط
۱۰۷، ۱۰۱	قوتوں کا مثلث	۱۶۷	طاقت اور وزن
۹۸	قوتوں کی ترکیب	۲۷۰	طبعی گڑھ ہوائی
	ک	۱۴	طول کی اکائی
۲۰	”کاذب صفر“ کے ساتھ عمل کرنا	۸۹، ۲۹، ۲۴، ۷	طول کی پیمائش
۳۹۸	کام اور حرارت	۳۲۶	غلی پھیلاؤ

مضامین	صفحات	مضامین	صفحات
کام کی اکائی	۱۹۳	کمیت مادہ کی اکائی	۱۳
کام کی پیمائش	۲۲۶، ۱۱۳	کمیت مادہ کی پیمائش	۲۳، ۱۶
کشائفت	۳۳۳، ۶۲	کیلنڈر کا آلہ	۳۰۴
کشائفت اضافی	۷۳	گ	
کشائفت اضافی تول	۷۴	گرام	۱۴
کشائفت اور پٹیش	۳۵۰، ۳۳۱	گردش، استوار جسم کی	۲۲۳
کثیر الاصلاح، ربطی یا رسیانی	۱۳۵	گردش، نصف قطر	۲۲۷
کثیر الاصلاح، قوتوں کا	۱۰۸، ۱۰۳	گز	۳۹
گردیت پیم	۶۴	گنجائش حرارت	۳۵۲
گرہ ہوائی، طبیعی	۲۷۰	گیسوں کا پھیلاؤ	۳۴۱
گرہ ہوائی کا دباؤ، مطلق اکائیوں میں	۲۸۰	گیسی مستقل	۳۵۰
گرہ ہوائی کے دباؤ	۲۶۷	گیسیں	۲۶۶
گرہ ہوائی میں بخاراتِ آبی	۴۱۹، ۴۱۲	ل	
کیمی پھیلاؤ	۳۳۰	لانماطریقہ	۹۴
کلیطہ استیضان	۳۷۴	لانماطریقہ کی شکل کا بار پیم	۲۷۰
کلیطہ بانیل	۳۵۰، ۲۸۳، ۲۶۶	لچک	۱۶۹
کلیطہ تبرید	۲۷۴	لچک کا مقیاس	۱۷۱
کلیطہ شادل	۳۵۰، ۳۴۱	لچک کی انتہا	۱۷۰
کلیطہ ہواٹ	۱۹۱، ۱۷۹	م	
کمانی، اسراع	۲۵۱	ماڑی اوٹ	۲۶۷
کمانی دار ترارزد	۱۹۱	ماسکونی ترارزد	۷۸
کمانی کی تعبیر	۱۹۱	مائع پیم	۸۹
کمانی کی توانائی	۱۹۵	مائع کا پھیلاؤ	۳۳۰
کمیت مادہ اور وزن	۲۰۸، ۱۶۰	مائع کی حرارت نوعی	۳۸۰، ۳۶۰

صفحات	مضامین	صفحات	مضامین
۱۵۲	منادِ خیلی	۳۲۹'۳۱۹'۲۹۹'۲۷	متحرک یا در نیگزُردین
۲۵۵	مُقعرّائینہ گره	۱۰۰	متبادل
۳۹۱	مقوے کی موصلیت حرارت	۹۹	متنازی الاضلاع، سمتیں کا
۲۶۳'۱۸۴'۱۷۲	مقیاس اُسٹواری کا	۱۰۷'۹۹	توازی الاضلاع، قوتوں کا
۱۷۳	مقیاس، جچی	۳۶۸'۳۶۵	مخفی حرارت
۱۷۱	مقیاس، لچک کا	۳۶۸	مخفی حرارت، بھاپ کی
۱۷۴'۱۷۱	مقیاس، تینگ کا	۲۹	بدور پیمانہ اور درنیز
۳۸۶	مکرر رگڑ کے	۲۴۹	مُر تعش متناطیس
۳۸۶	موصلیت حرارت	۴۱۲	مرطوبیت پیم
۳۸۶	موصلیت حرارت کی قدر	۲۹۲'۲۵۸'۲۳۷	مرکب رقا ص
۳۹۹۲	میتر	۲۶۰	مرکز ارتعاش
۹۸	میزانی	۲۶۰'۲۵۹	مرکز تعلیق
	ن	۱۲۸'۱۲۳	مرکز جاذبہ
۷	نتیجوں کی تحسب	۲۶۴'۲۴۹	مروڑی رقا ص
۱۵۲	نسبت، رفتاری اور توانی	۳۳۳	مستقل حجم والا ہوائی قیش پیم
۳۷۸'۳۴۸'۳۲۲	نقطہ امانت	۵	مشاہدات کی صحیح
۳۱۵'۳۱۲	نقطہ انجماد	۱۲	مشتق اکائیاں
۳۲۳'۳۱۶'۳۱۵'۳۱۲	نقطہ جوش	۴۲۲	مشتق حرارت پر
۴۱۲	نقطہ شبنم	۱۵۰	مشتق حرارت پر
۹۰	نکلسن مانع پیم	۳۵۰	مطلق تپش
۲۹۷	نئی کے سوراخ کی پیمائش	۲۹۸	مبادلِ خیلی، حرارت کا
۳۷۳	نیوٹن کا کلیہ تبرد	۲۲۷'۲۲۳'۱۳۱	معیار اثر، جمود کا
۱۹۹	نیوٹن کا کلیہ حرکت	۱۱۷	معیار اثر، قوت کا
	و	۲۰۱	معیار اثر کی بقا

صفحات	مضامین	صفحات	مضامین
۲۰۲	ہلکن کی اندفاعی ترازو	۲۶	ورنیٹر۔ بی
۳۳۳	ہوائی تپش پیم	۳۷	ورنیٹر، خوردبین
۱۶۹	ہوک	۲۶	ورنیٹر (کسر پیم)
۱۹۱، ۱۷۳، ۱۶۹	ہوک کا کٹیہ	۲۶	ورنیٹر (کسر پیم) کا اصول
۲۳۲	بیونٹ	۱۶۷	وزن اور طاقت
۹۶	ہیٹر کا آلہ	۲۰۸، ۱۶	وزن اور کثیت مادہ
	ی	۳۳۷	وزن تپش پیم
۱۷۳، ۱۷۱	ینگ کا مقیاس	۱۳۸، ۱۲۳، ۱۰۸، ۱۶، ۷	وزن کرنا
۱۸۳	ینگ کا مقیاس برآمدہ پیرم کے لیے	۱۴	وقت کی اکائی
۱۷۵	ینگ کا مقیاس تار کے لیے	۴۰	وقت کی پیمائش
۱۸۰	ینگ کا مقیاس شہتیر کے لیے	۷	وہیٹ ۲ سلون کا پل

